

VALERIU PETCU

MIRCEA SOARE

CARMEN SVASTA

**AUTOMATIZAREA  
CALCULULUI**

**DE**

**REZISTENȚĂ**

**ÎN**

**CONSTRUCTII**

**programe**

**BASIC**



**EDITURA TEHNICĂ**





•  
•  
•

## CUPRINS

Introducere . . . . .	11
<i>Partea întâi. ASPECTE GENERALE AL AUTOMATIZĂRII CALCULULUI DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚII</i> . . . . .	13
1. Probleme ale calculului de rezistență în construcții . . . . .	13
1.1. Categoriile de probleme . . . . .	13
1.2. Domeniile de calcul . . . . .	15
2. Particularități ale automatizării calculului de rezistență . . . . .	17
2.1. Construcția organigramelor de calcul . . . . .	17
2.2. Caracteristici ale programelor de calcul . . . . .	18
2.3. Clasificarea și codificarea programelor . . . . .	19
<i>Partea a doua. STĂRI DE TENSIUNE ȘI DE DEFORMAȚIE</i> . . . . .	22
3. Starea plană de tensiuni și de deformații . . . . .	22
3.1. Relații de calcul . . . . .	22
3.2. Programul de calcul . . . . .	25
Anexa 3.1 . . . . .	27
Anexa 3.2 . . . . .	29
4. Calculul tensiunilor principale în problema spațială . . . . .	30
4.1. Relații de calcul . . . . .	30
4.2. Programul de calcul . . . . .	35
Anexa 4.1 . . . . .	36
Anexa 4.2 . . . . .	39
<i>Partea a treia. BARA DREAPTĂ</i> . . . . .	40
5. Caracteristici geometrice ale secțiunilor . . . . .	40
5.1. Definiții și expresii . . . . .	40
5.2. Tipuri de secțiuni . . . . .	43
5.3. Programul de calcul . . . . .	59
Anexa 5.1 . . . . .	61
Anexa 5.2 . . . . .	68
6. Calculul radierului unui doc uscat . . . . .	70
6.1. Aspecte teoretice . . . . .	70
6.2. Programul de calcul . . . . .	77
Anexa 6.1 . . . . .	79
Anexa 6.2 . . . . .	82
Anexa 6.3 . . . . .	84
7. Linii de influență ale momentului încovoietor la grinzi pe mediu elastic . . . . .	85
7.1. Aspecte teoretice . . . . .	85
7.2. Programul de calcul . . . . .	88
Anexa 7.1 . . . . .	90
8. Calculul de flambaj al unei bare cu secțiunea variind în două trepte . . . . .	92
8.1. Aspecte teoretice . . . . .	92
8.2. Programul de calcul . . . . .	93
Anexa 8.1 . . . . .	96
9. Problemă în teoria de ordinul II . . . . .	97
9.1. Aspecte teoretice . . . . .	97
9.2. Studiu parametric . . . . .	100

9.3. Organigrama de calcul . . . . .	107
9.4. Programul de calcul . . . . .	109
Anexa 9.1 . . . . .	110
Anexa 9.2 . . . . .	114
Anexa 9.3 . . . . .	116
<b>Partea a patra. SISTEME DE BARE . . . . .</b>	<b>118</b>
10. Sistem de două grinzi circulare concentrice legate prin nervuri radiale, rezemate echidistant . . . . .	118
10.1. Aspecte teoretice . . . . .	118
10.2. Programul de calcul . . . . .	124
Anexa 10.1 . . . . .	127
Anexa 10.2 . . . . .	129
11. Încovoierea cilindrică a structurilor planar pătrate simple . . . . .	130
11.1. Aspecte teoretice . . . . .	130
11.2. Programul de calcul . . . . .	141
Anexa 11.1 . . . . .	142
Anexa 11.2 . . . . .	144
12. Aspecte generale ale calculului în domeniul plastic al plășelor casetate din beton armat . . . . .	147
12.1. Scheme de cedare . . . . .	147
12.2. Momentele capabile ale grinzilor . . . . .	147
12.3. Încărcări echivalente . . . . .	152
12.4. Forțe nodale . . . . .	154
12.5. Momente încovoietoare . . . . .	159
12.6. Exemple numerice . . . . .	161
12.7. Notații . . . . .	165
13. Plășee casetate cu grinzi ortogonale . . . . .	168
13.1. Caracteristici de alcătuire . . . . .	168
13.2. Organigrame de calcul . . . . .	171
13.3. Programe de calcul . . . . .	171
Anexa 13.1 . . . . .	173
Anexa 13.2 . . . . .	186
Anexa 13.3 . . . . .	191
Anexa 13.4 . . . . .	193
Anexa 13.5 . . . . .	198
14. Plășee casetate cu grinzi diagonale . . . . .	199
14.1. Caracteristici de alcătuire . . . . .	199
14.2. Organigrame de calcul . . . . .	199
14.3. Programe de calcul . . . . .	199
Anexa 14.1 . . . . .	203
Anexa 14.2 . . . . .	209
Anexa 14.3 . . . . .	211
Anexa 14.4 . . . . .	217
<b>Partea a cincea. PLĂCI PLANE ȘI PLĂCI CURBE SUBȚIRI . . . . .</b>	<b>218</b>
15. Problemă de conlucrare în structuri cu plăci subțiri . . . . .	218
15.1. Introducere . . . . .	218
15.2. Metoda eforturilor . . . . .	219
15.3. Metoda deplasărilor . . . . .	220
15.4. Verificarea capacului rezervorului la ridicare . . . . .	222
15.5. Programul de calcul . . . . .	224
Anexa 15.1 . . . . .	226
Anexa 15.2 . . . . .	228
16. Aspecte generale ale calculului în domeniul plastic al plăcilor plane din beton armat . . . . .	228
16.1. Comportarea plastică a plăcilor armate pe două direcții . . . . .	228
16.2. Ipoteze de calcul și semne convenționale . . . . .	229
16.3. Metode de calcul . . . . .	229
16.4. Relații generale de calcul . . . . .	231
16.5. Exemple de calcul . . . . .	232
16.6. Notații . . . . .	236

17.1. Tipuri de plăci și de încărcări . . . . .	249
17.2. Algoritmi de calcul . . . . .	251
17.3. Verificarea programelor de calcul . . . . .	253
<b>18. Plăci dreptunghiulare rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar . . . . .</b>	<b>255</b>
18.1. Relații de calcul . . . . .	255
18.2. Organigrama de calcul . . . . .	258
18.3. Programul de calcul . . . . .	270
Anexa 18.1 . . . . .	261
Anexa 18.2 . . . . .	272
Anexa 18.3 . . . . .	277
<b>19. Plăci dreptunghiulare rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară, distribuite uniform . . . . .</b>	<b>279</b>
19.1. Relații de calcul . . . . .	279
19.2. Organigrame de calcul . . . . .	284
19.3. Programul de calcul . . . . .	286
Anexa 19.1 . . . . .	287
Anexa 19.2 . . . . .	291
<b>20. Plăci dreptunghiulare rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața și de o încărcare distribuită uniform pe o zonă dreptunghiulară a suprafeței lor . . . . .</b>	<b>296</b>
20.1. Relații de calcul . . . . .	296
20.2. Organigrama de calcul . . . . .	304
20.3. Programul de calcul . . . . .	306
Anexa 20.1 . . . . .	308
Anexa 20.2 . . . . .	317
<b>21. Plăci dreptunghiulare rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar . . . . .</b>	<b>319</b>
21.1. Relații de calcul . . . . .	319
21.2. Organigrama de calcul . . . . .	321
21.3. Programul de calcul . . . . .	322
Anexa 21.1 . . . . .	324
Anexa 21.2 . . . . .	327
<b>22. Plăci dreptunghiulare rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară paralelă cu latura liberă, distribuite uniform . . . . .</b>	<b>328</b>
22.1. Relații de calcul . . . . .	328
22.2. Organigrama de calcul . . . . .	331
22.3. Programul de calcul . . . . .	332
Anexa 22.1 . . . . .	333
Anexa 22.2 . . . . .	337
<b>23. Plăci dreptunghiulare rezemate pe două laturi adiacente și libere pe celelalte două laturi, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară pe lungimile celor două laturi libere, distribuite uniform . . . . .</b>	<b>338</b>
23.1. Relații de calcul . . . . .	338
23.2. Organigrama de calcul . . . . .	341
23.3. Programul de calcul . . . . .	343
Anexa 23.1 . . . . .	344
Anexa 23.2 . . . . .	349
<b>24. Plăci dreptunghiulare rezemate pe două laturi adiacente și pe colțul opus lor, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform . . . . .</b>	<b>359</b>
24.1. Relații de calcul . . . . .	359
24.2. Organigrama de calcul . . . . .	353
24.3. Programul de calcul . . . . .	355
Anexa 24.1 . . . . .	356
Anexa 24.2 . . . . .	361
<b>25. Plăci dreptunghiulare rezemate pe o latură și pe două colțuri, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform . . . . .</b>	<b>362</b>
25.1. Relații de calcul . . . . .	362
25.2. Organigrama de calcul . . . . .	355
25.3. Programul de calcul . . . . .	365
Anexa 25.1 . . . . .	367
Anexa 25.2 . . . . .	370

26. Plăci trapezoidale rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar . . . . .	371
26.1. Relații de calcul . . . . .	371
26.2. Organigrama de calcul . . . . .	373
26.3. Programul de calcul . . . . .	374
Anexa 26.1 . . . . .	376
Anexa 26.2 . . . . .	379
27. Plăci trapezoidale rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar . . . . .	380
27.1. Scheme de cedare . . . . .	380
27.2. Relații de calcul . . . . .	381
27.3. Organigrama de calcul . . . . .	382
27.4. Programul de calcul . . . . .	383
Anexa 27.1 . . . . .	385
Anexa 27.2 . . . . .	388
28. Plăci triunghiulare rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar . . . . .	389
28.1. Scheme de cedare . . . . .	389
28.2. Relații de calcul . . . . .	390
28.3. Organigrama de calcul . . . . .	390
28.4. Programul de calcul . . . . .	391
Anexa 28.1 . . . . .	392
Anexa 28.2 . . . . .	394
29. Plăci inelare rezemate echidistant pe conturul exterior, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară pe lungimea conturului interior, distribuite uniform . . . . .	395
29.1. Scheme de cedare . . . . .	395
29.2. Relații de calcul . . . . .	397
29.3. Organigrama de calcul . . . . .	398
29.4. Programul de calcul . . . . .	399
Anexa 29.1 . . . . .	400
Anexa 29.2 . . . . .	403
Anexa 29.3 . . . . .	405
BIBLIOGRAFIE . . . . .	406



# CONTENTS

<b>Introduction</b>	11
<b>Part one. GENERAL CONSIDERATIONS ON THE AUTOMATIC STRENGTH ANALYSIS IN STRUCTURAL DESIGN</b>	13
1. Problems of the structural strength analysis	13
1.1. Problem categories	13
1.2. Ranges of strength analysis	15
2. Features of the automatic strength analysis	17
2.1. Construction of flowcharts	17
2.2. Characteristics of the computer programs	18
2.3. Classification and codification of the computer programs	19
<b>Part two. STATES OF STRESSES AND STRAINS</b>	22
3. Plane stresses and strains	22
3.1. Basic equations	22
3.2. Computer program	25
4. Principal stress analysis in the three dimension space	30
4.1. Basic equations	30
4.2. Computer program	35
<b>Part three. STRAIGHT BARS</b>	40
5. Geometrical properties of cross-sections	40
5.1. Definitions and expression	41
5.2. Types of sections	43
5.3. Computer program	59
6. The analysis of the foundation raft of a dry dock	70
6.1. Theoretical considerations	70
6.2. Computer program	77
7. Influence lines for the bending moment in beams on elastic foundations	85
7.1. Theoretical considerations	85
7.2. Computer program	88
8. Buckling of a bar with a stepped variable cross-section	92
8.1. Theoretical considerations	92
8.2. Computer program	93
9. Problem in the second order theory	97
9.1. Theoretical considerations	97
9.2. Parametric study	100

9.3. Flowchart construction	107
9.4. Computer program	109
<i>Part four. BAR SYSTEMS</i>	118
10. Sistem of two circular concentric beams connected by radial equidistant supported ribs	118
10.1. Theoretical considerations	118
10.2. Computer program	124
11. Cylindrical bending of a double-layer square mesh grid	130
11.1. Theoretical considerations	130
11.2. Computer program	141
12. General aspects of the plastic analysis of reinforced concrete grill floors	147
12.1. Plastic mechanisms of grid floors	147
12.2. Ultimate bending moments of grid beams	147
12.3. Equivalent loads	152
12.4. Nodal forces	154
12.5. Bending moments in grill beams	159
12.6. Numerical examples	161
12.7. Notation	165
13. Grid floors with orthogonal beams	168
13.1. Geometrical characteristics	168
13.2. Flowchart construction	171
13.3. Computer programs	171
14. Grid floors with diagonal beams	199
14.1. Geometrical characteristics	199
14.2. Flowchart construction	199
14.3. Computer programs	199
<i>Part five. PLANE SLABS AND SHELLS</i>	218
15. Continuity of shells of revolution	218
15.1. Introduction	218
15.2. Force method	219
15.3. Displacement method	220
15.4. Test of a tank dome during its lifting	222
15.5. Computer program	224
16. General aspects of the plastic analysis of reinforced concrete plane slabs	228
16.1. Plastic behaviour of two-way reinforced concrete slabs	228
16.2. Basic assumptions and conventional signs	229
16.3. Methods of slab plastic analysis	229
16.4. General equations	231
16.5. Illustrative example	232
16.6. Notation	236
17. Automatic plastic analysis of reinforced concrete plane slabs	240
17.1. Slab categories and load types	249
17.2. Algorithms	251
17.3. Check of the computer programs	253
18. Rectangular slabs supported along their four edges and subjected to a linearly distributed surface load	255
18.1. General equations	255
18.2. Flowchart construction	258
18.3. Computer program	260

19. Rectangular slabs supported along their four edges and subjected simultaneously to a uniformly distributed surface load and to a uniformly distributed linear load	279
19.1. General equations	279
19.2. Flowchart construction	284
19.3. Computer program	286
20. Rectangular slabs supported along their four edges and subjected simultaneously to a load uniformly distributed on the entire surface and to a load uniformly distributed on a rectangular zone of the slabs	296
20.1. General equations	297
20.2. Flowchart construction	304
20.3. Computer program	306
21. Rectangular slabs supported along three edges and free along the fourth edge, subjected to a linearly distributed surface load	319
21.1. General equations	319
21.2. Flowchart construction	321
21.3. Computer program	322
22. Rectangular slabs supported along three edges and free along the fourth edge, subjected simultaneously to a uniformly distributed surface load and to a uniformly distributed linear load parallel to the free edge	328
22.1. General equations	328
22.2. Flowchart construction	331
22.3. Computer program	332
23. Rectangular slabs supported along two adjacent edges and free along the other two edges, subjected simultaneously to a uniformly distributed surface load and to a linear load uniformly distributed along the free edges	338
23.1. General equations	338
23.2. Flowchart construction	341
23.3. Computer program	343
24. Rectangular slabs supported along two adjacent edges and on their opposite corner, subjected to a uniformly distributed surface loads	350
24.1. General equations	350
24.2. Flowchart construction	353
24.3. Computer program	355
25. Rectangular slabs supported along one edge and on its opposite two corners, subjected to a uniformly distributed surface load	362
25.1. General equations	362
25.2. Flowchart construction	365
25.3. Computer program	365
26. Trapezoidal slabs supported along their four edges and subjected to a linearly distributed surface load	371
26.1. General equations	371
26.2. Flowchart construction	373
26.3. Computer program	374
27. Trapezoidal slabs supported along three edges and free along the fourth edges, subjected to a linearly distributed surface load	380
27.1. Failure patterns	380
27.2. General equations	381
27.3. Flowchart construction	382
27.4. Computer program	383

angular slabs supported along their three edges and subjected to a linearly distributed surface load . . . . .	389
28.1. Failure pattern . . . . .	389
28.2. General equations . . . . .	390
28.3. Flowchart construction . . . . .	390
28.4. Computer program . . . . .	391
29. Annular slabs supported on equally spaced points located on the external contour and subjected simultaneously to a uniformly distributed surface load and to a linear load uniformly distributed along the internal contour . . . . .	395
29.1. Failure patterns. . . . .	395
29.2. General equations . . . . .	397
29.2. Flowchart construction . . . . .	398
29.4. Computer program . . . . .	399
REFERENCES . . . . .	406

## INTRODUCERE

Activitatea de concepere, de dimensionare și de verificare a structurilor de rezistență ale construcțiilor furnizează în permanență probleme curente de mare frecvență, cu aspecte teoretice bine studiate, dar a căror rezolvare numerică necesită efectuarea unui volum mare de calcule. În stadiul actual al dezvoltării tehnicii de calcul, folosirea *microcalculatoarelor* ca instrumente de calcul automat adecvate rezolvării unor astfel de probleme, când amploarea lor este moderată, a devenit o practică firească în țările cu realizări concrete în domeniul informaticii.

Activitatea de dezvoltare accelerată a informaticii în țara noastră, stimulată prin măsurile și hotărârile conducerii superioare de Partid și de Stat, a avut ca rezultat, între alte realizări de prestigiu, construcția microcalculatoarelor FELIX M-18 și FELIX M-118. Aceste microcalculatoare folosesc limbajul conversațional BASIC ca principal limbaj evoluat de programare, ale cărui avantaje sint larg apreciate pe plan internațional.

Unul dintre cele mai fructuoase domenii de folosire a microcalculatoarelor este cel al calculului elementelor și substructurilor care intră în alcătuirea structurilor de rezistență ale construcțiilor. Într-adevăr, o astfel de activitate conduce la rezolvarea unui mare număr de probleme curente, de amploare medie, cu un grad înalt de repetabilitate. Majoritatea acestora au ca trăsătură caracteristică obținerea de soluții în mai multe variante, în vederea selectării ulterioare a celeia care corespunde cel mai bine criteriului economic acceptat, sau care asigură, de exemplu, o distribuție avantajoasă a materialelor de construcție ca volum, forme și dimensiuni pe ansamblul structurii analizate. O primă realizare pe această linie de preocupări este reprezentată de volumul intitulat „*Calculul automat al elementelor din beton armat — Programe BASIC*”, publicat de Editura Tehnică la începutul anului 1986 (autori conf. dr. ing. Valeriu Petcu și ing. Carmen Svasta, consultant științific acad. Ștefan Bălan).

Având în permanență ca obiectiv general extinderea cât mai cuprinzătoare a automatizării calculului în procesele de dimensionare și de verificare ale elementelor de construcție și ale structurilor în ansamblu, prin folosirea în exclusivitate a microcalculatoarelor, activitatea desfășurată în continuare în acest domeniu a avut ca rezultat elaborarea materialului cuprins în acest volum. Scopul urmărit constă în prezentarea aplicării principiilor, metodelor și relațiilor de calcul specifice Mecanicii construcțiilor, folosind prin mijloace automate calculul, atât în domeniul elastic cât și în domeniul plastic, la rezolvarea unor probleme caracteristice care apar în calculul de rezistență al construcțiilor în general.

Principalele trăsături definitorii ale lucrării constau în :

- a) Rezolvarea problemelor propuse prin utilizarea microcalculatoarelor de producție românească FELIXM-18 și FELIX M-118 ;
- b) Folosirea limbajului de programare BASIC la scrierea programelor de calcul ;
- c) Prezentarea completă a celor mai semnificative organigrame (scheme logice), cu toate detaliile necesare scrierii direct a programelor de calcul corespunzătoare ;
- d) Reproducerea integrală a programelor de calcul elaborate și a rezultatelor rulării acestora pentru exemplele ilustrative considerate, însoțite de toate explicațiile necesare pentru însușirea deplină a conținutului lor și pentru interpretarea corectă a rezultatelor obținute.

Observații. 1. Programele elaborate pot fi rulate nu numai pe microcalculatoare Felix M-18 și M-118, dar și pe orice alte microcalculatoare care folosesc limbajul de programare BASIC. Eventuale modificări pot apărea numai dacă acest limbaj prezintă variante de exprimare specifice microcalculatoarelor utilizate.

2. Numărul de organigrame prezentate este intenționat mai mic decât cel al programelor de calcul nu numai pentru micșorarea volumului lucrării, ci în primul rând pentru a constitui exemple semnificative privind modul în care acestea pot fi construite și pentru a stimula, totodată, pe utilizatorii care doresc să-și însușească tehnica programării, de a reconstrui organigramele lipsă pe baza programelor de calcul respective.

Aceste trăsături fac ca lucrarea să reprezinte o contribuție majoră la acțiunea de dezvoltare a unei biblioteci cuprinzătoare de programe de calcul pe microcalculatoare, consacrate calculului de rezistență în construcții.

Lucrări asemănătoare există într-un număr foarte mic în literatura de specialitate străină, toate având particularitatea tratării — nu întotdeauna complete și explicite — a unor cazuri cu totul elementare, în care, după părerea noastră, efortul de programare sau de rulare a programului este mai mare decât cel necesar rezolvărilor pe microcalculatoare portabile [12, 26].

De aceea, alegerea aplicațiilor prezentate în acest volum s-a făcut astfel încât ele să prezinte un interes practic efectiv și un anumit grad de complexitate, care să justifice elaborarea unui program de calcul automat și a rulării acestuia pentru obținerea soluțiilor respective.

Volumul cuprinde cinci părți.

*Prima parte* se referă la aspectele generale ale automatizării calculului de rezistență în construcții, și cuprinde categoriile de probleme studiate, domeniile în care se efectuează calculul și considerațiile avute în vedere la elaborarea și sistematizarea organigramelor și programelor de calcul automat.

*Partea a doua* este consacrată stărilor de tensiune și de deformare atât în problema plană cât și în problema spațială.

În *partea a treia* se rezolvă probleme specifice barei drepte. Astfel, se determină caracteristicile geometrice ale secțiunilor, încărcările critice de pierdere a stabilității echilibrului elastic, eforturile secționale și deplasările în teoria de ordinul II, deplasări și eforturi la grinzi pe mediu elastic, precum și ordonatele liniilor de influență la astfel de grinzi.

*Partea a patra* se referă la sistemele de bare, atenția fiind concentrată asupra sistemelor planare, asupra rețelelor alcătuite din grinzi drepte și asupra rețelelor alcătuite din grinzi circulare.

În sfârșit, *partea a cincea* se ocupă cu calculul plăcilor plane și cu calculul plăcilor curbe. În cadrul acestei părți este dată o mare dezvoltare calculului în domeniul plastic al plăcilor plane din beton armat, care prezintă o mare importanță din punct de vedere economic și constructiv.

Toate problemele tratate sînt însoțite de exemple ilustrative de calcul.

Este evident că cele 26 de programe de calcul automat conținute de acest volum nu epuizează problemele de Rezistența materialelor. Pe lângă utilitatea lor intrinsecă, ele au rolul de a constitui un imbold major în direcția introducerii și dezvoltării programării automate în calculele de rezistență pe care le au de efectuat nu numai studenții facultăților tehnice, dar și inginerii de diferite specialități.

În legătură cu aceasta se subliniază că multe dintre cele 26 de programe de calcul își au originea în studii elaborate de autori în cadrul activității lor de integrare a învățămîntului superior cu cercetarea științifică și producția.

În ansamblu, lucrarea este destinată elaboratorilor de proiecte pentru Structurile de rezistență ale construcțiilor, precum și studenților facultăților de construcții.

# **Partea întâi. ASPECTE GENERALE ALE AUTOMATIZĂRII CALCULULUI DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚII**

---

## **1. PROBLEME ALE CALCULULUI DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚII**

### **1.1. CATEGORII DE PROBLEME**

Problemele cu care se ocupă Mecanica construcțiilor pot fi grupate în patru categorii principale, și anume :

*Categoria I*, referitoare la determinarea stărilor de tensiune și de deformații. În funcție de condițiile concrete de comportare a elementelor de construcție studiate, aceste stări pot fi plane sau spațiale.

Problemele din această categorie apar, de regulă, bine conturate atît ca enunț cît și ca mod de rezolvare. Ele sînt exemplificate în această lucrare prin considerarea a două cazuri izvorite din practica proiectării construcțiilor hidrotehnice, primul referindu-se la starea plană, iar cel de al doilea la starea spațială de eforturi și de deformații.

*Categoria II*, care se ocupă cu tratarea celor mai semnificative aspecte ale comportării barelor drepte. Acestea se referă la stabilirea eforturilor secționale, determinarea tensiunilor, deformațiilor și deplasărilor, verificarea stabilității echilibrului elastic.

Studierea acestor aspecte introduce în calcul caracteristici geometrice de diferite tipuri ale secțiunilor transversale ale barelor, și anume : arii, momente statice, momente de inerție axiale și momente de inerție centrifugale, moduli de rezistență elastici și plastici, precum și factori sintetici care includ în expresiile lor combinații ale acestor caracteristici. Determinarea acestor caracteristici, în cazul secțiunilor compuse, reprezintă în majoritatea cazurilor o operație laborioasă. De aceea, în lucrare se acordă o atenție deosebită acestei probleme, prin considerarea și rezolvarea, din punct de vedere geometric, al unui număr important de secțiuni compuse, întîlnite curent în practică.

Volumul de față nu se ocupă cu problema determinării tensiunilor și deformațiilor la care sînt supuse secțiunile barelor cu axa dreaptă. Omisiunea este justificată prin faptul că aceste determinări, care sînt specifice operațiilor de dimensionare și de verificare a unor astfel de elemente, reprezintă

o problemă amplă, de sine stătătoare, a cărei soluționare este influențată hotărâtor de caracteristicile fizico-mecanice ale materialelor de construcție folosite, precum și de modul de asociere a acestora pentru alcătuirea elementelor de construcție respective. De aceea, ea urmează a fi tratată în volume separate, în funcție de materialul de construcție folosit. Un exemplu în acest sens îl constituie volumul deja apărut, referitor la calculul automat al elementelor din beton armat [22], lucrări privind calculul automat al elementelor din oțel și al elementelor din beton precomprimat fiind în curs de pregătire.

Referitor la verificarea stabilității echilibrului elastic al barelor cu axa dreaptă, în această lucrare sînt tratate două situații pentru care nu există soluții sub formă finită. Prima situație se referă la flambajul barelor comprimate, iar a doua la flambajul cu încovoiere. În cea de a doua situație se tratează și calculul eforturilor secționale și al deplasărilor în teoria de ordinul II. Exemplificările prezentate sînt de natură a indica modul de abordare și de soluționare pe cale automată a problemelor respective, aspectele concrete, cu caracter numeric, specifice barelor din metal, urmînd a fi tratate mai pe larg în volumul referitor la calculul automat al elementelor din oțel.

În sfîrșit, determinarea deplasărilor și eforturilor la grinzi pe modiu elastic, precum și calculul ordonatelor liniilor de influență la astfel de grinzi fac obiectul a două exemplificări specifice disciplinei la care se referă această lucrare.

*Categoria III*, care cuprinde sistemele de bare. Dintre acestea se consideră ca fiind cele mai semnificative rețele spațiale din bare articulate la capete, sollicitate la întindere sau la compresiune centrică, de tipul structurilor planare; rețelele plane de grinzi drepte care intră în alcătuirea planșelor casetate din beton armat, precum și rețelele plane de grinzi înelare înfilnrite la planșeele din beton armat cu alcătuiți speciale. Automatizarea calculului eforturilor la fiecare dintre aceste trei tipuri de rețele de bare face obiectul cite unui capitol separat în cadrul acestei lucrări.

*Categoria IV*, în care sînt incluse plăcile curbe subțiri și plăcile plane.

În general, determinarea eforturilor și deformațiilor la plăcile curbe subțiri folosite în construcții, prin folosirea calculului automat, conduce la programe de mare amploare, a căror rulare poate fi făcută numai pe calculatoare de mare capacitate. Ele depășesc deci cadrul acestei lucrări, care este axată pe folosirea exclusivă a microcalculatoarelor. Cu toate acestea, în acest domeniu pot apărea probleme deosebit de importante, a căror rezolvare conduce la programe de calcul de amploare medie. Una dintre ele, căreia i se consacră un capitol în cadrul acestui volum, este cea a conlucrării în structuri cu plăci subțiri de rotație

În sfîrșit, plăcile plane reprezintă unul dintre grupurile de elemente de construcție cu o largă răspîndire și aplicare în practică, în cadrul căruia plăcile din beton armat reprezintă o majoritate covîrșitoare. Corespunzător ponderii pe care aceste plăci o au în alcătuirea structurilor din beton armat, în lucrare li se consacră un spațiu amplu, în cuprinsul căruia sînt tratate plăcile avînd forme, condiții de rezemare și scheme de încărcare curent folosite în construcții. În toate cazurile considerate, prin programele de calcul elaborate se urmărește determinarea eforturilor secționale caracteristice, a reacțiunilor din rezemări și a mărimii parametrilor care caracterizează schemele de cedare respective.



## 1.2. DOMENII DE CALCUL

Din punctul de vedere al comportării materialelor de construcție sub acțiunea încărcărilor, calculul de rezistență al elementelor de construcție și al structurilor în ansamblu poate fi efectuat, în prezent, pe baza uneia dintre următoarele două ipoteze :

— ipoteza *comportării perfect elastice* a materialelor, a cărei imagine grafică este reprezentată de o diagramă caracteristică monoliniară (fig. 1.1). Această imagine arată că între tensiunea normală  $\sigma$  și deformația specifică corespunzătoare  $\epsilon$  există o proporționalitate directă pînă în momentul atingerii rezistenței limită  $R$  a materialului ;

— ipoteza *comportării ideal elasto-plastice* a materialelor, a cărei imagine grafică este reprezentată de o diagramă caracteristică biliniară (fig. 1.2). Această imagine arată că între tensiunea normală  $\sigma$  și deformația specifică corespunzătoare  $\epsilon$  există o proporționalitate directă pînă în momentul atingerii rezistenței  $R$  a materialului, după care materialul se deformează teoretic nelimitat sub acțiunea unei tensiuni constante, egale cu rezistența limită  $R$ .

În ambele ipoteze, pentru tensiuni maxime inferioare rezistenței limită a materialului se realizează o *comportare liniar-elastică* a acestuia. Din această cauză, calculul elementelor de construcție efectuat cu condiția ca în toate punctele materialului să fie satisfăcută inegalitatea  $\sigma < R$  poartă denumirea de *calcul în domeniul elastic*.

În cazul materialelor *ideal elasto-plastice* (ipoteza a doua), depășirea deformației specifice limită  $\epsilon_r$ , corespunzătoare rezistenței limită  $R$ , atrage după sine deformarea plastică a materialelor. Ca urmare, rezistența limită  $R$  și deformația specifică limită  $\epsilon_r$  separă două domenii de comportare a materialelor : domeniul de comportare liniar-elastică pentru  $\sigma < R$  și respectiv  $\epsilon < \epsilon_r$  și domeniul de comportare perfect plastică pentru  $\sigma = R$  și  $\epsilon > \epsilon_r$ . Prin definiție, calculul elementelor de construcție efectuat în această din urmă situație, cînd  $\sigma = R$  și  $\epsilon > \epsilon_r$ , poartă denumirea de *calcul în domeniul plastic*.

Problemele care apar în calculul de rezistență al elementelor de construcție și al structurilor în ansamblu pot fi rezolvate fie numai printr-un calcul în domeniul elastic, fie prin folosirea atît a calculului în domeniul elastic cît și

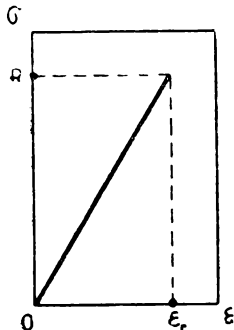


Fig. 1.1

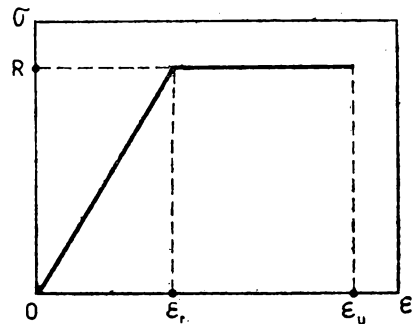


Fig. 1.2

a calculului în domeniul plastic, fie numai printr-un calcul în domeniul plastic. Călea de urmat este funcție de posibilitățile oferite de fiecare dintre cele două tipuri de calcule, de particularitățile problemelor studiate și de scopurile urmărite.

Din acest punct de vedere, lucrarea de față conține :

— Probleme care se rezolvă numai printr-un calcul în domeniul elastic și anume :

- stări plane de tensiune și de deformație ;
- stări spațiale de tensiune și de deformație ;
- flambajul barelor comprimate ;
- flambajul cu încovoiere și calculul în teoria de ordinul II ;
- deplasări și eforturi la grinzi pe mediu elastic ;
- linii de influență la grinzi pe mediu elastic ;
- încovoierea cilindrică a structurilor plane ;
- rețele inelare ;
- conlucrare în structuri cu plăci subțire de rotație.

— Probleme care pot fi rezolvate fie printr-un calcul în domeniul elastic fie printr-un calcul în domeniul plastic, cum sînt, de exemplu :

- planșee casetate cu grinzi ortogonale ;
- planșee casetate cu grinzi diagonale ;
- plăci plane.

*Observații.* 1. Calculul în domeniul elastic al rețelelor de grinzi care intră în alcătuirea planșeelor casetate a făcut obiectul unor numeroase studii publicate atît în țară cît și în străinătate. Aceste studii au condus la stabilirea de formule practice de calcul pentru serii largi de planșee atît cu grinzi ortogonale cît și cu grinzi diagonale, așa cum se poate vedea, de exemplu, în lucrarea [7], ceea ce face ca automatizarea unui astfel de calcul să nu mai apară necesară. De aceea, calculul rețelelor de grinzi ale planșeelor casetate se face în acest volum numai în domeniul plastic.

2. Calculul plăcilor plane din beton armat cu forme și rezemări folosite curent în construcții poate fi efectuat în domeniul elastic numai pentru scheme simple de încărcare, care pot fi prinse cu ușurință într-o formulare matematică de natură să ducă la soluții finite pentru eforturile sectionale. Plăcile care se găsesc în această situație au fost deja studiate și rezolvate în literatura de specialitate, ceea ce face ca să nu mai apară necesară automatizarea calculului lor. În consecință, plăcile din această categorie sînt calculate în prezentul volum numai în domeniul plastic, alături de plăcile cu scheme complexe de încărcare. De altfel, în stadiul actual al proiectării plăcilor din beton armat, ponderea cea mai mare o au soluțiile furnizate de calculul în domeniul plastic, deoarece acestea sînt mai eficiente din punct de vedere economic și mai avantajoase din punct de vedere constructiv.

— Probleme care pot fi practic rezolvate numai printr-un calcul în domeniul plastic.

În această categorie se încadrează calculul plăcilor plane cu scheme complexe de încărcare, deoarece numai un calcul în domeniul plastic poate furniza în acest caz soluții finite în raport cu toate valorile pe care le pot avea parametrii unor astfel de plăci. Ca exemple se citează plăcile dreptunghiulare solicitate simultan de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lor și de o încărcare liniară paralelă cu una dintre laturi, a cărei poziție poate fi oarecare, precum și plăcile dreptunghiulare, trapezoidale sau triunghiulare solicitate de o încărcare distribuită pe toată suprafața lor, care variază liniar pe o direcție.

## 2. PARTICULARITĂȚI ALE AUTOMATIZĂRII CALCULULUI DE REZISTENȚĂ

### 2.1. CONSTRUCȚIA ORGANIGRAMELOR DE CALCUL

Programarea propriu-zisă a rezolvării pe calculator a unei probleme, indiferent de natura ei, cuprinde inițial două etape principale : construcția *organigramei de calcul* (denumită și *schemă logică de calcul*) și serierea, pe baza acesteia, a *programului de calcul*.

Organigrama este o reprezentare grafică completă și detaliată a succesiunii tuturor operațiilor pe care trebuie să le efectueze calculatorul, în vederea rezolvării integrale a problemei la care se referă.

Construcția unei organigrame se face ținând seama de regulile adoptate referitoare la succesiunea logică a operațiilor de calcul, folosind schematizări grafice speciale pentru toate tipurile de operații care apar în rezolvarea problemei tratate.

Fiecare organigramă din cuprinsul acestui volum a fost elaborată prin construirea ramurii ei de bază, care conține punctul de pornire și punctul de închidere al întregii organigrame, iar operațiile cuprinse între aceste puncte-limită, efectuate în ordinea strictă a succesiunii lor, conduc la soluționarea problemei considerate pentru un anumit set de date numerice și de condiții inițiale. Parcurgerea integrală a ramurii de bază a organigramei presupune, prin urmare, valabilitatea tuturor deciziilor negative pentru fiecare instrucțiune de salt condiționat existentă în cuprinsul ramurii, precum și absența oricărei instrucțiuni de salt necondiționat în cuprinsul acestei ramuri.

Instrucțiunile de salt condiționat conținute de ramura de bază a organigramei de calcul conduc la construcția de *ramuri secundare*, care asigură rezolvarea problemei studiate pentru toate seturile de condiții și de valori numerice cu care pot fi inițializate variabilele de bază ale acesteia. Ramurile secundare sînt deci amorțate prin cite o instrucțiune de salt condiționat și sînt încheiate prin cite o instrucțiune de salt condiționat sau necondiționat.

Construirea organigramelor de calcul se face cu ajutorul unor *schematizări geometrice* — figuri și săgeți — care indică operațiile ce trebuie efectuate, precum și succesiunea acestora. Figurile folosite, denumite *blocuri operatorie*, ca urmare a operațiilor înscrise în interiorul lor, au forme diferite, fiecare formă fiind specifică unui anumit tip de operație.

Blocurile operatorie folosite la construirea organigramelor cuprinse în această lucrare sînt prezentate în figura 2.1, operatorii corespunzători lor fiind :

- *operatorul de pornire*, care indică începutul organigramei ;
- *operatorul de introducere a datelor*, prin care se inițializează numeric variabilele de bază ale problemei ;
- *operatorul de atribuire*, prin care valoarea unei constante, a unei variabile sau a unei expresii este atribuită unei anumite variabile ;
- *operatorul de decizie*, prin care se stabilește una dintre cele două căi de urmat, în funcție de valabilitatea sau nevalabilitatea relației exprimate între două mărimi date, dintre care cel puțin una este o variabilă, o expresie sau o funcție. Valabilității relației specificate între cele două mărimi îi corespunde operatorul de salt condiționat ;

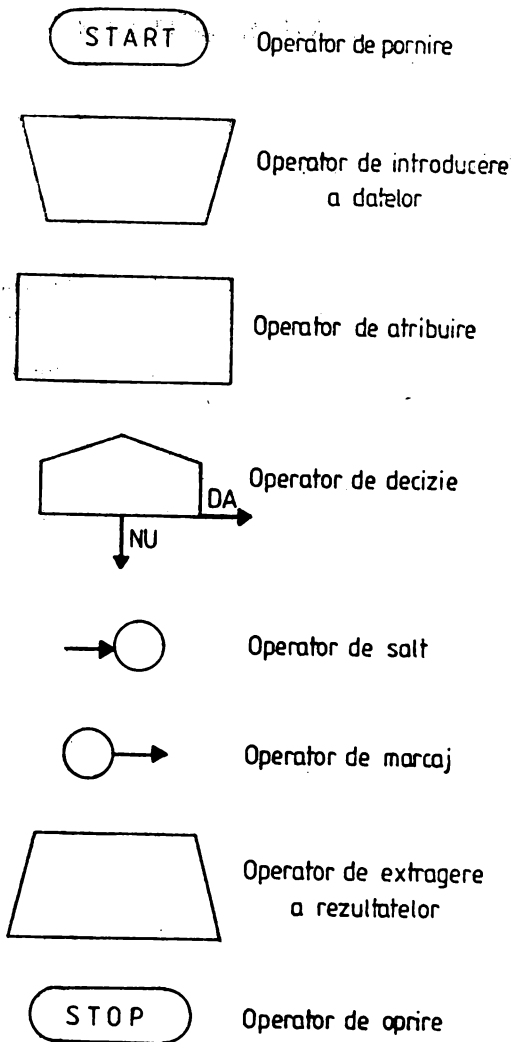


Fig. 2.1

alcătuiesc organigramele respective, în conformitate cu succesiunile acestor blocuri indicate prin săgeți, precum și prin instrucțiunile de decizie. În plus, programele mai conțin instrucțiuni suplimentare cu conținut alfanumeric, care aduc clarificări privind identificarea, conținutul și posibilitățile programelor respective și care asigură o tipărire adecvată a datelor inițiale și a rezultatelor finale.

Scrierea instrucțiunilor se face în strictă conformitate cu formatele acestora, folosind în acest scop regulile de codificare și specificațiile conținute de limbajul de programare utilizat care, în cazul de față, este *limbajul BASIC*. Descrierea completă a acestui limbaj, care face parte din categoria *limbajelor evaluate de tip conversațional*, poate fi urmărită în lucrări de specialitate, dar mai ales în manualul de utilizare [31] pentru programarea micro-

— operatorul de salt condiționat sau de salt necondiționat, prin care se modifică ordinea de executare a operațiilor cuprinse în organigramă ;

— operatorul de marcaj, care este asociat întotdeauna unui operator de salt condiționat sau necondiționat ;

— operatorul de extragere a rezultatelor, prin care se efectuează tipărirea acelor rezultate care alcătuiesc soluția problemei studiate ;

— operatorul de oprire, cu care se încheie organigrama.

Săgețile care apar într-o organigramă de calcul au rolul de a indica :

— succesiunea blocurilor operatoare ;

— operatorii de salt condiționat ;

— operatorii de salt necondiționat ;

— operatorii de marcaj.

## 2.2. CARACTERISTICI ALE PROGRAMELOR DE CALCUL

Programele de calcul propriu-zise reprezintă transcrierea, sub formă de *instrucțiuni de calcul*, a activităților specificate de blocurile operatoare care

calculatoarelor FELIX M-18 și FELIX M-118. Elemente de inițiere ale acestui limbaj au fost, de asemenea, prezentate în prima parte a volumului [22].

În cadrul fiecărui program, scrierea instrucțiunilor este făcută într-o manieră sistematică, prin folosirea grupurilor compacte de instrucțiuni, după cum urmează :

— grupul instrucțiunilor REM și PRINT, plasat la începutul programului, prin care se precizează denumirea programului, conținutul acestuia și unitățile de măsură folosite ;

— grupul de instrucțiuni operante și inoperante care rezolvă problema propusă și care asigură tipărirea datelor inițiale și a rezultatelor finale, cu excepția instrucțiunii END, care se plasează întotdeauna la sfârșitul programului, ea avînd eticheta cea mai mare ;

— grupul de instrucțiuni DATA care cuprind valorile numerice ale acelor variabile care nu depind de particularitățile problemei studiate (atunci cînd astfel de variabile există).

Aceste trei grupuri, împreună cu instrucțiunea END de la sfârșitul programului, alcătuiesc *partea fixă* a programului.

— grupul de instrucțiuni DATA intercalat între ultima instrucțiune a ansamblului format din primele trei grupuri și instrucțiunea END, care cuprind valorile numerice necesare pentru inițializarea acelor variabile care caracterizează fiecare problemă propusă spre rezolvare. Acest grup alcătuiește *partea mobilă* a programului, el adăugîndu-se întotdeauna celor care alcătuiesc partea fixă, înainte de punerea în execuție a programului. În acest scop, între eticheta instrucțiunii cu care se termină primele trei grupuri și eticheta instrucțiunii END se lasă un interval suficient de mare, în interiorul căruia se plasează etichetele instrucțiunilor DATA care alcătuiesc grupul mobil, oricît de mare ar fi din punct de vedere practic numărul de probleme ce trebuie rezolvate.

### 2.3. CLASIFICAREA ȘI CODIFICAREA PROGRAMELOR

Programele de calcul prezentate în această lucrare sînt clasificate în următoarele patru grupuri, în funcție de categoriile de probleme la care se referă :

*Grupa A*, cuprins în partea a II-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *stări de tensiuni și de deformație* ;

*Grupul B*, cuprins în partea a III-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *bara dreaptă* ;

*Grupul C*, cuprins în partea a IV-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *sisteme de bare* ;

*Grupul D*, cuprins în partea a V-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *plăci plane și plăci curbe subțiri*.

Pentru identificarea lor, programele au fost codificate prin intermediul unor indicative a căror structură generală este

*EP-ab-cd*

Semnificațiile literelor care apar în această expresie generală a indicativelor folosite sînt următoarele :

— grupul de litere *EP* arată că programele se referă la probleme ale calculului de rezistență în construcții a căror rezolvare se face fie în domeniul *Elastic* fie în domeniul *Plastic* ;

— litera *a* reprezintă una dintre cifrele 1, 2, 3 sau 4, prin care se identifică grupul în care se încadrează programul de calcul respectiv, și anume :

*a* = 1 pentru grupul de programe *A* ;

*a* = 2 pentru grupul de programe *B* ;

*a* = 3 pentru grupul de programe *C* ;

*a* = 4 pentru grupul de programe *D*.

— litera *b* reprezintă una dintre cifrele 1 și 2, prin care se identifică domeniul în care se efectuează calculul de rezistență, și anume :

*b* = 1 pentru calculul în domeniul elastic ;

*b* = 2 pentru calculul în domeniul plastic.

— grupul de litere *cd* reprezintă unul dintre grupurile de două cifre care alcătuiesc suita 01, 02, ... 11, 12, ... 99, el constituind numărul de ordine al fiecăruia dintre programele cuprinse în fiecare dintre grupurile *A*, *B*, *C* și *D*.

În conformitate cu clasificarea făcută și cu codificarea adoptată, indicativele și conținuturile programelor de calcul cuprinse în această lucrare se prezintă după cum urmează :

*Programe din grupul A :*

— programul *EP-11-01* referitor la starea plană de tensiuni și de deformații ;

— programul *EP-11-02* referitor la calculul tensiunilor principale în problema spațială.

*Programe din grupul B :*

— programul *EP-21-01* pentru calculul caracteristicilor geometrice ale secțiunilor ;

— programul *EP-21-02* pentru calculul eforturilor și deplasărilor la un loc uscat ;

— programul *EP-21-03* pentru trasarea liniilor de influență ale momentelor încovoietoare la grinzi pe mediu elastic ;

— programul *EP-21-04* pentru calculul la flambaj al unei bare cu secțiunea transversală variind în două trepte ;

— programul *EP-21-05* pentru calculul în teoria de ordinul II al unei bare dublu articulate.

*Programe din grupul C :*

— programul *EP-31-01* pentru calculul unui sistem de două grinzi circulare concentrice, legate prin nervuri radiale ;

— programul *EP-31-02* referitor la încovoierea cilindrică a structurilor planar pătrate simple ;

— programul *EP-32-01* pentru calculul în domeniul plastic al planșelor casetate din beton armat, cu grinzi ortogonale alcătuită  $2 \times 2 \dots 8 \times 5$  casete ;

— programul *EP-32-02* pentru calculul în domeniul plastic al planșelor casetate din beton armat, cu grinzi ortogonale alcătuită  $6 \times 6 \dots 10 \times 7$  casete ;

— programul *EP-32-03* pentru calculul în domeniul plastic al planșelor casetate din beton armat cu grinzi diagonale alcătuint  $1 \times 1 \dots 9 \times 3$  diviziuni ;

— programul *EP-32-04* pentru calculul în domeniul plastic al planșelor casetate din beton armat, cu grinzi diagonale alcătuint  $4 \times 4 \dots 12 \times 4$  diviziuni.

*Programe din grupul D :*

— programul *EP-41-01* privind o problemă de conlucrare în structuri cu plăci curbe subțiri de rotație ;

— programul *EP-42-01* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar ;

— programul *EP-42-02* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară distribuite uniform ;

— programul *EP-42-03* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața și de o încărcare distribuită uniform pe o zonă dreptunghiulară a suprafeței lor ;

— programul *EP-42-04* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar ;

— programul *EP-42-05* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară paralelă cu latura liberă, distribuite uniform ;

— programul *EP-42-06* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente și libere pe celelalte două laturi, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară pe lungimile laturilor libere, distribuite uniform ;

— programul *EP-42-07* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente și pe colțul opus lor, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform ;

— programul *EP-42-08* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe o latură și pe cele două colțuri opuse acesteia, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform ;

— programul *EP-42-09* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar ;

— programul *EP-42-10* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat, rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar ;

— programul *EP-42-11* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor triunghiulare din beton armat, rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar ;

— programul *EP-42-12* pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor inelare din beton armat rezemate echidistant pe conturul exterior, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe lungimea conturului interior și de o încărcare distribuită uniform pe suprafața lor.

# Partea a doua. STĂRI DE TENSIUNE ȘI DE DEFORMAȚIE

## 3. STAREA PLANĂ DE TENSIUNI ȘI DE DEFORMAȚII

### 3.1. RELAȚII DE CALCUL

**Enunțul problemei.** O placă dintr-un material elastic, cu grosimea constantă, este solicitată în planul median de un sistem de încărcări oarecare, sub acțiunea cărora ea suferă deformații. Trei segmente de dreaptă presupuse foarte mici, având inițial lungimile  $\overline{OA} = l_1$ ,  $\overline{OB} = l_2$  și  $\overline{OC} = l_3$ , care fac unghiurile  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  cu o direcție dată, devin după deformarea plăcii  $\overline{O'A'} = l'_1$ ,  $\overline{O'B'} = l'_2$  și  $\overline{O'C'} = l'_3$  (fig. 3.1). Se cere să se determine mărimea și direcția tensiunilor normale principale în punctul  $O$ .

Notațiile folosite sînt ordonate alfabetic, codificate și definite în tabelul 3.1.

**Rezolvarea problemei.** Dacă față de un sistem de axe de coordonate carteziene  $Oxz$  se cunosc într-un punct deformațiile specifice  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_z$  și  $\gamma_{xz}$ , atunci deformația specifică liniară într-o secțiune înclinată cu unghiul  $\alpha$  față de axa  $Ox$  are expresia (vezi de exemplu [30]),

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_x \cos^2 \alpha + \epsilon_z \sin^2 \alpha + \gamma_{xz} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (3.1)$$

Ea este analoagă expresiilor momentelor de inerție în raport cu axe rotite, precum și expresiilor tensiunilor normale în secțiuni înclinate.

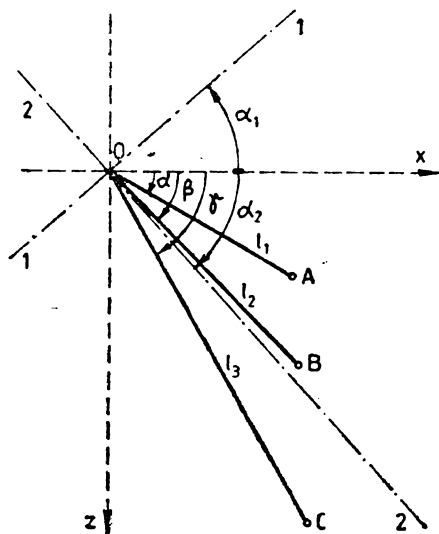


Fig. 3.1



Notății	Codifi- cări	Definiții
$E$	$E \emptyset$	Modul de elasticitate (longitudinal) al materialului.
$i$	$I$	Numărul de ordine al cazurilor, ( $i = 1, 2, \dots, s$ ).
$l_1$	$L1$	Lungimea inițială a segmentului $OA$ .
$l_2$	$L2$	Lungimea inițială a segmentului $OB$ .
$l_3$	$L3$	Lungimea inițială a segmentului $OC$ .
$l'_1$	$L5$	Lungimea finală a segmentului $OA$ .
$l'_2$	$L6$	Lungimea finală a segmentului $OB$ .
$l'_3$	$L7$	Lungimea finală a segmentului $OC$ .
$s$	$S$	Numărul total de cazuri.
$\alpha$	$A \emptyset$	Unghiul făcut de segmentul $OA$ cu axa $Ox$ .
$\beta$	$B \emptyset$	Unghiul făcut de segmentul $OB$ cu axa $Ox$ .
$\gamma$	$C \emptyset$	Unghiul făcut de segmentul $OC$ cu axa $Ox$ .
$\Delta$	$D \emptyset$	Valoarea numerică a determinantului coeficienților necunoscutelor din sistemul alcătuit de ecuațiile (3.1), (3.2) și (3.3).
$\Delta_3$	$D3$	Valoarea expresiei (3.9).
$\Delta_4$	$D4$	Valoarea expresiei (3.10).
$\Delta_{xz}$	$D5$	Valoarea expresiei (3.11).
$\alpha_1$	$A1$	Unghiul făcut de axa $Ox$ cu prima direcție principală.
$\alpha_2$	$A2$	Unghiul făcut de axa $Ox$ cu a doua direcție principală.
$\epsilon_x$	$E3$	Alungirea specifică în direcția axei $Ox$ .
$\epsilon_z$	$E4$	Alungirea specifică în direcția axei $Oz$ .
$\epsilon_1$	$E1$	Alungirea specifică pe direcția principală definită de unghiul $\alpha_1$ .
$\epsilon_2$	$E2$	Alungirea specifică pe direcția principală definită de unghiul $\alpha_2$ .
$\epsilon_x$	$E5$	Alungirea specifică pe direcția segmentului $OA$ .
$\epsilon_\beta$	$E6$	Alungirea specifică pe direcția segmentului $OB$ .
$\epsilon_\gamma$	$E7$	Alungirea specifică pe direcția segmentului $OC$ .
$\gamma_{xz}$	$C5$	Luocarea specifică relativă la axele $Ox, Oz$ .
$\mu$	$M \emptyset$	Coeficientul de contracție transversală al materialului.
$\sigma_1$	$S1$	Tensiunea normală principală maximă.
$\sigma_2$	$S2$	Tensiunea normală principală minimă.

Corespunzător unghiurilor  $\beta$  și  $\gamma$  se obține în mod asemănător

$$\epsilon_\beta = \epsilon_x \cos^2 \beta + \epsilon_z \sin^2 \beta + \gamma_{xz} \sin \beta \cos \beta. \quad (3.2)$$

și

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_x \cos^2 \gamma + \epsilon_z \sin^2 \gamma + \gamma_{xz} \sin \gamma \cos \gamma. \quad (3.3)$$

Alungirile specifice  $\epsilon_\alpha$ ,  $\epsilon_\beta$  și  $\epsilon_\gamma$  pot fi exprimate în funcție de datele problemei după cum urmează :

$$\epsilon_\alpha = \frac{\overline{O'A'} - \overline{OA}}{\overline{OA}} = \frac{l'_1 - l_1}{l_1}, \quad (3.4)$$

$$\epsilon_\beta = \frac{\overline{O'B'} - \overline{OB}}{\overline{OB}} = \frac{l'_2 - l_2}{l_2}, \quad (3.5)$$

$$\epsilon_\gamma = \frac{\overline{O'C'} - \overline{OC}}{\overline{OC}} = \frac{l'_3 - l_3}{l_3}. \quad (3.6)$$

În consecință, relațiile (3.1)...(3.3) constituie un sistem de trei ecuații avînd ca necunoscute deformațiile specifice  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_z$  și  $\gamma_{xz}$ . Rădăcinile acestui sistem sînt

$$\epsilon_x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad \epsilon_z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\Delta_{xz}}{\Delta}, \quad (3.7)$$

în care :

$$\Delta = \text{ctg } \alpha (\text{tg } \beta - \text{tg } \gamma) + \text{ctg } \beta (\text{tg } \gamma - \text{tg } \alpha) + \text{ctg } \gamma (\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta), \quad (3.8)$$

$$\Delta_x = \epsilon_\alpha \frac{\text{tg } \beta - \text{tg } \gamma}{\sin \alpha \cos \alpha} + \epsilon_\beta \frac{\text{tg } \gamma - \text{tg } \alpha}{\sin \beta \cos \beta} + \epsilon_\gamma \frac{\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta}{\sin \gamma \cos \gamma}, \quad (3.9)$$

$$\Delta_z = -\epsilon_\alpha \frac{\text{ctg } \beta - \text{ctg } \gamma}{\sin \alpha \cos \alpha} - \epsilon_\beta \frac{\text{ctg } \gamma - \text{ctg } \alpha}{\sin \beta \cos \beta} - \epsilon_\gamma \frac{\text{ctg } \alpha - \text{ctg } \beta}{\sin \gamma \cos \gamma}, \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{xz} = & \epsilon_\alpha \frac{\text{ctg } \beta \text{tg } \gamma - \text{ctg } \gamma \text{tg } \beta}{\sin \alpha \cos \alpha} + \epsilon_\beta \frac{\text{ctg } \gamma \text{tg } \alpha - \text{ctg } \alpha \text{tg } \gamma}{\sin \beta \cos \beta} + \\ & + \epsilon_\gamma \frac{\text{ctg } \alpha \text{tg } \beta - \text{ctg } \beta \text{tg } \alpha}{\sin \gamma \cos \gamma}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Cunoscînd deformațiile specifice în raport cu axele  $Ox$  și  $Oz$ , alungirile specifice principale se determină cu ajutorul relațiilor :

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right)^2} \quad (3.12)$$

și

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right)^2}. \quad (3.13)$$

Unghiurile  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$ , exprimate în radiani, corespunzătoare direcțiilor principale, se determină cu ajutorul relațiilor

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_x}{\frac{\gamma_{xz}}{2}}, \quad \text{tg } \alpha_2 = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_x}{\frac{\gamma_{xz}}{2}}. \quad (3.14)$$

În sfîrșit, tensiunile normale principale se obțin prin aplicarea legii lui Hooke generalizate :

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\epsilon_1 + \mu \epsilon_2) \quad (3.15)$$

și

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\epsilon_2 + \mu \epsilon_1), \quad (3.16)$$

unde  $E$  este modulul de elasticitate, iar  $\mu$  coeficientul de contracție transversală al materialului.

Soluția precedentă este valabilă pentru unghiuri  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  mai mari decît aproximativ  $0,08727$  ( $5^\circ$ ), deoarece, în caz contrar, un sinus de la numitorul relațiilor (3.9)...(3.11) devine foarte mic, respectiv o cotangentă din expresia (3.8) ia valori foarte mari.

În această situație se recomandă a se lua direct  $\alpha = 0$ . Relațiile de calcul (3.1)...(3.3) devin

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_\alpha; \\ \varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_z \sin^2 \beta + \gamma_{xz} \sin \beta \cos \beta &= \varepsilon_\beta; \\ \varepsilon_x \cos^2 \gamma + \varepsilon_z \sin^2 \gamma + \gamma_{xz} \sin \gamma \cos \gamma &= \varepsilon_\gamma. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Rădăcinile acestui sistem sînt

$$\varepsilon_x = \varepsilon_\alpha, \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_\alpha \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma + \varepsilon_\beta \frac{\cos \gamma}{\sin \beta \sin(\beta - \gamma)} - \varepsilon_\gamma \frac{\cos \beta}{\sin \gamma \sin(\beta - \gamma)} \quad (3.19)$$

$$\gamma_{xz} = -\varepsilon_\alpha \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta \sin \gamma} - \varepsilon_\beta \frac{\sin \gamma}{\sin \beta \sin(\beta - \gamma)} + \varepsilon_\gamma \frac{\sin \beta}{\sin \gamma \sin(\beta - \gamma)}. \quad (3.20)$$

Deducerea alungirilor specifice principale, direcțiilor principale și tensiunilor normale principale se face tot cu ajutorul relațiilor (3.12)...(3.16).

## 3.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama construită pentru rezolvarea problemei considerate a permis scrierea *programului de calcul* EP-11-01 listat în anexa 3.1. Codificările folosite în acest scop sînt cuprinse în tabelul 3.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 970 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 971 și 1999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de probleme care urmează a fi rezolvate. Fiecare pereche dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unei singure probleme, scrise în următoarea ordine:

- $l_1, l_2, l_3, l'_1, l'_2, l'_3$  la prima instrucțiune,
- $\alpha, \beta, \gamma, E, \mu$  la a doua instrucțiune.

Pentru fiecare problemă, programul furnizează:

- unghiurile  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  ale direcțiilor principale,
- tensiunile normale principale  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$ ,
- alungirile specifice principale  $\varepsilon_1$  și  $\varepsilon_2$ .

Unitățile de măsură folosite sînt mm pentru lungimi, N/mm<sup>2</sup> pentru tensiuni și moduli de elasticitate și radiani pentru unghiuri.

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat la două variante ale unei probleme avînd următoarele date inițiale:

-- în prima variantă:

$$l_1 = 46 \text{ mm}; l_2 = 60 \text{ mm}; l_3 = 89 \text{ mm};$$

$$l'_1 = 46,096 \text{ mm}; l'_2 = 60,007 \text{ mm}; l'_3 = 89,011 \text{ mm};$$

$\alpha = 0,5236 \text{ rad } (30^\circ)$ ;  $\beta = 0,7854 \text{ rad } (45^\circ)$ ;  $\gamma = 1,0472 \text{ rad } (60^\circ)$ ;  
 $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$ ;  $\mu = 0,3$ .

— în varianta a doua

$l_1 = 46 \text{ mm}$ ;  $l_2 = 60 \text{ mm}$ ;  $l_3 = 89 \text{ mm}$ ;

$l'_1 = 46,006 \text{ mm}$ ;  $l'_2 = 60,007 \text{ mm}$ ;  $l'_3 = 89,011 \text{ mm}$ ;

$\alpha = 0$ ;  $\beta = 0,2618 \text{ rad } (15^\circ)$ ;  $\gamma = 0,5236 \text{ rad } (30^\circ)$

$E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$ ;  $\mu = 0,3$ .

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din cinci instrucțiuni DATA avînd etichetele 1000, 1010, 1020, 1030 și 1040.

Anexa 3.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului EP-11-01 pentru problema considerată.

Observînd că diferența dintre cele două variante studiate rezidă doar în alegerea axei de referință pentru măsurarea unghiurilor, alungirile specifice principale și tensiunile normale principale au rezultat cu valori identice (concordanța primelor cinci cifre semnificative).

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-11-01

20 REM *****
30 REM *
40 REM * STAREA PLANA DE TENSIUNI SI DEFORMATII *
50 REM * INTR-UN MEDIU CONTINUU, OMOGEN SI IZOTROP *
60 REM *
70 REM *****
80 REM *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA UNGHIURILE DIRECTIILOR *
100 REM * PRINCIPALE CU AXA DE REFERINTA, TENSIUNILE *
110 REM * NORMALE PRINCIPALE SI ALUNGIRILE SPECIFICE *
120 REM * PRINCIPALE *
130 REM *
140 REM *****
150 REM *
160 REM * UNITATI DE MASURA: MM PENTRU LUNGIMI, MM/MM *
170 REM * PENTRU ALUNGIRI SPECIFICE, RADIANI PENTRU *
180 REM * UNGHIURI SI N/(MM^2) PENTRU TENSIUNI SI MODULI *
190 REM * DE ELASTICITATE *
200 REM *
210 REM *****
220 REM *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-10 SI M-118 *
250 REM *
260 REM *****

265 PRINT "STAREA PLANA DE TENSIUNI SI DE DEFORMATII"
270 PRINT "INTR-UN MEDIU CONTINUU, OMOGEN SI IZOTROP"
275 PRINT
280 PRINT "UNITATI DE MASURA: MM PENTRU LUNGIMI, MM/MM"
285 PRINT "PENTRU ALUNGIRI SPECIFICE, RADIANI PENTRU"
290 PRINT "UNGHURI SI N/(MM^2) PENTRU TENSIUNI SI"
295 PRINT "MODULI DE ELASTICITATE"
300 PRINT
305 PRINT

310 READ S
320 PRINT;TAB(6);"NUMARUL CAZURILOR ESTE S =" ;S
330 LET I=1
340 PRINT
350 PRINT
360 PRINT;TAB(17);"CAZUL " ;I
370 PRINT
380 READ L1,L2,L3,L5,L6,L7,A0,B0,C0,E0,M0
390 PRINT;TAB(22);"DATE"
400 PRINT;TAB(7);"L1 =" ;L1;TAB(29);"A0 =" ;A0
410 PRINT;TAB(7);"L2 =" ;L2;TAB(29);"B0 =" ;B0
420 PRINT;TAB(7);"L3 =" ;L3;TAB(29);"C0 =" ;C0
430 PRINT;TAB(7);"L5 =" ;L5;TAB(29);"E0 =" ;E0
440 PRINT;TAB(7);"L6 =" ;L6;TAB(29);"M0 =" ;M0
450 PRINT;TAB(7);"L7 =" ;L7
460 PRINT
470 LET E5=(L5-L1)/L1
480 LET E6=(L6-L2)/L2
490 LET E7=(L7-L3)/L3
495 IF A0<=0.09 THEN G60
500 LET D0=(TAN(B0)-TAN(C0))/TAN(A0)
510 LET D6=D0+(TAN(C0)-TAN(A0))/TAN(B0)

```

```

520 LET D0=D0+(TAN(A0)-TAN(B0))/TAN(C0)
530 LET D3=E5*(TAN(B0)-TAN(C0))/(SIN(A0)*COS(A0))
540 LET D3=D3+E6*(TAN(C0)-TAN(A0))/(SIN(B0)*COS(B0))
550 LET D3=D3+E7*(TAN(A0)-TAN(B0))/(SIN(C0)*COS(C0))
560 LET D4=E5*(1/TAN(C0)-1/TAN(B0))/(SIN(A0)*COS(A0))
570 LET D4=D4+E6*(1/TAN(A0)-1/TAN(C0))/(SIN(B0)*COS(B0))
580 LET D4=D4+E7*(1/TAN(B0)-1/TAN(A0))/(SIN(C0)*COS(C0))
585 LET Q1=TAN(C0)/TAN(B0)-TAN(B0)/TAN(C0)
590 LET Q2=TAN(A0)/TAN(C0)-TAN(C0)/TAN(A0)
595 LET Q3=TAN(B0)/TAN(A0)-TAN(A0)/TAN(B0)
600 LET D5=E5*Q1/(SIN(A0)*COS(A0))
605 LET D5=D5+E6*Q2/(SIN(B0)*COS(B0))
610 LET D5=D5+E7*Q3/(SIN(C0)*COS(C0))
620 LET E3=D3/D0
630 LET E4=D4/D0
640 LET C5=D5/D0
645 LET Q0=SQR((100000*E3-100000*E4)^2+(100000*C5)^2)
650 LET E1=(E3+E4)/2+Q0/200000
660 LET E2=(E3+E4)/2-Q0/200000
670 LET T1=2*(E1-E3)/C5
680 LET T2=2*(E2-E3)/C5
690 LET A1=ATN(T1)
700 LET A2=ATN(T2)
710 LET S1=E0*(E1+M0*E2)/(1-M0^2)
720 LET S2=E0*(E2+M0*E1)/(1-M0^2)
730 PRINT;TAB(7);"UNGHIERILE DIRECTIILOR PRINCIPALE"
740 PRINT
750 PRINT;TAB(7);"A1 =" ;A1;TAB(29);"A2 =" ;A2
760 PRINT
770 PRINT;TAB(10);"TENSUNI NORMALE PRINCIPALE"
780 PRINT
790 PRINT;TAB(7);"S1 =" ;S1;TAB(29);"S2 =" ;S2
800 PRINT
810 PRINT;TAB(9);"ALUNGIRI SPECIFICE PRINCIPALE"
820 PRINT
830 PRINT;TAB(7);"E1 =" ;E1;TAB(29);"E2 =" ;E2
840 IF I<S THEN 960
850 GOTO 2000
860 LET E3=E5
870 LET Q1=E5/(TAN(B0)*TAN(C0))
880 LET Q2=E6*COS(C0)/(SIN(B0)*SIN(B0-C0))
890 LET Q3=E7*COS(B0)/(SIN(C0)*SIN(B0-C0))
900 LET E4=Q1+Q2-Q3
910 LET Q1=E5*SIN(B0+C0)/(SIN(B0)*SIN(C0))
920 LET Q2=E6*SIN(C0)/(SIN(B0)*SIN(B0-C0))
930 LET Q3=E7*SIN(B0)/(SIN(C0)*SIN(B0-C0))
940 LET C5=-Q1-Q2+Q3
950 GOTO 645
960 LET I=I+1
970 GOTO 340
1000 DATA 2
1010 DATA 46,60,89,46,006,60,007,89,011
1020 DATA 0,5236,0,7854,1,0472,21000,0,3
1030 DATA 46,60,89,46,006,60,007,89,011
1040 DATA 0,0,2618,0,5236,21000,0,3
2000 END

```

STAREA PLANA DE TENSIUNI SI DE DEFORMATII  
INTR-UN MEDIU CONTINUU, OMOGEN SI IZOTROPUNITATI DE MASURA: MM PENTRU LUNGIMI, MM/MM  
PENTRU ALUNGIRI SPECIFICE, RADIANI PENTRU  
UNGHIURI SI N/(MM<sup>2</sup>) PENTRU TENSIUNI SI  
MODULI DE ELASTICITATE

NUMARUL CAZURILOR ESTE S = 2.00000

CAZUL 1.00000

DATE

L1 = 46.0000	A0 = .523600
L2 = 60.0000	B0 = .785400
L3 = 89.0000	C0 = 1.04720
L5 = 46.0060	E0 = 210000
L6 = 60.0070	M0 = .300000
L7 = 89.0110	

UNGHIURILE DIRECTIILOR PRINCIPALE

A1 = -.741244                      A2 = .829560

TENSIUNI NORMALE PRINCIPALE

S1 = 70.6999                      S2 = 45.6474

ALUNGIRI SPECIFICE PRINCIPALE

E1 = .271456E-03                  E2 = .116368E-03

CAZUL 2.00000

DATE

L1 = 46.0000	A0 = .000000
L2 = 60.0000	B0 = .261800
L3 = 89.0000	C0 = .523600
L5 = 46.0060	E0 = 210000
L6 = 60.0070	M0 = .300000
L7 = 89.0110	

UNGHIURILE DIRECTIILOR PRINCIPALE

A1 = -1.26483                      A2 = .305967

TENSIUNI NORMALE PRINCIPALE

S1 = 70.6982                      S2 = 45.6459

ALUNGIRI SPECIFICE PRINCIPALE

E1 = .271450E-03                  E2 = .116364E-03

## 4. CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE ÎN PROBLEMA SPAȚIALĂ

### 4.1. RELAȚII DE CALCUL

Un punct  $P$  al unui corp elastic poate fi modelat matematic printr-un tetraedru dreptunghic elementar. Dacă pe fețele triedrului dreptunghic paralele cu planele de coordonate  $xy$ ,  $yz$ ,  $zx$  acționează câte o tensiune normală și două tensiuni tangențiale, ansamblul celor două componente constituie *tensorul tensiunilor*, reprezentat simbolic prin tabloul

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Tensiunile tangențiale sînt duale (egale câte două), adică  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ ,  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ , astfel încît tensorul tensiunilor este simetric și are doar șase componente distincte.

Există *trei direcții principale*, reciproc ortogonale, în raport cu care tensiunile normale corespunzătoare iau valori extreme, denumite *tensiuni normale principale*; după aceste direcții, tensiunile tangențiale sînt nule.

Cele trei tensiuni normale principale sînt notate cu  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  în ordinea descrescătoare a mărimii lor; ele sînt rădăcinile ecuației de gradul al treilea

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0, \quad (4.2)$$

în care coeficienții (denumiți cei trei invarianți ai tensiunilor) au următoarele expresii:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \\ I_2 &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2; \\ I_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Cele trei rădăcini ale ecuației (4.2) sînt reale și pot fi obținute sistematizat pe cale trigonometrică. Pentru aceasta se stabilesc următoarele notații:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} I_1^3 - I_2; \\ q &= \frac{1}{3} I_1 I_2 - \frac{2}{27} I_1^3 - I_3; \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} p' &= \sqrt{\frac{p}{3}}; \\ q' &= \frac{q}{2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

și

$$\cos \varphi = \frac{q'}{p'^3}. \quad (4.6)$$



Din relația (4.6) se deduce expresia unghiului  $\varphi$  sub forma

$$\varphi = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{p'^2}{q'^2} - 1}, \quad (4.7)$$

Cu notațiile precedente, rădăcinile ecuației (4.2) se prezintă astfel :

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{I_1}{3} - 2p' \cos \frac{\varphi}{3}; \\ z_2 &= \frac{I_1}{3} + 2p' \cos \frac{\pi - \varphi}{3}; \\ z_3 &= \frac{I_1}{3} + 2p' \cos \frac{\pi + \varphi}{3}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ordonarea valorilor acestor rădăcini în sens descrescător conduce la obținerea tensiunilor normale principale  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  și  $\sigma_3$ .

Direcțiile principale 1, 2 și 3 sînt caracterizate de cosinuşii directori  $l_1$ ,  $m_1$  și  $n_1$  pentru direcția principală 1,  $l_2$ ,  $m_2$  și  $n_2$  pentru direcția principală 2 și  $l_3$ ,  $m_3$  și  $n_3$  pentru direcția principală 3. Valorile acestora sînt date de următoarele egalități :

— *direcția principală 1*

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{A_1}{R_1} = \cos \gamma_{x1}; \\ m_1 &= \frac{B_1}{R_1} = \cos \gamma_{y1}; \\ n_1 &= \frac{C_1}{R_1} = \cos \gamma_{z1}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

in care

$$\begin{aligned} A_1 &= \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_1 - \sigma_y); \\ B_1 &= \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_1 - \sigma_x); \\ C_1 &= (\sigma_1 - \sigma_x)(\sigma_1 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2; \\ R_1 &= \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

— *direcția principală 2*

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{A_2}{R_2} = \cos \gamma_{x2}; \\ m_2 &= \frac{B_2}{R_2} = \cos \gamma_{y2}; \\ n_2 &= \frac{C_2}{R_2} = \cos \gamma_{z2}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

in care

$$\begin{aligned} A_2 &= \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_2 - \sigma_y); \\ B_2 &= \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_2 - \sigma_x); \\ C_2 &= (\sigma_2 - \sigma_x)(\sigma_2 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2; \\ R_2 &= \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

— direcția principală 3

$$\begin{aligned} l_3 &= \frac{A_3}{R_3} = \cos \gamma_{x3}; \\ m_3 &= \frac{B_3}{R_3} = \cos \gamma_{y3}; \\ n_3 &= \frac{C_3}{R_3} = \cos \gamma_{z3}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

în care

$$\begin{aligned} A_3 &= \tau_{xy}\tau_{yz} \mp \tau_{xz}(\sigma_3 - \sigma_y); \\ B_3 &= \tau_{xy}\tau_{zx} \mp \tau_{yz}(\sigma_3 - \sigma_x); \\ C_3 &= (\sigma_3 - \sigma_x)(\sigma_3 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2; \\ R_3 &= \sqrt{A_3^2 \mp B_3^2 \mp C_3^2}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Rezultatele obținute trebuie să satisfacă condițiile de ortogonalitate ale direcțiilor principale 1, 2 și 3, care sînt reprezentate de relațiile :

$$\begin{aligned} l_1 l_2 \mp m_1 m_2 \mp n_1 n_3 &= 0; \\ l_2 l_3 \mp m_2 m_3 \mp n_2 n_3 &= 0; \\ l_3 l_1 \mp m_3 m_1 \mp n_3 n_1 &= 0. \end{aligned} \quad (4.15)$$

În sfîrșit, tensiunea echivalentă este

$$\sigma_{ech} = \sqrt{I_1^3 - 3I_2} = 3p'. \quad (4.16)$$

Notațiile folosite în prezentarea relațiilor de calcul sînt ordonate alfabetic, codificate și definite în tabelul 4.1.

Tabelul 4.1

Notații	Codifi- cări	Definiții sau expresii
$A_1$	A1	$A_1 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{xz}(\sigma_1 - \sigma_y)$ .
$A_2$	A2	$A_2 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{xz}(\sigma_2 - \sigma_y)$ .
$A_3$	A3	$A_3 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{xz}(\sigma_3 - \sigma_y)$ .
$B_1$	B1	$B_1 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_1 - \sigma_x)$ .
$B_2$	B2	$B_2 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_2 - \sigma_x)$ .
$B_3$	B3	$B_3 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_3 - \sigma_x)$ .
$C_1$	C1	$C_1 = (\sigma_1 - \sigma_x)(\sigma_1 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2$ .
$C_2$	C2	$C_2 = (\sigma_2 - \sigma_x)(\sigma_2 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2$ .
$C_3$	C3	$C_3 = (\sigma_3 - \sigma_x)(\sigma_3 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2$ .
$I$	I	Numărul de ordine al cazurilor, ( $i = 1, 2, \dots, 3$ ).
$I_1$	I1	Primul invariant al tensiunilor normale.
$I_2$	I2	Al doilea invariant al tensiunilor normale.

Notății	Codificări	Definiții sau expresii
$I_3$	I3	Al treilea invariant al tensiunilor normale.
$l_1$	I1	$l_1 = A_1/R_1$ . Primul cosinus director al direcției 1.
$l_2$	L2	$l_2 = A_2/R_2$ . Primul cosinus director al direcției 2.
$l_3$	L3	$l_3 = A_3/R_3$ . Primul cosinus director al direcției 3.
$m_1$	M1	$m_1 = B_1/R_1$ . Al doilea cosinus director al direcției 1.
$m_2$	M2	$m_2 = B_2/R_2$ . Al doilea cosinus director al direcției 2.
$m_3$	M3	$m_3 = B_3/R_3$ . Al doilea cosinus director al direcției 3.
$n_1$	N1	$n_1 = C_1/R_1$ . Al treilea cosinus director al direcției 1.
$n_2$	N2	$n_2 = C_2/R_2$ . Al treilea cosinus director al direcției 2.
$n_3$	N3	$n_3 = C_3/R_3$ . Al treilea cosinus director al direcției 3.
$p$	P1	$p = \frac{1}{3} I_1^2 - I_3$ . Notație intermediară.
$p'$	P2	$p' = \sqrt{\frac{p}{3}}$ . Notație intermediară.
$q$	Q1	$q = \frac{1}{3} I_1 I_2 - \frac{2}{27} I_1^3 - I_3$ . Notație intermediară.
$q'$	Q2	$q' = \frac{q}{2}$ . Notație intermediară.
	Q3	Expresie intermediară.
$R_1$	R1	$R_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}$ .
$R_2$	R2	$R_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}$ .
$R_3$	R3	$R_3 = \sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2}$ .
$s$	S	Numărul total de cazuri.
$u_1$	U1	$u_1 = \sqrt{\frac{1}{l_1^2} - 1}$ .
$u_2$	U2	$u_2 = \sqrt{\frac{1}{l_2^2} - 1}$ .
$u_3$	U3	$u_3 = \sqrt{\frac{1}{l_3^2} - 1}$ .
$v_1$	V1	$v_1 = \sqrt{\frac{1}{m_1^2} - 1}$ .
$v_2$	V2	$v_2 = \sqrt{\frac{1}{m_2^2} - 1}$ .

Notății	Codificări	Definiții sau expresii
$v_3$	V3	$v_3 = \sqrt{\frac{1}{n_3^2} - 1}$ .
$w_1$	W1	$w_1 = \sqrt{\frac{1}{n_1^2} - 1}$ .
$w_2$	W2	$w_2 = \sqrt{\frac{1}{n_2^2} - 1}$ .
$w_3$	W3	$w_3 = \sqrt{\frac{1}{n_3^2} - 1}$ .
$z_1$	Z1	$z_1 = \frac{I_1}{3} - 2\rho' \cos \frac{\varphi}{3}$ .
$z_2$	Z2	$z_2 = \frac{I_1}{3} + 2\rho' \cos \frac{\pi - \varphi}{3}$ .
$z_3$	Z3	$z_3 = \frac{I_1}{3} + 2\rho' \cos \frac{\pi + \varphi}{3}$ .
$\gamma_{x1}$	G(1, 1)	$\gamma_{x1} = \text{arctg } u_1$ .
$\gamma_{x2}$	G(1, 2)	$\gamma_{x2} = \text{arctg } u_2$ .
$\gamma_{x3}$	G(1, 3)	$\gamma_{x3} = \text{arctg } u_3$ .
$\gamma_{y1}$	G(2, 1)	$\gamma_{y1} = \text{arctg } v_1$ .
$\gamma_{y2}$	G(2, 2)	$\gamma_{y2} = \text{arctg } v_2$ .
$\gamma_{y3}$	G(2, 3)	$\gamma_{y3} = \text{arctg } v_3$ .
$\gamma_{z1}$	G(3, 1)	$\gamma_{z1} = \text{arctg } w_1$ .
$\gamma_{z2}$	G(3, 2)	$\gamma_{z2} = \text{arctg } w_2$ .
$\gamma_{z3}$	G(3, 3)	$\gamma_{z3} = \text{arctg } w_3$ .
$\sigma_x$	S1	Tensiunea normală în secțiunea $x$ .
$\sigma_y$	S2	Tensiunea normală în secțiunea $y$ .
$\sigma_z$	S3	Tensiunea normală în secțiunea $z$ .
$\sigma_1$	S4	Tensiunea normală principală maximă.
$\sigma_2$	S5	Tensiunea normală principală intermediară.
$\sigma_3$	S6	Tensiunea normală principală minimă.
$\sigma_{ech}$	S $\emptyset$	Tensiunea echivalentă.
$\tau_{xy}$	T(1, 2)	Tensiunea tangențială în secțiunea $x$ , paralelă cu axa $y$ .

Not.șii	Codificări	Definiții sau expresii
$\tau_{yz}$	T(2, 3)	Tensiunea tangențială în secțiunea $y$ , paralelă cu axa $z$ .
$\tau_{zx}$	T(3, 1)	Tensiunea tangențială în secțiunea $z$ , paralelă cu axa $x$ .
$\varphi$	F1	$\varphi = \arctg \sqrt{\frac{p'^6}{q'^2} - 1}$ , Unghi auxiliar.

## 4.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Pe baza organigramei construite pentru determinarea tensiunilor principale în problema spațială a fost scris *programul de calcul EP-11-02*, listat în anexa 4.1. Codificările conținute de acest program corespund notațiilor prezentate și definite în tabelul 4.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1400 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1401 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de probleme care urmează să fie rezolvate. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unei singure probleme, scrise în următoarea ordine:  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  și  $\tau_{zx}$ .

Pentru fiecare problemă programul furnizează:

- mărimile tensiunilor principale  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  și  $\sigma_3$ ;
- mărimea tensiunii echivalente  $\sigma_{ech}$ ;
- cosinuzii directori ai direcțiilor principale 1, 2 și 3;
- mărimile unghiurilor făcute de fiecare direcție principală cu axele de coordonate.

Unitățile de măsură folosite sînt daN/cm<sup>2</sup> pentru tensiuni și radiani pentru unghiuri.

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat la două probleme, ale căror date inițiale sînt prezentate în tabelul 4.2.

Tabelul 4.2

Problema	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{xy}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{zx}$
1	-5,08	-4,98	-13,18	0,41	2,82	0,44
2	-3,07	-1,39	-9,83	0,69	2,58	0,88

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 3 instrucțiuni DATA avînd etichetele 2000, 2010 și 2020.

Anexa 4.2 reproduce rezultatele obținute prin rulara programului EP-11-02 pentru cele două probleme considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-11-02

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE IN PROBLEMA
50 REM * SPATIALA
60 REM *
70 REM *****
80 REM *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA TENSIUNILE NORMALE
100 REM * PRINCIPALE, TENSIUNEA ECHIVALENTA, COSINUSII
110 REM * DIRECTORI SI UNGHIURILE CORESPUNZATOARE ACESTORA *
120 REM *
130 REM *****
140 REM *
150 REM * UNITATI DE MASURA: DAN/(CM^2) PENTRU TENSIUNI
160 REM * SI RADIANI PENTRU UNGHIURI
170 REM *
180 REM *****
190 REM *
200 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT
210 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-1A SI M-11A
220 REM *
230 REM *****

240 PRINT "CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE IN PROBLEMA"
250 PRINT:TAB(18);"SPATIALA"
255 PRINT
260 PRINT:"UNITATI DE MASURA: DAN/(CM^2) PENTRU TENSIUNI"
265 PRINT:"SI RADIANI PENTRU UNGHIURI"
270 PRINT
275 PRINT
280 DIM G(3,3),T(3,3)
290 READ S
300 PRINT:TAB(4);"NUMARUL PROBLEMELOR ESTE S =" :S
310 LET I=1
320 PRINT
330 PRINT
340 PRINT:TAB(14);"PROBLEMA " :I
350 PRINT
360 READ S1,S2,S3,T(1,2),T(2,3),T(3,1)
370 PRINT:TAB(20);"DATE"
380 PRINT:TAB(5);"S1 =" :S1:TAB(24);"T(1,2) =" :T(1,2)
390 PRINT:TAB(5);"S2 =" :S2:TAB(24);"T(2,3) =" :T(2,3)
400 PRINT:TAB(5);"S3 =" :S3:TAB(24);"T(3,1) =" :T(3,1)
410 LET I1=S1+S2+S3
420 LET I2=S1*S2+S2*S3+S3*S1-T(1,2)^2-T(2,3)^2-T(3,1)^2
430 LET Q3=S1*T(2,3)^2+S2*T(3,1)^2+S3*T(1,2)^2
440 LET I3=S1*S2*S3+2*T(1,2)*T(2,3)*T(3,1)-Q3
450 LET P1=I1^2/3-I2
460 LET P2=SQR(P1/3)
470 LET Q1=I1*I2/3-2*I1^3/27-I3
480 LET Q2=Q1/2
490 LET F1=ATN(SQR(P2^6/(Q2^2)-1))
500 LET Z1=I1/3-2*P2*COS(F1/3)
510 LET Z2=I1/3+2*P2*COS((PI-F1)/3)
520 LET Z3=I1/3+2*P2*COS((PI+F1)/3)
530 IF Z1>=Z2 THEN I220
540 IF Z2>=Z3 THEN I310
550 LET S4=Z3
560 IF Z1<Z2 THEN I600
570 LET S5=Z1
580 LET S6=Z2
590 IF Z1>=Z2 THEN I620

```

```

600 LET S5=Z2
610 LET S6=Z1
620 LET A1=T(1,2)*T(2,3)+T(3,1)*(S4-S2)
630 LET A2=T(1,2)*T(2,3)+T(3,1)*(S5-S2)
640 LET A3=T(1,2)*T(2,3)+T(3,1)*(S6-S2)
650 LET B1=T(1,2)*T(3,1)+T(2,3)*(S4-S1)
660 LET B2=T(1,2)*T(3,1)+T(2,3)*(S5-S1)
670 LET B3=T(1,2)*T(3,1)+T(2,3)*(S6-S1)
680 LET C1=(S4-S1)*(S4-S2)-T(1,2)^2
690 LET C2=(S5-S1)*(S5-S2)-T(1,2)^2
700 LET C3=(S6-S1)*(S6-S2)-T(1,2)^2
710 LET R1=SQR((100*A1)^2+(100*B1)^2+(100*C1)^2)/100
720 LET R2=SQR((100*A2)^2+(100*B2)^2+(100*C2)^2)/100
730 LET R3=SQR((100*A3)^2+(100*B3)^2+(100*C3)^2)/100
740 LET L1=A1/R1
750 LET L2=A2/R2
750 LET L3=A3/R3
770 LET M1=B1/R1
780 LET M2=B2/R2
790 LET M3=B3/R3
800 LET N1=C1/R1
810 LET N2=C2/R2
820 LET N3=C3/R3
830 LET U1=SQR((100/L1)^2-10000)/100
840 LET U2=SQR((100/L2)^2-10000)/100
850 LET U3=SQR((100/L3)^2-10000)/100
860 LET V1=SQR((100/M1)^2-10000)/100
870 LET V2=SQR((100/M2)^2-10000)/100
880 LET V3=SQR((100/M3)^2-10000)/100
890 LET W1=SQR((100/N1)^2-10000)/100
900 LET W2=SQR((100/N2)^2-10000)/100
910 LET W3=SQR((100/N3)^2-10000)/100
920 LET G(1,1)=ATN(U1)
930 LET G(2,1)=ATN(V1)
940 LET G(3,1)=ATN(W1)
950 LET G(1,2)=ATN(U2)
960 LET G(2,2)=ATN(V2)
970 LET G(3,2)=ATN(W2)
980 LET G(1,3)=ATN(U3)
990 LET G(2,3)=ATN(V3)
1000 LET G(3,3)=ATN(W3)
1010 LET S0=3*P2
1020 PRINT
1030 PRINT:TAB(18):"TENSIUNI"
1040 PRINT:TAB(5):"S4 =" ;S4:TAB(24):"S5 =" ;S5
1050 PRINT:TAB(5):"S6 =" ;S6:TAB(24):"S0 =" ;S0
1060 PRINT
1070 PRINT:TAB(2):"COSINUSI DIRECTORI":TAB(28):"UNGHURI"
1080 PRINT
1090 PRINT:TAB(5):"L1 =" ;L1:TAB(24):"G(1,1) =" ;G(1,1)
1100 PRINT:TAB(5):"M1 =" ;M1:TAB(24):"G(2,1) =" ;G(2,1)
1110 PRINT:TAB(5):"N1 =" ;N1:TAB(24):"G(3,1) =" ;G(3,1)
1120 PRINT
1130 PRINT:TAB(5):"L2 =" ;L2:TAB(24):"G(1,2) =" ;G(1,2)
1140 PRINT:TAB(5):"M2 =" ;M2:TAB(24):"G(2,2) =" ;G(2,2)
1150 PRINT:TAB(5):"N2 =" ;N2:TAB(24):"G(3,2) =" ;G(3,2)
1160 PRINT
1170 PRINT:TAB(5):"L3 =" ;L3:TAB(24):"G(1,3) =" ;G(1,3)
1180 PRINT:TAB(5):"M3 =" ;M3:TAB(24):"G(2,3) =" ;G(2,3)
1190 PRINT:TAB(5):"N3 =" ;N3:TAB(24):"G(3,3) =" ;G(3,3)
1200 IF I<S THEN 1390

```

ANEXA 4.1 (continuare)

```
1210 GOTO 3000
1220 IF Z1<Z3 THEN 550
1230 LET S4=Z1
1240 IF Z2<Z3 THEN 1280
1250 LET S5=Z2
1260 LET S6=Z3
1270 IF Z2>=Z3 THEN 620
1280 LET S5=Z3
1290 LET S6=Z2
1300 GOTO 620
1310 LET S4=Z2
1320 IF Z1<Z3 THEN 1360
1330 LET S5=Z1
1340 LET S6=Z3
1350 IF Z1>=Z3 THEN 620
1360 LET S5=Z3
1370 LET S6=Z1
1380 GOTO 620
1390 LET I=I+1
1400 GOTO 320
2000 DATA 2
2010 DATA -5.08,-4.98,-13.18,0.41,2.82,0.44
2020 DATA -3.07,-1.39,-9.83,0.69,2.58,0.88
3000 END
```



CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE IN PROBLEMA  
SPATIALA

UNITATI DE MASURA: DAN/(CM^2) PENTRU TENSIUNI  
SI RADIANI PENTRU UNGHIURI

NUMARUL PROBLEMELOR ESTE S = 2.00000

PROBLEMA 1.00000

DATE

S1 = -5.08000      T(1,2) = .410000  
S2 = -4.98000      T(2,3) = 2.82000  
S3 = -13.1800      T(3,1) = .440000

TENSIUNI

S4 = -3.87567      S5 = -5.29805  
S6 = -14.0662      S0 = 9.55899

COSINUSI DIRECTORI

UNGHIURI

L1 = .400174      G(1,1) = 1.15909  
M1 = .871602      G(2,1) = .512333  
N1 = .283144      G(3,1) = 1.28373

L2 = .915838      G(1,2) = .413218  
M2 = -.391566      G(2,2) = 1.16847  
N2 = -.889911E-01      G(3,2) = 1.48169

L3 = -.333044E-01      G(1,3) = 1.53749  
M3 = -.294877      G(2,3) = 1.27147  
N3 = .954953      G(3,3) = .301296

PROBLEMA 2.00000

DATE

S1 = -3.07000      T(1,2) = .690000  
S2 = -1.39000      T(2,3) = 2.58000  
S3 = -9.83000      T(3,1) = .880000

TENSIUNI

S4 = -.358530      S5 = -3.31685  
S6 = -10.6146      S0 = 9.14316

COSINUSI DIRECTORI

UNGHIURI

L1 = .320321      G(1,1) = 1.24473  
M1 = .906038      G(2,1) = .436982  
N1 = .276562      G(3,1) = 1.29059

L2 = .943588      G(1,2) = .337477  
M2 = -.331076      G(2,2) = 1.23335  
N2 = -.509897E-02      G(3,2) = 1.56570

L3 = -.881107E-01      G(1,3) = 1.48258  
M3 = -.262185      G(2,3) = 1.30551  
N3 = .960985      G(3,3) = .280261

**5. CARACTERISTICI GEOMETRICE  
ALE SECȚIUNILOR**

**5.1. DEFINIȚII ȘI EXPRESII**

Caracteristicile geometrice ale secțiunilor intervin, împreună cu proprietățile fizico-mecanice ale materialelor și cu eforturile secționale datorite încărcărilor exterioare, la definirea răspunsului elementelor de construcție de tip bară. Aceste caracteristici, împreună cu expresiile la care dau naștere (excepție făcând caracteristicile sectoriale), sînt definite în cele ce urmează.

*Aria* este o măsură a mărimii unei secțiuni. Ea se notează cu  $A$ , are ecuația dimensională  $[L^2]$  și se exprimă în  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , etc.

*Momentele statice* în raport cu axele  $Oy$  și  $Oz$  ale sistemului ortogonal  $Oyz$ , notate cu  $S_y$  și  $S_z$ , sînt date de relațiile

$$S_y = Az_G; S_z = Ay_G, \quad (5.1)$$

în care  $y_G$  și  $z_G$  sînt coordonatele centrului de greutate al secțiunii.

Ecuația dimensională a momentelor statice este  $[L^3]$ , exprimarea lor făcîndu-se în  $\text{mm}^3$ ,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$ , etc.

*Observație.* Momentul static al unei secțiuni în raport cu o axă care trece prin centrul ei de greutate este nul.

*Momentele de inerție axiale* în raport cu axele  $Oy$  și  $Oz$  ale sistemului ortogonal  $Oyz$ , notate cu  $I_y$  și  $I_z$ , sînt date de relațiile

$$I_y = \int z^2 dA; I_z = \int y^2 dA. \quad (5.2)$$

Ele au ecuația dimensională  $[L^4]$  și se exprimă în  $\text{mm}^4$ ,  $\text{cm}^4$ ,  $\text{dm}^4$ ,  $\text{m}^4$ , etc.

*Momentele de inerție centrifugale* în raport cu axele  $Oy$  și  $Oz$  ale sistemului ortogonal  $Oyz$ , notate cu  $I_{yz}$  și  $I_{zy}$  sînt egale între ele și au expresia

$$I_{yz} = I_{zy} = -\int yz dA. \quad (5.3)$$

Ecuația lor dimensională și modul de exprimare sînt indentice cu cele ale momentelor de inerție axiale.

*Observații.* 1. Dacă una dintre axele de coordonate este axă de simetrie, momentul de inerție centrifugal este nul.

2. În practică interesează momentele de inerție axiale și momentele de inerție centrifugale raportate la un sistem ortogonal de axe de coordonate  $Gyz$  care are originea în centrul de greutate al secțiunii, denumite *axe centrale*.

*Variația momentelor de inerție în raport cu axe paralele.* Presupunând cunoscute momentele de inerție axiale  $I_y$  și  $I_z$  și momentul de inerție centrifugal  $I_{yz}$  în raport cu axele centrale  $Gy$  și  $Gz$ , pentru noi axe de coordonate  $Oy_1$  și  $Oz_1$  paralele cu cele centrale, definite prin relațiile

$$y_1 = y + a; \quad z_1 = z + b, \quad (5.4)$$

se obțin următoarele expresii ale momentelor de inerție :

$$I_{y_1} = I_y + b^2 A; \quad I_{z_1} = I_z + a^2 A \quad (5.5)$$

și

$$I_{y_1 z_1} = I_{yz} + abA. \quad (5.6)$$

Aceste relații sînt folosite curent pentru calculul momentelor de inerție ale secțiunilor compuse.

*Variația momentelor de inerție la rotirea axelor centrale.* Presupunînd cunoscute momentele de inerție  $I_y$ ,  $I_z$  și  $I_{yz}$  în raport cu axele centrale  $Gy$  și  $Gz$ , pentru noi axe de coordonate  $Gy_1$  și  $Gz_1$  rotite față de primele cu unghiul  $\alpha$  (considerat pozitiv cînd este descris în sens orar), se obțin următoarele expresii ale momentelor de inerție :

$$\begin{aligned} I_{y_1} &= \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2} \cos 2\alpha - I_{yz} \sin 2\alpha; \\ I_{z_1} &= \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2} \cos 2\alpha + I_{yz} \sin 2\alpha; \\ I_{y_1 z_1} &= \frac{I_y - I_z}{2} \sin 2\alpha - I_{yz} \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (5.7)$$

*Axe principale și momente de inerție principale.* Unghiul  $\alpha$  prezintă două valori caracteristice  $\alpha_1$  și  $\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$ , pentru care momentele de inerție axiale au valori extreme (un maxim și un minim), acestea reprezentînd *momentele de inerție principale* ale secțiunii. Aceste momente de inerție, notate cu  $I_1$  și  $I_2$ , au următoarele expresii :

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{I_y + I_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}; \\ I_2 &= \frac{I_y + I_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Axele definite de unghiurile  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  poartă denumirile de *axe principale de inerție*, iar direcțiile lor sînt *direcțiile principale de inerție*.

*Observații.* 1. Dacă o secțiune admite o axă de simetrie, aceasta este una dintre axele principale de inerție ale secțiunii.

2. Dacă o secțiune admite două axe de simetrie, acestea sînt axele principale de inerție ale secțiunii.

3. Momentul de inerție centrifugal al unei secțiuni în raport cu axele ei principale de inerție este nul.

Mărimile unghiurilor  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  se determină prin intermediul relațiilor

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= \frac{I_z - I_y}{I_{yz}} = \frac{I_y - I_1}{I_{yz}}; \\ \operatorname{tg} \alpha_2 &= \frac{I_1 - I_z}{I_{yz}} = \frac{I_y - I_2}{I_{yz}}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Momentul de inerție centrifugal în raport cu axele  $Gy$  și  $Gz$  poate fi determinat în funcție de momentele de inerție axiale, cu relația

$$I_{yz} = \sqrt{I_y I_z - I_1 I_2}. \quad (5.10)$$

Modulii de rezistență sînt egali cu rapoartele dintre momentele de inerție principale și distanțele care separă punctele cele mai depărtate ale secțiunii de axele de inerție principale respective. Expresiile lor sînt

$$W_{y_s} = \frac{I_y}{z_s}; \quad W_{y_i} = \frac{I_y}{z_i} \quad (5.11)$$

față de axa principală de inerție  $Gy$  și

$$W_{z_s} = \frac{I_z}{y_{st}}; \quad W_{z_{dr}} = \frac{I_z}{y_{dr}} \quad (5.12)$$

față de axa principală de inerție  $Gz$ , în care  $z_s$  și  $z_i$  sînt distanțele dintre axa  $Gy$  și punctele cele mai depărtate ale secțiunii situate deasupra și sub această axă, iar  $y_{st}$  și  $y_{dr}$  sînt distanțele dintre axa  $Gz$  și punctele cele mai depărtate ale secțiunii situate la stînga și la dreapta acestei axe.

*Observații.* 1. Modulii de rezistență sînt caracteristici secționale cu valori pozitive. Ca urmare, distanțele  $z_s$  și  $y_{st}$  se introduc în calculul acestor moduli cu valorile lor absolute.

2. Dacă secțiunea prezintă o axă de simetrie, cei doi moduli de rezistență în raport cu această axă sînt egali între ei.

Modulii de rezistență au ecuația dimensională  $[L^3]$ , ei exprimîndu-se în  $\text{mm}^3$ ,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$ , etc. Aceste caracteristici intervin în calculul elastic al secțiunilor solicitate de momente încovoietoare.

Razele de inerție ale unei secțiuni sînt definite în raport cu axele de inerție principale astfel:

$$i_1 = \sqrt{\frac{I_1}{A}}; \quad i_2 = \sqrt{\frac{I_2}{A}}. \quad (5.13)$$

*Observație.* În cazul cînd axele  $Gy$  și  $Gz$  sînt axe principale de inerție, în locul notațiilor  $i_1$  și  $i_2$  se păstrează notațiile  $i_y$  și  $i_z$ .

Razele de inerție au ecuația dimensională  $[L]$  și se exprimă în  $\text{mm}$ ,  $\text{cm}$ ,  $\text{dm}$ ,  $\text{m}$ , etc.

Modulul de rezistență plastic este definit prin relația

$$W_{pl} = S_c + S_t, \quad (5.14)$$

în care  $S_c$  și  $S_t$  sînt momentele statice ale zonei comprimate de arie  $A_c$  și zonei întinse de arie  $A_t$  ale unei secțiuni, determinate în raport cu axa neutră corespunzătoare plasticității complete a secțiunii la încovoiere pură.

Axei neutre paralele cu axa principală de inerție  $Gy$  îi corespunde modulul de rezistență plastic  $W_{y,pl}$ , iar axei neutre paralele cu axa principală de inerție  $Gz$  îi corespunde modulul de rezistență plastic  $W_{z,pl}$ .

*Observație.* Calculul în domeniul plastic nu se aplică secțiunilor la care :

- nu există cel puțin o axă de simetrie ;
- axa neutră nu taie materialul ;
- lățimea secțiunii în punctul cel mai depărtat al zonei comprimate, paralelă cu axa neutră, este mai mică decât oricare dintre celelalte lățimi ale secțiunii paralele cu această axă.

*Coeficientul de adaptare plastică* al unei secțiuni, denumit și *coeficient de formă*, este egal cu raportul dintre modulul de rezistență plastic și modulul de rezistență elastic corespunzător. Expresiile acestui coeficient sînt :

$$f_y = \frac{W_{y,pl}}{W_y}; f_z = \frac{W_{z,pl}}{W_z}, \quad (5.15)$$

prima corespunzînd unei axe neutre paralele cu axa de inerție  $Gy$ , iar a doua unei axe neutre paralele cu axa de inerție  $Gz$ .

*Coeficienții de profil* apar în calculul de dimensionare la flambaj al barelor comprimate prin metoda coeficienților de profil. Corespunzător celor două axe principale de inerție  $Gy$  și  $Gz$  ale unei secțiuni, acești coeficienți au expresiile

$$k_y = \frac{A^2}{I_y}; k_z = \frac{A^2}{I_z}. \quad (5.16)$$

## 5.2. TIPURI DE SECȚIUNI

Determinarea pe cale automată a caracteristicilor geometrice s-a studiat în această lucrare pentru 18 secțiuni specifice elementelor de construcție din oțel, beton armat sau beton precomprimat, frecvent întîlnite la stîlpi, bare comprimate sau întinse la grinziile cu zăbrele și la structuri reticulate planare, grinzi cu inimă plină, elemente casetate, nervuri la planșee, etc.

În continuare se prezintă *datele inițiale și relațiile de calcul* pentru determinarea caracteristicilor geometrice corespunzătoare fiecăreia dintre cele 18 secțiuni selectate, notațiile folosite fiind sistematizate, codificate și definite în tabelul 5.1.

*Secțiunea 1*, alcătuită din 4 corniere cu aripi egale, cu aripile la exterior (fig. 5.1).

— *date inițiale* :  $A_1$ ,  $b_1$ ,  $d_1$ ,  $e_{y1}$ ,  $I_{y1}$ ;

— *relații de calcul* :

$$A = 4A_1;$$

$$W_y = W_z = \frac{I_y}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \quad (5.17)$$

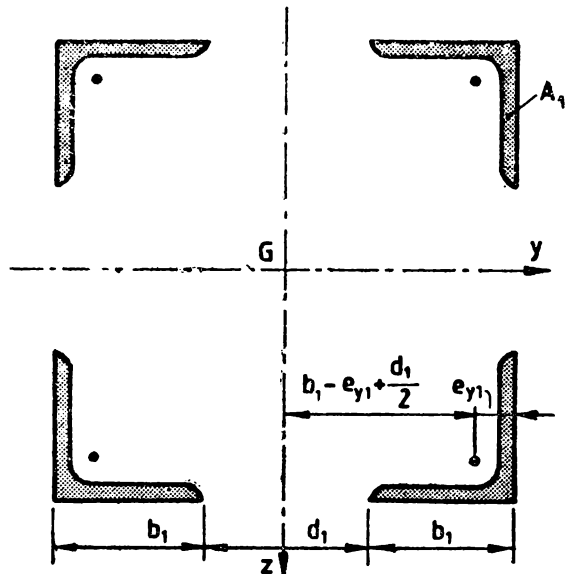


Fig. 5.1

Notații	Codificări	Definiții
$A$	$A \emptyset$	Aria unei secțiuni simple sau aria unei secțiuni compuse.
$A_1$	$A1$	Aria secțiunii transversale a unui element component la secțiunile compuse din profile laminate identice la secțiunile 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 13.
$A_1$	$A1$	Aria secțiunii transversale a primului element component la secțiunile compuse din profile laminate diferite, la secțiunile 7, 8, 12.
$A_2$	$A2$	Aria secțiunii transversale a celui de-al doilea element component la secțiunile compuse din profile laminate diferite la secțiunile 7, 8, 12.
$b_1$	$B1$	Lățimea aripii la o cornieră cu aripi egale, la secțiunile 1, 2, 3.
$b_1$	$B1$	Lățimea aripii scurte la o cornieră cu aripi neegale, la secțiunea 4.
$b_1$	$B1$	Lățimea aripii la profilul U1 care intră în alcătuirea unei secțiuni compuse care cuprinde profile de două tipuri la secțiunile 5, 7, 8, 10, 12 sau la profilul I, secțiunea 13.
$b_1$	$B1$	Lățimea secțiunii tubulare dreptunghiulare.
$b_1$	$B1$	Lățimea golului la secțiunile cu două inimi, (distanța dintre fețele interioare ale inimilor la secțiunea 15).
$b_1$	$B1$	Lățimea bazei mici a secțiunii trapezoidale, la secțiunea 16.
$b_2$	$B2$	Lățimea tălpii celui de-al doilea profil care intră în alcătuirea unei secțiuni compuse care cuprinde profile pe două tipuri, la secțiunile 7 și 12.
$b_2$	$B2$	Lățimea tălpii superioare la secțiunile 15 și 17.
$b_2$	$B2$	Lățimea bazei mari (vecină cu placa) la secțiunea trapezoidală, secțiunea 16.
$b_3$	$B3$	Lățimea platbandei, respectiv a primei platbande (interioare) la secțiuni compuse, la secțiunile 6, 9, 10, 13.
$b_3$	$B3$	Lățimea tălpii inferioare la secțiunile 15 și 17.
$b_3$	$B3$	Lățimea plăcii la secțiunea 16.
$b_4$	$B4$	Lățimea celei de-a doua platbande (intermediare) a unei tălpi, la secțiunea 9.
$b_4$	$B4$	Lățimea platbandei exterioare, la secțiunea 10.
$b_5$	$B5$	Lățimea celei de-a treia platbande (exterioare), la secțiunea 9.
$d$	$D$	Diametrul exterior la secțiunea inelară 18.
$d_1$	$D1$	Distanța dintre virfurile a două corniere, profile U sau I vecine sau dintre fețele aripilor sau inimilor, la secțiunile 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 13.
$d_2$	$D2$	Distanța dintre marginile exterioare ale aripilor cornierelor, paralele cu axa $Gy$ , la secțiunea 11.
$e_{y1}$	$E1$	Distanța de la centrul de greutate $G_1$ până la fața exterioară a aripii unei corniere cu aripi egale, la secțiunile 1, 2, 3, 9.
$e_{y1}$	$E1$	Distanța de la centrul de greutate $G_1$ până la fața exterioară a aripii lungi a unei corniere, la secțiunile 4 și 11.
$e_{y1}$	$E1$	Distanța de la centrul de greutate $G_1$ până la fața exterioară a inimii unui profil U (respectiv profilul U1), la secțiunile 5, 6, 7, 8, 10, 12.
$e_{y2}$	$E2$	Distanța de la centrul de greutate $G_2$ al unui profil $U_2$ până la marginea exterioară a inimii profilului, la secțiunile 7 și 12.
$e_{z1}$	$E3$	Distanța de la centrul de greutate $G_1$ al unei corniere până la marginea exterioară a celeilalte aripi, măsurată paralel cu axa $Gz$ , la secțiunile 4, 11.

Tabelul 5.1 (continuare)

Notății	Codificări	Definiții
$f_y$	F1	Coeficientul de adaptare plastică a secțiunii, în raport cu axa $Gy$ .
$f_z$	F2	Coeficientul de adaptare plastică a secțiunii, în raport cu axa $Gz$ .
$h_1$	H1	Înălțimea secțiunii, egală cu lungimea aripii mari, la secțiunile 4 și 5.
$h_1$	H1	Înălțimea inimii profilului U (respectiv U1) sau I, la secțiunile 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13.
$h_1$	H1	Înălțimea secțiunii tubulare, la secțiunea 14.
$h_1$	H1	Înălțimea inimii (inimilor), la secțiunile 15, 16, 17.
$h_2$	H2	Înălțimea profilelor U2, respectiv distanța dintre profilele U1, la secțiunile 7 și 12.
$h_2$	H2	Înălțimea profilului I, respectiv distanța dintre profilele U1, la secțiunea 8.
$h_6$	H6	Înălțimea inimii grinzii cu inimă plină, la secțiunea 9.
$i$	I	Numărul de ordine al secțiunilor.
$I_x$	Y3	Momentul de inerție principal maxim al unei corniere, la secțiunea 11.
$I_x$	Z3	Momentul de inerție principal minim al unei corniere, la secțiunea 11.
$I_y$	I1	Momentul de inerție al întregii secțiuni în raport cu axa $Gy$ .
$I_{y1}$	Y1	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie $A_1$ în raport cu axa paralelă cu axa $Gy$ și care trece prin centrul ei de greutate $G_1$ .
$I_{y2}$	Y2	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie $A_2$ în raport cu axa paralelă cu axa $Gy$ și care trece prin centrul ei de greutate $G_2$ .
$I_{ys}$	XØ	Momentul de inerție centrifugal al unei secțiuni, în raport cu axele $Gy$ și $Gz$ .
$I_z$	I2	Momentul de inerție al întregii secțiuni în raport cu axa $Gz$ .
$I_{z1}$	Z1	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie $A_1$ în raport cu axa paralelă cu $Gz$ și care trece prin centrul ei de greutate $G_1$ .
$I_{z2}$	Z2	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie $A_2$ în raport cu axa paralelă cu $Gz$ și care trece prin centrul ei de greutate $G_2$ .
$I_1$	J1	Momentul de inerție principal maxim în raport cu axa centrală 1-1 a secțiunii.
$I_2$	J2	Momentul de inerție principal minim în raport cu axa centrală 2-2 a secțiunii.
$i_y$	I3	Raza de inerție a secțiunii, în raport cu axa $Gy$ .
$i_z$	I4	Raza de inerție a secțiunii, în raport cu axa $Gz$ .
$i_1$	J3	Raza de inerție maximă a secțiunii, în raport cu axa principală 1-1.
$i_2$	J4	Raza de inerție minimă a secțiunii, în raport cu axa principală 2-2.
$j$	J	Numărul de identificare a tipului secțiunilor $j = 1$ pentru secțiuni de tipul I

Tabelul 5.1. (continuare)

Notații	Codificări	Definiții
		$j = 2$ pentru secțiuni de tipul 2
		$j = 3$ pentru secțiuni de tipul 3
		$j = 4$ pentru secțiuni de tipul 4
		$j = 5$ pentru secțiuni de tipul 5
		$j = 6$ pentru secțiuni de tipul 6
		$j = 7$ pentru secțiuni de tipul 7
		$j = 8$ pentru secțiuni de tipul 8
		$j = 9$ pentru secțiuni de tipul 9
		$j = 10$ pentru secțiuni de tipul 10
		$j = 11$ pentru secțiuni de tipul 11
		$j = 12$ pentru secțiuni de tipul 12
		$j = 13$ pentru secțiuni de tipul 13
		$j = 14$ pentru secțiuni de tipul 14
		$j = 15$ pentru secțiuni de tipul 15
		$j = 16$ pentru secțiuni de tipul 16
		$j = 17$ pentru secțiuni de tipul 17
		$j = 18$ pentru secțiuni de tipul 18
$k_y$	K1	Coeficientul de profil al secțiunii, în raport cu axa $Gy$ .
$k_z$	K2	Coeficientul de profil al secțiunii, în raport cu axa $Gz$ .
$Q_1 \dots Q_8$	Q1...Q8	Expresii intermediare.
$s$	S	Numărul total de secțiuni.
$S_{y1}$	S1	Momentul static al jumătății secțiunii unui profil 1, în raport cu axa de simetrie care taie înima acestuia, la secțiunile 5, 6, 7, 8, 13.
$S_{z2}$	S2	Momentul static al jumătății secțiunii unui profil 2, în raport cu axa de simetrie care taie înima acestuia, la secțiunea 8.
$t$	T1	Grosimea peretelui la secțiunea inelară 18.
$t_1$	T1	Grosimea peretelui la secțiunea tubulară dreptunghiulară 14.
$t_1$	T1	Grosimea inimii la secțiunea 17.
$t_1$	T1	Grosimea unei inimii la secțiunea casetată 15.
$t_2$	T2	Grosimea tălpii superioare la secțiunea casetată 15.
$t_2$	T2	Grosimea tălpii superioare la secțiunea 17.
$t_3$	T3	Grosimea unei platbande la secțiunile 6 și 13, respectiv a primei platbande (interioare) la secțiunile 9 și 10.
$t_3$	T3	Grosimea tălpii inferioare, la secțiunile 15 și 17.
$t_3$	T3	Grosimea plăcii, la secțiunea 16.
$t_4$	T4	Grosimea celei de-a doua platbande (intermediare) a unei tălpi sau lățimea platbandei exterioare, la secțiunile 9 și 10.
$t_5$	T5	Grosimea celei de-a treia platbande (exterioare), la secțiunea 9.
$t_6$	T6	Grosimea inimii la grinda cu inimă plină, secțiunea 9.
$W_y$	W1	Modulul de rezistență elastic al secțiunii în raport cu axa de simetrie $Gy$ .
$W_{y1}$	W6	Modulul de rezistență elastic al unei secțiuni, corespunzător fibrei extreme inferioare ( $z_i > 0$ ).
$W_{y2}$	W5	Modulul de rezistență elastic al unei secțiuni, corespunzător fibrei extreme superioare ( $z_s < 0$ ).
$W_{y, p}$	W3	Modulul de rezistență plastic al secțiunii, în raport cu axa $Gy$ , la secțiunile 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 17, 18.



Tabelul 5.1. (continuare)

Notații	Codificări	Definiții	
$W_z$	W2	Modulul de rezistență elastic al unei secțiuni în raport cu axa de simetrie $Gz$ .	
$W_{z, p}$	W4	Modulul de rezistență plastic al secțiunii, în raport cu axa $Gz$ , la secțiunile 14 și 18.	
$W_{A1}$	V1	Modulii de rezistență elastici ai secțiunii nesimetrice 12, în raport cu axele principale 1-1 și 2-2, relativ la punctele A, B, C, O.	
$W_{B1}$	V2		
$W_{C1}$	V3		
$W_{O1}$	V4		
$y_G$	G1	Abscisa centrului de greutate al unei secțiuni în raport cu axa inițială $\overline{Oz}$ , la secțiunea 12.	
$z_G$	G2	Ordonata centrului de greutate al unei secțiuni, în raport cu axa inițială $\overline{Oy}$ , la secțiunea 12 sau cu axa de simetrie $Gz$ , la secțiunile 10, 15, 16, 17.	
$y_A$	M1	Distanța de la vârful A la axa principală 2-2.	
$z_A$	N1		Distanța de la vârful A la axa principală 1-1.
$y_B$	M2		Distanța de la vârful B la axa principală 2-2.
$z_B$	N2		Distanța de la vârful B la axa principală 1-1.
$y_C$	M3		Distanța de la vârful C la axa principală 2-2.
$z_C$	N3		Distanța de la vârful C la axa principală 1-1.
$y_O$	M4		Distanța de la vârful O la axa principală 2-2.
$z_O$	N4		Distanța de la vârful O la axa principală 1-1.
$y_{C1}$	Y5	Abscisele punctelor C și O în raport cu sistemul de axe principale G12, la secțiunea 12.	
$y_{O1}$	Y6		
$z_{A1}$	Z5	Ordonatele punctelor A și B în raport cu sistemul de axe principale G12, la secțiunea 12.	
$z_{B1}$	Z6		
$\alpha_1$	U1	Unghiul format de axa principală de inerție 1-1 cu axa $Gy$ .	
$\alpha_2$	U2	Unghiul format de axa principală de inerție 2-2 cu axa $Gy$ .	

$$I_y = I_z = 4I_{y1} + A \left( b_1 - e_{y1} + \frac{d_1}{2} \right)^2; \quad (5.18)$$

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_{y1}}{A}}; \quad k_y = k_z = \frac{A^2}{I_y}. \quad (5.19)$$

Caracteristicile  $W_{y, p}$ ,  $W_{z, p}$ ,  $f_y$  și  $f_z$  nu se determină deoarece axele  $Gy$  și  $Gz$  nu taie secțiunea.

Secțiunea 2, alcătuită din 4 corniere cu aripi egale, dispuse în cruce (fig. 5.2).

— date inițiale: aceleași ca pentru secțiunea 1;

— relații de calcul:

$$I_y = I_z = 4I_{y1} + A \left( e_{y1} + \frac{d_1}{2} \right)^2. \quad (5.20)$$

Caracteristicile  $A$ ,  $W_y$ ,  $W_z$ ,  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.17) și (5.19).

Caracteristicile  $W_{y, p}$ ,  $W_{z, p}$ ,  $f_y$  și  $f_z$  nu se determină deoarece axele  $Gy$  și  $Gz$  nu taie secțiunea.

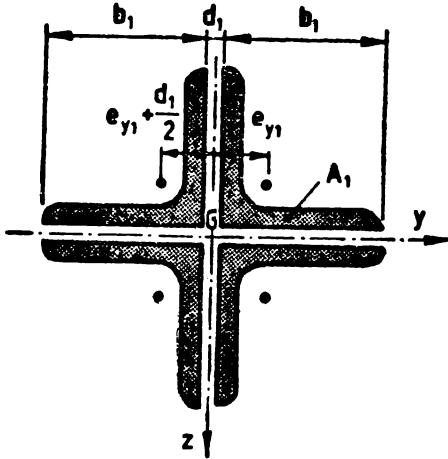


Fig. 5.2

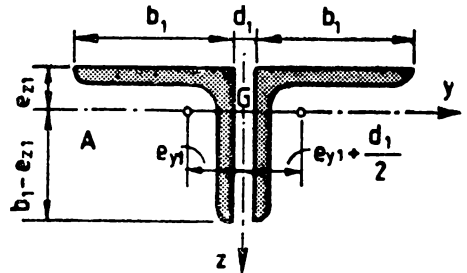


Fig. 5.3

Secțiunea 3, alcătuită din două corniere cu aripi egale dispuse în T (fig. 5.3).

- date inițiale :  $A_1, h_1, b_1, d_1, e_{y1}, e_{z1}, I_{y1}, I_{z1}$  ;
- relații de calcul :

$$A = 2A_1 ; W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}} ; \quad (5.21)$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{e_{z1}} ; W_{yt} = \frac{I_y}{h_1 - e_{z1}} ; \quad (5.22)$$

$$I_y = 2I_{y1} ; I_z = 2I_{z1} + A \left( e_{y1} + \frac{d_1}{2} \right)^2 ; \quad (5.23)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} ; i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} ; \quad (5.24)$$

$$k_y = \frac{A^2}{I_y} ; k_z = \frac{A^2}{I_z} . \quad (5.25)$$

Caracteristicile  $W_{y,p1}, W_{z,p1}, f_y$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 4, alcătuită din două corniere cu aripi neegale, dispuse în T (fig. 5.4).

- date inițiale : la fel ca la secțiunea 3 ;
- relații de calcul :

$$W_{yt} = \frac{I_y}{h_1 - e_{z1}} ; \quad (5.26)$$

Caracteristicile  $A, W_z, W_{ys}, I_y, I_z, i_y, i_z, k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.21)...(5.25).

Caracteristicile  $W_{y,p1}, W_{z,p1}, f_y$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

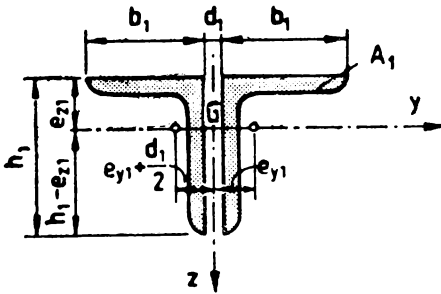


Fig. 5.4

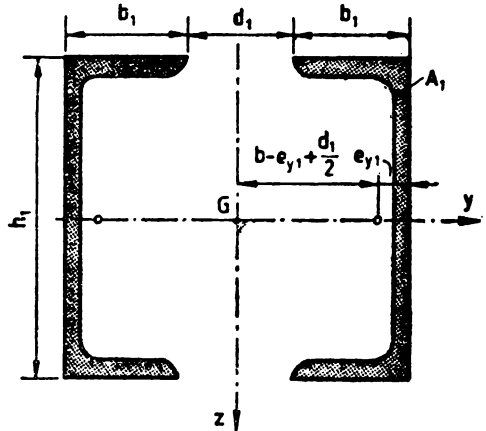


Fig. 5.5

Secțiunea 5, alcătuită din două profile  $U$ , cu inimile la exterior (fig. 5.5).

— date inițiale:  $A_1$ ,  $h_1$ ,  $b_1$ ,  $d_1$ ,  $e_{y1}$ ,  $S_{y1}$ ,  $I_{y1}$ ,  $I_{z1}$ ;

— relații de calcul:

$$I_z = 2I_{z1} + A \left( b_1 - e_{y1} + \frac{d_1}{2} \right)^2; \quad (5.27)$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1}; \quad W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}}; \quad (5.28)$$

$$W_{y,p1} = 4S_{y1}; \quad f_y = \frac{W_{y,p1}}{W_y}. \quad (5.29)$$

Caracteristicile  $A$ ,  $I_y$ ,  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.21), (5.23), (5.24) și (5.25).

Caracteristicile  $W_{z,p1}$  și  $f_z$  nu se determină deoarece axa  $Gz$  nu taie materialul secțiunii.

Secțiunea 6, alcătuită din două profile  $U$  cu inimile alăturate și din două platbande (fig. 5.6).

— date inițiale:  $A_1$ ,  $h_1$ ,  $b_1$ ,  $d_1$ ,  $b_3$ ,  $t_3$ ,  $e_{y1}$ ,  $S_{y1}$ ,  $I_{y1}$ ,  $I_{z1}$ ;

— relații de calcul:

$$A = 2A_1 + 2b_3t_3; \quad W_y = \frac{I_y}{\frac{h_1}{2} + t_3}; \quad (5.30)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \text{ pentru } b_3 \geq d_1 + 2b_1, \quad (5.31)$$

$$W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \text{ pentru } b_3 < d_1 + 2b_1; \quad (5.32)$$

$$I_y = 2I_{y1} + \frac{b_3}{12} [(h_1 + 2t_3)^3 - h_1^3]; \quad (5.33)$$

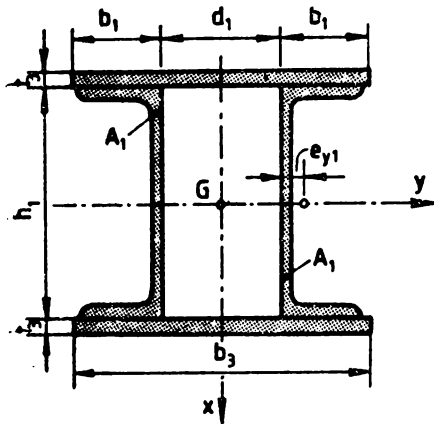


Fig. 5.6

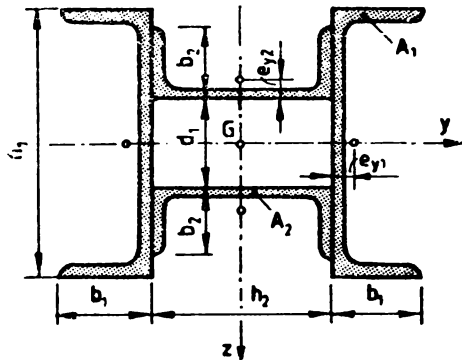


Fig. 5.7

$$I_z = 2I_{z1} + 2A_1 \left( e_{y1} + \frac{d_1}{2} \right)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{6}; \quad (5.34)$$

$$W_{y.p1} = 4S_{y1} + b_3 t_3 (h_1 + t_3). \quad (5.35)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  și  $f_y$  se determină cu relațiile (5.24), (5.25) și (5.29).

Caracteristicile  $W_{z.p1}$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 7, alcătuită din două profile  $U$  notate cu 1 și din două profile  $U$  notate cu 2, dispuse ca în figura 5.7.

- date inițiale :  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $h_1$ ,  $b_1$ ,  $h_2$ ,  $b_2$ ,  $d_1$ ,  $S_{y1}$ ,  $e_{y1}$ ,  $e_{y2}$ ,  $I_{y1}$ ,  $I_{y2}$ ,  $I_{z1}$ ,  $I_{z2}$ ;
- relații de calcul :

$$A = 2(A_1 + A_2); \quad W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{h_2}{2}}; \quad (5.36)$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1} \text{ pentru } h_1 \geq d_1 + 2b_2; \quad (5.37)$$

$$W_y = \frac{I_y}{b_2 + \frac{d_1}{2}} \text{ pentru } h_1 < d_1 + 2b_2; \quad (5.38)$$

$$W_{y.p1} = 4S_{y1} + 2A_2 \left( e_{y2} + \frac{d_1}{2} \right); \quad (5.39)$$

$$I_y = 2I_{y1} + 2I_{z2} + 2A_2 \left( e_{y2} + \frac{d_1}{2} \right)^2; \quad (5.40)$$

$$I_z = 2I_{z1} + 2I_{y2} + 2A_1 \left( e_{y1} + \frac{h_2}{2} \right)^2; \quad (5.41)$$

$$f_y = \frac{W_{y.p1}}{W_y} \text{ pentru } h_1 \geq d_1 + 2b_2. \quad (5.42)$$

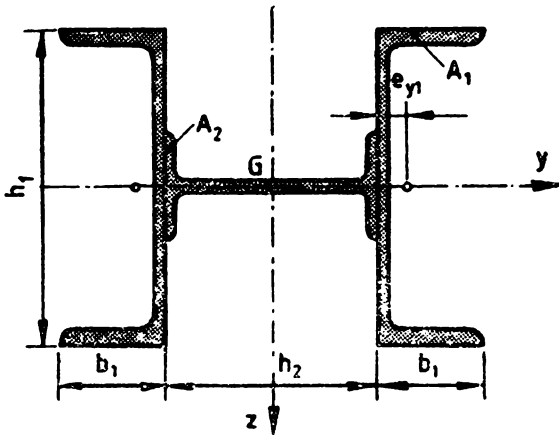


Fig. 5.8

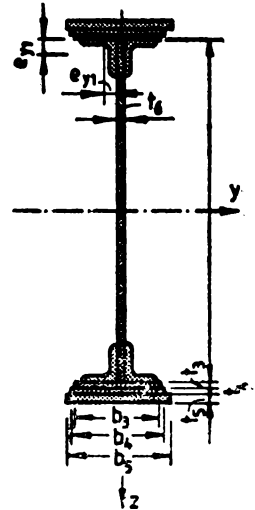


Fig. 5.9

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$ , și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.24) și (5.25).

Caracteristicile  $W_{z,pl}$  și  $f_z$  nu se folosesc în practică, iar caracteristicile  $W_{y,pl}$  și  $f_y$  nu se determină pentru  $h_1 < d_1 + 2b_2$  din același motiv.

Secțiunea 8, alcătuită din două profile U notate cu 1, legate printr-un profil I notat cu 2 (fig. 5.8).

- date inițiale:  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $h_1$ ,  $b_1$ ,  $h_2$ ,  $e_{y1}$ ,  $S_{y1}$ ,  $S_{z2}$ ,  $I_{y1}$ ,  $I_{y2}$ ,  $I_{z1}$ ,  $I_{z2}$ ;
- relații de calcul:

$$A = 2A_1 + A_2; \quad I_y = 2I_{y1} + I_{z2}; \quad (5.43)$$

$$I_z = I_{y2} + 2I_{z1} + 2A_1 \left( e_{y1} + \frac{h_2}{2} \right)^2; \quad (5.44)$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1}; \quad W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{h_2}{2}}; \quad (5.45)$$

$$W_{y,pl} = 4S_{y1} + 2S_{z2}. \quad (5.46)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  și  $f_y$  se determină cu relațiile (5.24), (5.25) și (5.29).

Caracteristicile  $W_{z,pl}$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 9, în formă de dublu T cu două axe de simetrie, alcătuită dintr-o inimă, 4 corniere cu aripi egale și din una, două sau trei platbande la fiecare talpă (fig. 5.9).

- date inițiale:  $A_1$ ,  $b_3$ ,  $t_3$ ,  $b_4$ ,  $t_4$ ,  $b_5$ ,  $t_5$ ,  $h_6$ ,  $t_6$ ,  $e_{y1}$ ,  $I_{y1}$ ;

Se admite că  $b_3 \geq b_4 \geq b_5$ .

Dacă tălpile sînt alcătuite din cîte două platbande, se ia  $b_5 = t_5 = 0$ .

Dacă tălpile sînt alcătuite din cîte o singură platbandă, se ia  $b_4 = t_4 = 0$  și  $b_5 = t_5 = 0$ .

- relații de calcul:

$$A = 4A_1 + 2(b_3t_3 + b_4t_4 + b_5t_5) + h_6t_6; \quad (5.47)$$

$$J_y = \frac{t_6 h_6^3}{12} + \frac{b_3}{12} [(h_6 + 2t_3)^3 - h_6^3] + \frac{b_4}{12} [(h_6 + 2t_3 + 2t_4)^3 - (h_6 + 2t_3)^3] +$$

$$+ \frac{b_5}{12} [(h_6 + 2t_3 + 2t_4 + 2t_5)^3 - (h_6 + 2t_3 + 2t_4)^3] + 4I_{y1} + A_1 (h_6 - 2e_{y1})^2; \quad (5.48)$$

$$I_z = 4I_{y1} + A_1 (2e_{y1} + t_6)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{6} + \frac{t_4 b_4^3}{6} + \frac{t_5 b_5^3}{6} + \frac{h_6 t_6^3}{12}; \quad (5.49)$$

$$W_y = \frac{I_y}{t_2 + t_4 + t_5 + \frac{h_6}{2}}; \quad W_z = \frac{2I_z}{b_3}; \quad (5.50)$$

$$W_{y,p1} = \frac{t_6 h_6^2}{4} + 4A_1 \left( \frac{h_6}{2} - e_{y1} \right) + b_3 t_3 (h_6 + t_3) + b_4 t_4 (h_6 + 2t_3 + t_4) +$$

$$+ b_5 t_5 (h_6 + 2t_3 + 2t_4 + t_5); \quad (5.51)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  și  $f_y$  se determină cu relațiile (5.24), (5.25) și (5.29).

Caracteristicile  $W_{z,p1}$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

*Secțiunea 10*, alcătuită din două profile  $U$  cu una sau două platbande la talpa superioară (fig. 5.10).

— *date inițiale*:  $A_1$ ,  $h_1$ ,  $b_3$ ,  $t_3$ ,  $b_4$ ,  $t_4$ ,  $d_1$ ,  $e_{y1}$ ,  $I_{y1}$ ,  $I_{z1}$ .

Dacă secțiunea are o singură platbandă, se ia  $b_4 = t_4 = 0$ .

Dacă secțiunea nu are platbande, se ia  $b_3 = t_3 = 0$  și  $b_4 = t_4 = 0$ .

— *relații de calcul*:

$$A = 2A_1 + b_3 t_3 + b_4 t_4; \quad W_z = \frac{2I_z}{b_3}; \quad (5.52)$$

$$W_{y,s} = \frac{I_y}{h_1 + t_3 + t_4 - z_G}; \quad W_{y,t} = \frac{I_y}{z_G}; \quad (5.53)$$

$$z_G = \frac{1}{A} \left[ A_1 h_1 + b_3 t_3 \left( h_1 + \frac{t_3}{2} \right) + b_4 t_4 \left( h_1 + t_3 + \frac{t_4}{2} \right) \right]; \quad (5.54)$$

$$I_y = 2I_{y1} + 2A_1 \left( z_G - \frac{h_1}{2} \right)^2 + \frac{b_3 t_3^3}{12} + b_3 t_3 \left( h_1 + \frac{t_3}{2} - z_G \right)^2 + \frac{b_4 t_4^3}{12} +$$

$$+ b_4 t_4 \left( h_1 + t_3 + \frac{t_4}{2} - z_G \right)^2; \quad (5.55)$$

$$I_z = 2I_{z1} + 2A_1 \left( e_{y1} + \frac{d_1}{2} \right)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{12} + \frac{t_4 b_4^3}{12}. \quad (5.56)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.24) și (5.25).

Caracteristicile  $W_{y,p1}$ ,  $W_{z,p1}$ ,  $f_y$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

*Secțiunea 11*, alcătuită din două corniere cu aripi egale sau neegale, dispuse antisimetric (fig. 5.11).

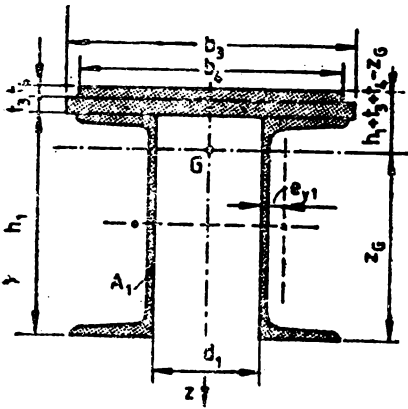


Fig. 5.10

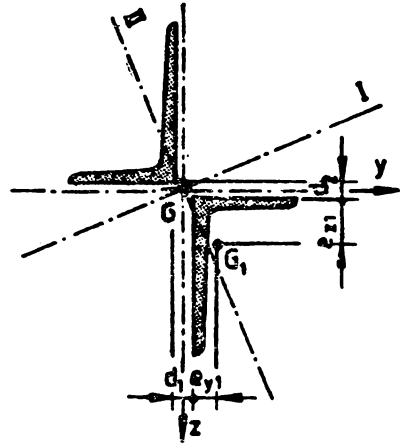


Fig. 5.11

- date inițiale :  $A_1, d_1, d_2, e_{y1}, e_{z1}, I_{y1}, I_{z1}, I_u, I_v$  ;  
 — relații de calcul :

$$I_y = 2I_{y1} + A \left( e_{z1} + \frac{d_2}{2} \right)^2 ; \quad (5.57)$$

$$I_{yz} = 2\sqrt{I_{y1}I_{z1} - I_u I_v} + \frac{A_1}{2} (e_{y1} + d_1)(e_{z1} + d_2). \quad (5.58)$$

Caracteristicile  $A, I_z, I_1, I_2, \operatorname{tg} \alpha_1, \operatorname{tg} \alpha_2, i_y$  și  $i_z$  se determină cu relațiile (5.21), (5.23), (5.8), (5.9) și (5.13).

Celelalte caracteristici nu se folosesc în practică.

Secțiunea 12, alcătuită din două profile U notate cu 1 și 2, așezate nesimetric (fig. 5.12).

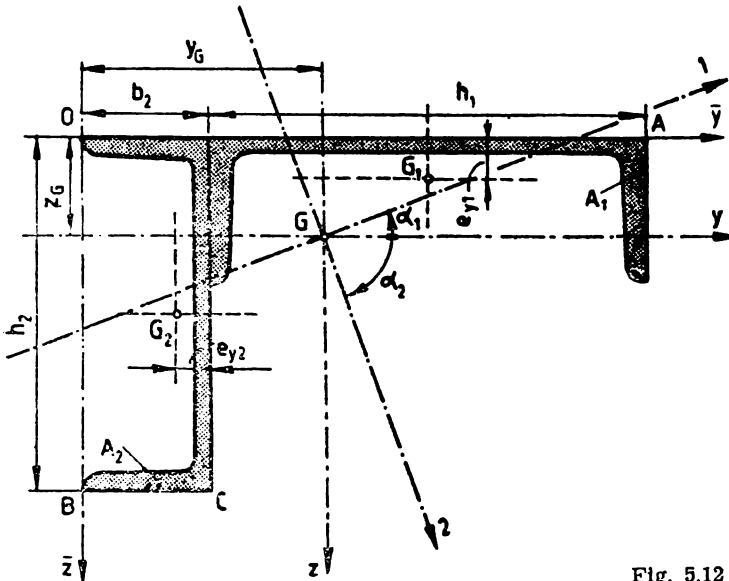


Fig. 5.12

— date inițiale:  $A_1, A_2, h_1, h_2, b_2, e_{y1}, e_{y2}, I_{y1}, I_{y2}, I_{z1}, I_{z2}$ .  
 — relații de calcul:

$$A = A_1 + A_2; z_G = \frac{1}{A} \left( (A_1 e_{y1} + \frac{A_2 h_2}{2}) \right); \quad (5.59)$$

$$y_G = \frac{1}{A} \left[ A_1 \left( \frac{h_1}{2} + b_2 \right) + A_2 (b_2 - e_{y2}) \right]; \quad (5.60)$$

$$I_y = I_{z1} + I_{y2} + A_1 (z_G - e_{y1})^2 + A_2 \left( \frac{h_2}{2} - z_G \right)^2; \quad (5.61)$$

$$I_z = I_{y1} + I_{z2} + A_1 \left( \frac{h_1}{2} + b_2 - y_G \right)^2 + A_2 (y_G - b_2 + e_{y2})^2; \quad (5.62)$$

$$I_{yz} = -A_1 \left( \frac{h_1}{2} + b_2 - y_G \right) (z_G - e_{y1}) - A_2 (y_G - b_2 + e_{y2}) \left( \frac{h_2}{2} - z_G \right); \quad (5.63)$$

$$y_A = h_1 + b_2 - y_G; z_A = -z_G; \quad (5.64)$$

$$y_B = -y_G; z_B = h_2 - z_G; \quad (5.65)$$

$$y_C = b_2 - y_G; z_C = h_2 - z_G; \quad (5.66)$$

$$y_O = -y_G; z_O = -z_G; \quad (5.67)$$

$$z_{A1} = -z_A \cos \alpha_1 + y_A \sin \alpha_1; \quad (5.68)$$

$$z_{B1} = -z_B \cos \alpha_1 + y_B \sin \alpha_1; \quad (5.69)$$

$$y_{C1} = z_C \sin \alpha_1 + y_C \cos \alpha_1; \quad (5.70)$$

$$y_{O1} = z_O \sin \alpha_1 + y_O \cos \alpha_1; \quad (5.71)$$

$$W_{A1} = \frac{I_1}{z_{A1}}; \quad W_{B1} = \frac{I_1}{z_{B1}}; \quad (5.72)$$

$$W_{C1} = \frac{I_2}{y_{C1}}; \quad W_{O1} = \frac{I_2}{y_{O1}}. \quad (5.73)$$

Caracteristicile  $I_1, I_2, \operatorname{tg} \alpha_1, \operatorname{tg} \alpha_2, i_1$  și  $i_2$  se determină cu relațiile (5.8), (5.9) și (5.13).

Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

**Secțiunea 13**, alcătuită din două profile  $I$  alăturate, cu tălpi din platbande (fig. 5.13).

— date inițiale:  $A_1, d_1, h_1, b_1, t_3, b_3, I_{y1}, I_{z1}, S_{y1}$ ;  
 — relații de calcul:

$$A = 2A_1 + 2b_3 t_3; W_y = \frac{I_y}{\frac{h_1}{2} + t_3}; \quad (5.74)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \text{ pentru } b_3 \geq d_1 + 2b_1; \quad (5.75)$$

$$W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \text{ pentru } b_3 < d_1 + 2b_1; \quad (5.76)$$



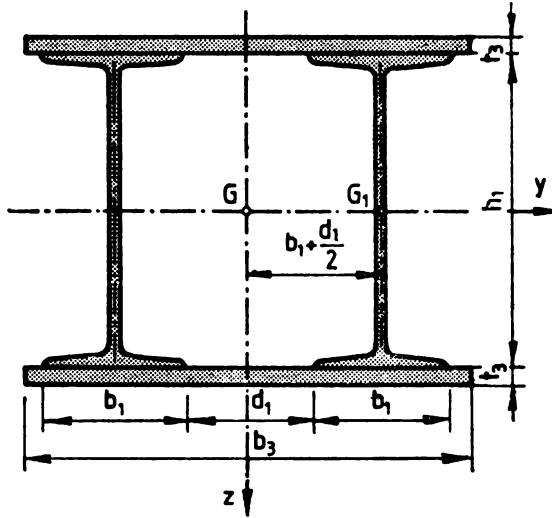


Fig. 5.13

$$I_y = 2I_{y1} + \frac{b_2}{12} [(h_1 + 2t_3)^3 - h_1^3]; \quad (5.77)$$

$$I_z = 2I_{z1} + \frac{A_1}{2} (b_1 + d_1)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{6}; \quad (5.78)$$

$$W_{y,pl} = 4S_{y1} + b_3 t_3 (h_1 + t_3). \quad (5.79)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  și  $f_y$  se determină cu relațiile (5.13), (5.16) și (5.15).

Caracteristicile  $W_{z,pl}$  și  $f_z$  nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

*Secțiunea I4* în formă de casetă dreptunghiulară închisă, cu grosimea peretelui constantă (fig. 5.14).

- date inițiale:  $b_1$ ,  $h_1$ ,  $t_1$ ;
- relații de calcul:

$$A = 2t_1(b_1 + h_1 - 2t_1); \quad (5.80)$$

$$I_y = \frac{b_1 h_1^3 - (b_1 - 2t_1)(h_1 - 2t_1)^3}{12}; \quad (5.81)$$

$$I_z = \frac{h_1 b_1^3 - (h_1 - 2t_1)(b_1 - 2t_1)^3}{12}; \quad (5.82)$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1}; \quad W_z = \frac{2I_z}{b_1}; \quad (5.83)$$

$$W_{y,pl} = b_1 t_1 (h_1 - t_1) + t_1 \left( \frac{h_1}{2} - t_1 \right)^2; \quad (5.84)$$

$$W_{z,pl} = h_1 t_1 (b_1 - t_1) + t_1 \left( \frac{b_1}{2} - t_1 \right)^2. \quad (5.85)$$

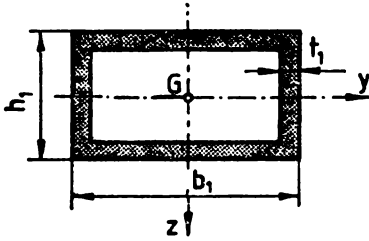


Fig. 5.14

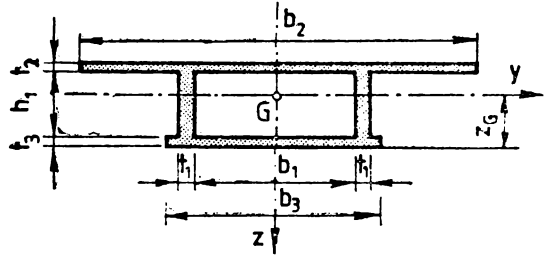


Fig. 5.15

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $f_y$ ,  $f_z$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.13), (5.15) și (5.16).

Secțiunea 15, în formă de casetă cu aripi la ambele tălpi (fig. 5.15).

— date inițiale:  $h_1$ ,  $b_1$ ,  $t_1$ ,  $b_2$ ,  $t_2$ ,  $b_3$ ,  $t_3$ .

Prin particularizarea datelor inițiale pot fi studiate secțiunile prezentate în figurile 5.16 a...f.

— relații de calcul:

$$A = 2h_1t_1 + b_2t_2 + b_3t_3; \quad (5.86)$$

$$z_G = \frac{1}{A} \left[ b_2t_2 \left( \frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 \right) + 2h_1t_1 \left( \frac{h_1}{2} + t_3 \right) + \frac{b_3t_3^2}{2} \right]; \quad (5.87)$$

$$I_y = \frac{b_2t_2^3}{12} + b_2t_2 \left( \frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 - z_G \right)^2 + \frac{t_1h_1^3}{6} + 2h_1t_1 \left( \frac{h_1}{2} + t_3 - z_G \right)^2 + \frac{b_3t_3^3}{12} + b_3t_3 \left( z_G - \frac{t_3}{2} \right)^2; \quad (5.88)$$

$$I_z = \frac{t_2b_2^3 + t_3b_3^3}{12} + \frac{h_1t_1^3}{6} + \frac{h_1t_1}{2} (b_1 + t_1)^2; \quad (5.89)$$

$$W_{y_s} = \frac{I_y}{t_2 + h_1 + t_3 - z_G}; \quad W_{y_t} = \frac{I_y}{z_G}; \quad (5.90)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_2} \quad \text{pentru } b_2 \geq b_3; \quad (5.91)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \quad \text{pentru } b_2 < b_3; \quad (5.92)$$

$$W_{y_p} = b_2t_2 \left( \frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 - z_G \right) + b_3t_3 \left( z_G - \frac{t_3}{2} \right) + \frac{t_1}{2} (h_1 + t_3 - z_G)^2 + \frac{t_1}{2} (z_G - t_3)^2. \quad (5.93)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $f_y$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.13), (5.15) și (5.16).

Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

Secțiunea 16, alcătuită dintr-o nervură trapezoidală și o talpă (fig. 5.17).

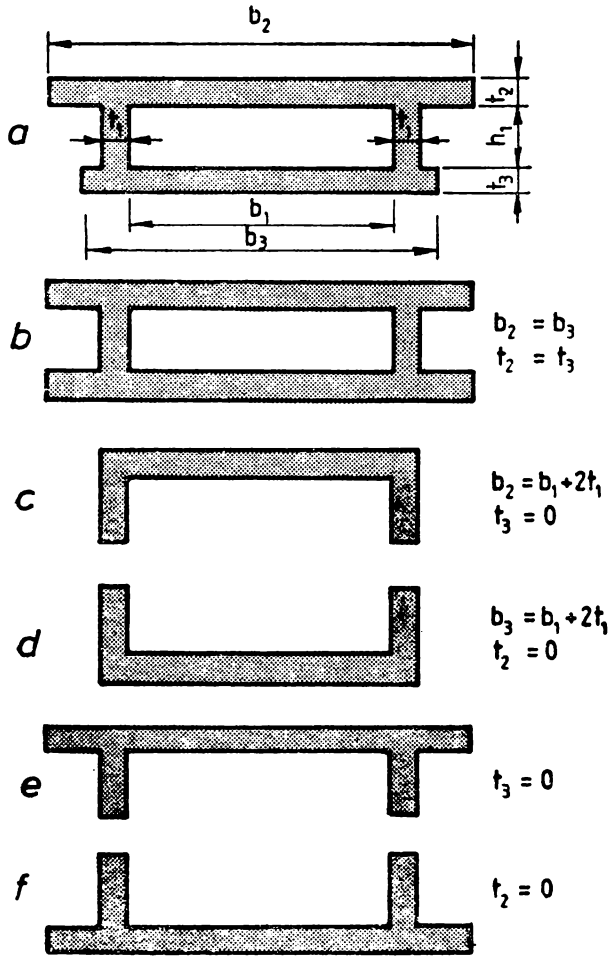


Fig. 5.16

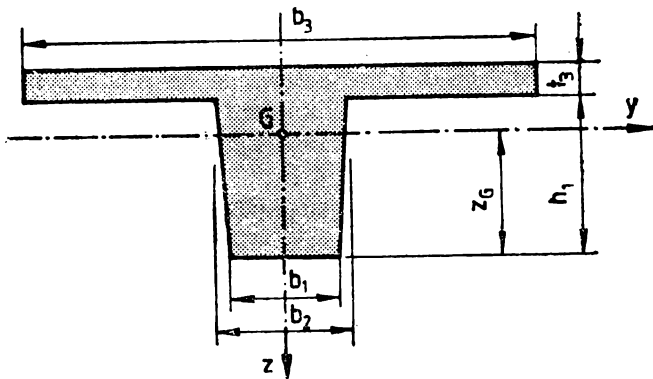


Fig. 5.17

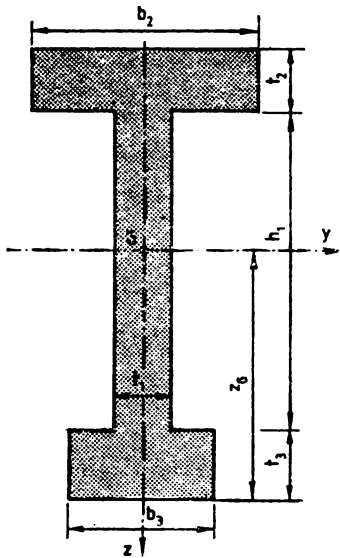


Fig. 5.18

— date inițiale:  $b_1, h_1, b_2, b_3, t_3$ ;

— relații de calcul:

$$A = b_3 t_3 + \frac{h_1}{2} (b_1 + b_2); \quad W_z = \frac{2I_z}{b_3}; \quad (5.94)$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{h_1 + t_3 - z_G}; \quad W_{yi} = \frac{I_y}{z_G}; \quad (5.95)$$

$$z_G = \frac{1}{A} \left[ b_3 t_3 \left( h_1 + \frac{t_3}{2} \right) + \frac{1}{6} (b_1 + 2b_2) h_1^2 \right]; \quad (5.96)$$

$$I_y = \frac{b_3^3 t_3^3}{12} + b_3 t_3 \left( h_1 + \frac{t_3}{2} - z_G \right)^2 + \frac{t_1^3 + 4b_1 b_2 + b_2^3}{b_1 + b_2} \cdot \frac{h_1^3}{36} + \frac{h_1}{2} (b_1 + b_2) \left( \frac{2b_1 + b_2}{b_1 + b_2} \cdot \frac{h_1}{3} - z_G \right)^2; \quad (5.97)$$

$$I_z = \frac{t_3^3}{12} + \frac{h_1 (b_1 + b_2) (b_1^2 + b_2^2)}{48}. \quad (5.98)$$

Caracteristicile  $i_y, i_z, k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.13) și (5.16). Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

**Secțiunea 17**, în formă de dublu T, cu o singură axă de simetrie (fig. 5.18).

— date inițiale:  $h_1, t_1, b_2, t_2, b_3, t_3$ ;

Prin particularizarea datelor inițiale pot fi studiate secțiunile prezentate în figura 5.19.

— relații de calcul:

$$A = t_1 h_1 + t_2 b_2 + t_3 b_3; \quad (5.99)$$

$$z_G = \frac{1}{A} \left[ b_2 t_2 \left( t_3 + h_1 + \frac{t_2}{2} \right) + h_1 t_1 \left( t_3 + \frac{h_1}{2} \right) + \frac{b_3^3 t_3^3}{2} \right]; \quad (5.100)$$

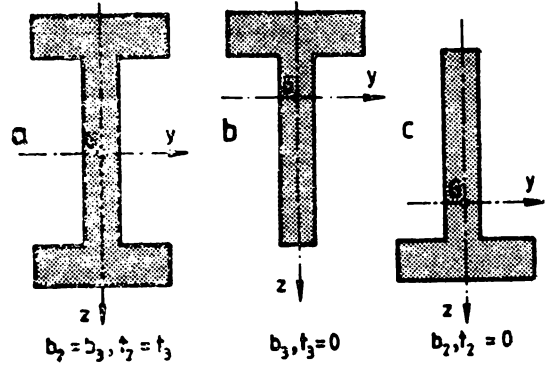


Fig. 5.19

$$I_y = \frac{b_2 t_2^3 + t_1 h_1^3 + b_3 t_3^3}{12} + b_2 t_2 \left( \frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 - z_G \right)^2 + t_1 h_1 \left( \frac{h_1}{2} + t_3 - z_G \right)^2 + b_3 t_3 \left( z_G - \frac{t_3}{2} \right)^2; \quad (5.101)$$

$$I_z = \frac{h_1 t_1^3 + t_2 b_2^3 + t_3 b_3^3}{12}; \quad (5.102)$$

$$W_{y_s} = \frac{I_y}{h_1 + t_2 + t_3 - z_G}; \quad W_{y_t} = \frac{I_y}{z_G}; \quad (5.103)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_2} \quad \text{pentru } b_2 \geq b_3; \quad (5.104)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \quad \text{pentru } b_2 < b_3; \quad (5.105)$$

$$W_{y.p.t} = b_2 t_2 \left( t_2 + h_1 + t_3 - z_G \right) + b_3 t_3 \left( z_G - \frac{t_3}{2} \right) + \frac{t_1}{2} (t_3 + h_1 - z_G)^2 + \frac{t_1}{2} (z_G - t_3)^2. \quad (5.106)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $f_y$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.13), (5.15) și (5.16).

Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

Secțiunea 18 de formă inelară (fig. 5.20).

— date inițiale:  $d_1$ ,  $t_1$ ;

— relații de calcul:

$$A = \frac{\pi}{4} [d_1^2 - (d_1 - 2t_1)^2]; \quad (5.107)$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi}{64} [d_1^4 - (d_1 - 2t_1)^4]; \quad (5.108)$$

$$W_y = W_z = \frac{2I_y}{d_1}; \quad (5.109)$$

$$W_{y.p.t} = W_{z.p.t} = \frac{1}{6} [d_1^3 - (d_1 - 2t_1)^3]. \quad (5.110)$$

Caracteristicile  $i_y$ ,  $i_z$ ,  $f_y$ ,  $f_z$ ,  $k_y$  și  $k_z$  se determină cu relațiile (5.13), (5.15) și (5.16).

### 5.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin folosirea organigramei construite pentru determinarea caracteristicilor geometrice ale celor 18 secțiuni considerate a fost scris *programul de calcul EP-21-01* listat în anexa 5.1. Pentru aceasta au fost folosite codificările cuprinse în tabelul 5.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 4460 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 6000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 4461 și 5999.

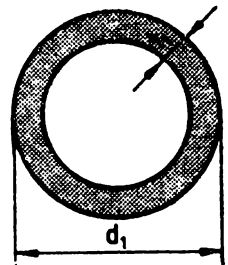


Fig. 5.20

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de secțiuni cărora urmează să li se determine caracteristicile geometrice. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni sau perechi de instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele inițiale necesare pentru determinarea caracteristicilor geometrice ale unei singure secțiuni, scrise în ordinea prezentată în paragraful 5.2 pentru fiecare dintre cele 18 secțiuni studiate, precedate de numărul care indică tipul secțiunii respective.

Pentru fiecare secțiune programul furnizează aria, coordonatele centrului de greutate, momentele de inerție, modulii de rezistență elastici și plastici, razele de inerție și coeficienții de calcul.

Unitățile de măsură folosite sînt cm pentru lungimi, cm<sup>2</sup> pentru arii, cm<sup>3</sup> pentru moduli de rezistență, cm<sup>4</sup> pentru momente de inerție și radiani pentru unghiuri.

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat unui număr de 6 secțiuni;

Valorile numerice ale caracteristicilor inițiale corespunzătoare acestor secțiuni au fost luate după cum urmează.

Secțiunea 1 :  $A_1 = 42,3 \text{ cm}^2$  ;  $b_1 = 8,5 \text{ cm}$  ;  $b_3 = 30 \text{ cm}$  ;  $d_1 = 12 \text{ cm}$  ;  
 Tipul 6  $h_1 = 24 \text{ cm}$  ;  $e_{y1} = 2,23 \text{ cm}$  ;  $t_3 = 1,5 \text{ cm}$  ;  $I_{y1} = 3\,600 \text{ cm}^4$  ;  
 $I_{z1} = 248 \text{ cm}^4$  ;  $S_{y1} = 179 \text{ cm}^3$ .

Secțiunea 2 :  $A_1 = 12,3 \text{ cm}^2$  ;  $b_3 = 22 \text{ cm}$  ;  $t_3 = 1,2 \text{ cm}$  ;  $b_4 = 20 \text{ cm}$  ;  
 Tipul 9  $t_4 = 1,0 \text{ cm}$  ;  $b_5 = 18 \text{ cm}$  ;  $t_5 = 1,0 \text{ cm}$  ;  $h_6 = 76 \text{ cm}$  ;  $t_6 =$   
 $= 1,0 \text{ cm}$  ;  $e_{y1} = 2,26 \text{ cm}$  ;  $I_{y1} = 72,2 \text{ cm}^4$ .

Secțiunea 3 :  $A_1 = 42,3 \text{ cm}^2$  ;  $b_3 = 32 \text{ cm}^2$  ;  $t_3 = 1,5 \text{ cm}$  ;  $b_4 = 0$  ;  $t_4 =$   
 Tipul 10  $= 0$  ;  $h_1 = 24 \text{ cm}$  ;  $d_1 = 12,0 \text{ cm}$  ;  $e_{y1} = 2,23 \text{ cm}$  ;  $I_{y1} =$   
 $= 3\,600 \text{ cm}^4$  ;  $I_{z1} = 248 \text{ cm}^4$ .

Secțiunea 4 :  $A_1 = 58,8 \text{ cm}^2$  ;  $A_2 = 42,3 \text{ cm}^2$  ;  $h_1 = 30 \text{ cm}$  ;  $h_2 = 24 \text{ cm}$  ;  
 Tipul 12  $b_2 = 8,50 \text{ cm}$  ;  $e_{y1} = 2,7 \text{ cm}$  ;  $e_{y2} = 2,23 \text{ cm}$  ;  $I_{y1} =$   
 $= 8\,030 \text{ cm}^4$  ;  $I_{y2} = 3\,600 \text{ cm}^4$  ;  $I_{z1} = 495 \text{ cm}^4$  ;  $I_{z2} =$   
 $= 248 \text{ cm}^4$ .

Secțiunea 5 :  $b_1 = 6,10 \text{ m}$  ;  $t_1 = 0,5 \text{ m}$  ;  $b_2 = 10,0 \text{ m}$  ;  $t_2 = 0,3 \text{ m}$  ;  $b_3 =$   
 Tipul 15  $= 7,1 \text{ m}$  ;  $t_3 = 0,2 \text{ m}$  ;  $h_1 = 2,5 \text{ m}$ .

*Observație.* La această secțiune rezultatele obținute sînt exprimate în m, m<sup>2</sup>, m<sup>3</sup>, și m<sup>4</sup>.

Secțiunea 6 :  $b_1 = 10 \text{ cm}$  ;  $h_1 = 15 \text{ cm}$  ;  $b_2 = 12 \text{ cm}$  ;  $b_3 = 48 \text{ cm}$  ;  $t_3 =$   
 Tipul 16  $= 3 \text{ cm}$ .

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA avînd etichetele cuprinse între 5 000 și 5 060.

Anexa 5.2 reproduce rezultatele obținute prin rulara programului EP-21-01 pentru cele 6 secțiuni considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-21-01

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECTIUNILOR *
50 REM *
60 REM *****
70 REM #
80 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA ARIILE, COORDONATELE *
90 REM * CENTRELOR DE GREUTATE, MOMENTELE DE INERTIE, *
100 REM * MODULII DE REZISTENTA ELASTICI SI PLASTICI, *
110 REM * RAZELE DE INERTIE SI COEFICIENTII DE CALCUL *
120 REM * AI SECTIUNILOR FOLOSITE CURENT IN CONSTRUCTII *
130 REM *
140 REM *****
150 REM *
160 REM * UNITATI DE MASURA: CM PENTRU LUNGIMI, CMA2 *
170 REM * PENTRU ARII, CMA3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA, *
180 REM * CMA4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE SI RADIANI PENTRU *
190 REM * UNGHIURI *
200 REM *
210 REM *****
220 REM *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
240 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
250 REM *
260 REM *****

265 PRINT;TAB(5);"CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECTIUNILOR"
270 PRINT
275 PRINT;TAB(5);"UNITATI DE MASURA: CM PENTRU LUNGIMI, CMA2"
280 PRINT;TAB(5);"PENTRU ARII,CMA3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA"
285 PRINT;TAB(5);"CMA4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE SI RADIANI"
290 PRINT;TAB(5);"PENTRU UNGHIURI"
295 PRINT
300 PRINT
305 READ S
310 PRINT;TAB(7);"NUMARUL SECTIUNILOR ESTE S =" ;S
320 LET I=1
330 PRINT
340 PRINT
350 READ J
360 PRINT;TAB(9);"SECTIUNEA";I;TAB(29);"TIPUL";J
370 PRINT
380 PRINT;TAB(24);"DATE"
390 IF J<3 THEN 1330
400 IF J<5 THEN 1380
410 IF J<6 THEN 1440
420 IF J<7 THEN 1500
430 IF J<8 THEN 1570
440 IF J<9 THEN 1660
450 IF J<10 THEN 1740
460 IF J<11 THEN 1820
470 IF J<12 THEN 1890
480 IF J<13 THEN 1960
490 IF J<14 THEN 2040
500 IF J<15 THEN 2110
510 IF J<16 THEN 2150
520 IF J<17 THEN 2210
530 IF J<18 THEN 2260
540 READ D1,T1
550 PRINT;TAB(8);"D1 =" ;D1;TAB(31);"T1 =" ;T1
560 PRINT
570 PRINT;TAB(21);"REZULTATE"

```

## ANEXA 5.1 (continuare)

```

580 IF J<2 THEN 2310
590 IF J<3 THEN 2340
600 IF J<5 THEN 2400
610 IF J<6 THEN 2470
620 IF J<7 THEN 2540
630 IF J<8 THEN 2630
640 IF J<9 THEN 2720
650 IF J<10 THEN 2790
660 IF J<11 THEN 2940
670 IF J<12 THEN 3060
680 IF J<13 THEN 3190
690 IF J<14 THEN 3530
700 IF J<15 THEN 3620
710 IF J<16 THEN 3700
720 IF J<17 THEN 3880
730 IF J<18 THEN 4000
740 LET A0=PI*(D1^2-(D1-2*T1)^2)/4
750 LET I1=PI*(D1^4-(D1-2*T1)^4)/64
760 LET I2=I1
770 LET W1=2*I1/D1
780 LET W2=W1
790 LET W3=(D1^3-(D1-2*T1)^3)/6
800 LET W4=W3
810 IF J<11 THEN 830
820 IF J<13 THEN 4200
830 LET I3=SQR(I1/A0)
840 LET I4=SQR(I2/A0)
850 LET K1=A0^2/I1
860 LET K2=A0^2/I2
870 IF J<5 THEN 990
880 IF J<7 THEN 4430
890 IF J<8 THEN 4150
900 IF J<10 THEN 4430
910 IF J<13 THEN 1020
920 IF J<14 THEN 4430
930 IF J<15 THEN 970
940 IF J<16 THEN 4410
950 IF J<17 THEN 1050
960 IF J<18 THEN 4410
970 LET F1=W3/W1
980 LET F2=W4/W2
990 IF J<3 THEN 1060
1000 IF J<5 THEN 4180
1010 IF J<10 THEN 1060
1020 IF J<11 THEN 4220
1030 IF J<13 THEN 4200
1040 IF J<15 THEN 1060
1050 IF J<18 THEN 4220
1060 PRINT:TAB(8):"A0 =" :A0
1070 PRINT:TAB(8):"I1 =" :I1:TAB(31):"I2 =" :I2
1080 IF J<3 THEN 1150
1090 IF J<5 THEN 4320
1100 IF J<10 THEN 1150
1110 IF J<11 THEN 4320
1120 IF J<13 THEN 4240
1130 IF J<15 THEN 1150
1140 IF J<18 THEN 4320
1150 PRINT:TAB(8):"W1 =" :W1:TAB(31):"W2 =" :W2
1160 IF J<5 THEN 1290
1170 IF J<7 THEN 4370
1180 IF J<8 THEN 4360
1190 IF J<10 THEN 4370
1200 IF J<11 THEN 1290
1210 IF J<13 THEN 1310
1220 IF J<14 THEN 4370

```



```

1230 IF J<15 THEN 1270
1240 IF J<16 THEN 4370
1250 IF J<17 THEN 1290
1260 IF J<18 THEN 4370
1270 PRINT:TAB(8);"W3 =" ;W3;TAB(31);"F1 =" ;F1
1280 PRINT:TAB(8);"W4 =" ;W4;TAB(31);"F2 =" ;F2
1290 PRINT:TAB(8);"I3 =" ;I3;TAB(31);"I4 =" ;I4
1300 PRINT:TAB(8);"K1 =" ;K1;TAB(31);"K2 =" ;K2
1310 IF I<5 THEN 4390
1320 GOTO 6000
1330 READ A1,B1,D1,E1,Y1
1340 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1
1350 PRINT:TAB(8);"B1 =" ;B1;TAB(31);"D1 =" ;D1
1360 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1;TAB(31);"Y1 =" ;Y1
1370 GOTO 560
1380 READ A1,H1,B1,D1,E1,E3,Y1,Z1
1390 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1;TAB(31);"H1 =" ;H1
1400 PRINT:TAB(8);"S1 =" ;S1;TAB(31);"D1 =" ;D1
1410 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1;TAB(31);"E3 =" ;E3
1420 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1;TAB(31);"Z1 =" ;Z1
1430 GOTO 560
1440 READ A1,H1,B1,D1,E1,S1,Y1,Z1
1450 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1;TAB(31);"H1 =" ;H1
1460 PRINT:TAB(8);"B1 =" ;B1;TAB(31);"D1 =" ;D1
1470 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1;TAB(31);"S1 =" ;S1
1480 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1;TAB(31);"Z1 =" ;Z1
1490 GOTO 560
1500 READ A1,H1,B1,D1,B3,T3,E1,S1,Y1,Z1
1510 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1;TAB(31);"H1 =" ;H1
1520 PRINT:TAB(8);"B1 =" ;B1;TAB(31);"D1 =" ;D1
1530 PRINT:TAB(8);"B3 =" ;B3;TAB(31);"T3 =" ;T3
1540 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1;TAB(31);"S1 =" ;S1
1550 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1;TAB(31);"Z1 =" ;Z1
1560 GOTO 560
1570 READ A1,A2,H1,B1,H2,B2,D1,S1,E1,E2,Y1,Y2,Z1,Z2
1580 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1;TAB(31);"A2 =" ;A2
1590 PRINT:TAB(8);"H1 =" ;H1;TAB(31);"B1 =" ;B1
1600 PRINT:TAB(8);"H2 =" ;H2;TAB(31);"B2 =" ;B2
1610 PRINT:TAB(8);"D1 =" ;D1;TAB(31);"S1 =" ;S1
1620 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1;TAB(31);"E2 =" ;E2
1630 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1;TAB(31);"Y2 =" ;Y2
1640 PRINT:TAB(8);"Z1 =" ;Z1;TAB(31);"Z2 =" ;Z2
1650 GOTO 560
1660 READ A1,A2,H1,B1,H2,E1,S1,S2,Y1,Y2,Z1,Z2
1670 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1;TAB(31);"A2 =" ;A2
1680 PRINT:TAB(8);"H1 =" ;H1;TAB(31);"B1 =" ;B1
1690 PRINT:TAB(8);"H2 =" ;H2;TAB(31);"E1 =" ;E1
1700 PRINT:TAB(8);"S1 =" ;S1;TAB(31);"S2 =" ;S2
1710 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1;TAB(31);"Y2 =" ;Y2
1720 PRINT:TAB(8);"Z1 =" ;Z1;TAB(31);"Z2 =" ;Z2
1730 GOTO 560
1740 READ A1,B3,T3,B4,T4,B5,T5,H6,T6,E1,Y1
1750 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1
1760 PRINT:TAB(8);"B3 =" ;B3;TAB(31);"T3 =" ;T3
1770 PRINT:TAB(8);"B4 =" ;B4;TAB(31);"T4 =" ;T4
1780 PRINT:TAB(8);"B5 =" ;B5;TAB(31);"T5 =" ;T5
1790 PRINT:TAB(8);"H6 =" ;H6;TAB(31);"T6 =" ;T6
1800 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1;TAB(31);"Y1 =" ;Y1
1810 GOTO 560
1820 READ A1,H1,B3,T3,B4,T4,D1,E1,Y1,Z1
1830 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1;TAB(31);"H1 =" ;H1
1840 PRINT:TAB(8);"B3 =" ;B3;TAB(31);"T3 =" ;T3
1850 PRINT:TAB(8);"B4 =" ;B4;TAB(31);"T4 =" ;T4
1860 PRINT:TAB(8);"D1 =" ;D1;TAB(31);"E1 =" ;E1
1870 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1;TAB(31);"Z1 =" ;Z1

```

```

1880 GOTO 560
1890 READ A1,D1,D2,E1,E3,Y1,Z1,Y3,Z3
1900 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1
1910 PRINT:TAB(8);"D1 =" ;D1 ;TAB(31);"D2 =" ;D2
1920 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1 ;TAB(31);"E3 =" ;E3
1930 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1 ;TAB(31);"Z1 =" ;Z1
1940 PRINT:TAB(8);"Y3 =" ;Y3 ;TAB(31);"Z3 =" ;Z3
1950 GOTO 560
1960 READ A1,A2,H1,H2,B2,E1,E2,Y1,Y2,Z1,Z2
1970 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1 ;TAB(31);"A2 =" ;A2
1980 PRINT:TAB(8);"H1 =" ;H1 ;TAB(31);"H2 =" ;H2
1990 PRINT:TAB(8);"B2 =" ;B2
2000 PRINT:TAB(8);"E1 =" ;E1 ;TAB(31);"E2 =" ;E2
2010 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1 ;TAB(31);"Y2 =" ;Y2
2020 PRINT:TAB(8);"Z1 =" ;Z1 ;TAB(31);"Z2 =" ;Z2
2030 GOTO 560
2040 READ A1,D1,H1,B1,T3,B3,Y1,Z1,S1
2050 PRINT:TAB(8);"A1 =" ;A1 ;TAB(31);"D1 =" ;D1
2060 PRINT:TAB(8);"H1 =" ;H1 ;TAB(31);"B1 =" ;B1
2070 PRINT:TAB(8);"T3 =" ;T3 ;TAB(31);"B3 =" ;B3
2080 PRINT:TAB(8);"Y1 =" ;Y1 ;TAB(31);"Z1 =" ;Z1
2090 PRINT:TAB(8);"S1 =" ;S1
2100 GOTO 560
2110 READ B1,H1,T1
2120 PRINT:TAB(8);"B1 =" ;B1 ;TAB(31);"H1 =" ;H1
2130 PRINT:TAB(8);"T1 =" ;T1
2140 GOTO 560
2150 READ H1,B1,T1,B2,T2,B3,T3
2160 PRINT:TAB(8);"H1 =" ;H1
2170 PRINT:TAB(8);"B1 =" ;B1 ;TAB(31);"T1 =" ;T1
2180 PRINT:TAB(8);"B2 =" ;B2 ;TAB(31);"T2 =" ;T2
2190 PRINT:TAB(8);"B3 =" ;B3 ;TAB(31);"T3 =" ;T3
2200 GOTO 560
2210 READ B1,H1,B2,B3,T3
2220 PRINT:TAB(8);"B1 =" ;B1 ;TAB(31);"H1 =" ;H1
2230 PRINT:TAB(8);"B2 =" ;B2
2240 PRINT:TAB(8);"B3 =" ;B3 ;TAB(31);"T3 =" ;T3
2250 GOTO 560
2260 READ H1,T1,B2,T2,B3,T3
2270 PRINT:TAB(8);"H1 =" ;H1 ;TAB(31);"T1 =" ;T1
2280 PRINT:TAB(8);"B2 =" ;B2 ;TAB(31);"T2 =" ;T2
2290 PRINT:TAB(8);"B3 =" ;B3 ;TAB(31);"T3 =" ;T3
2300 GOTO 560
2310 LET A0=4*A1
2320 LET I1=4*Y1+A0*(D1/2+B1-E1)^2
2330 GOTO 2360
2340 LET A0=4*A1
2350 LET I1=4*Y1+A0*(D1/2+E1)^2
2360 LET I2=I1
2370 LET W1=I1/(D1/2+B1)
2380 LET W2=W1
2390 GOTO 830
2400 LET A0=2*A1
2410 LET I1=2*Y1
2420 LET I2=2*Z1+A0*(D1/2+E1)^2
2430 LET W5=I1/E3
2440 LET W6=I1/(H1-E3)
2450 LET W2=I2/(D1/2+B1)
2460 GOTO 830
2470 LET A0=2*A1
2480 LET I1=2*Y1
2490 LET I2=2*Z1+A0*(D1/2+B1-E1)^2
2500 LET W1=2*I1/H1
2510 LET W3=4*S1
2520 LET W2=I2/(D1/2+B1)
2530 GOTO 830
2540 LET A0=2*A1+2*B3*T3
2550 LET I1=2*Y1+B3*((2*T3+H1)^3-H1^3)/12

```

```

2560 LET I2=2*Z1+2*A1*(D1/2+E1)^2+T3*B3^3/6
2570 LET W1=I1/(H1/2+T3)
2580 LET W3=4*S1+B3*T3*(H1+T3)
2590 LET W2=2*I2/B3
2600 IF B3>=2*B1+D1 THEN B30
2610 LET W2=I2/(D1/2+B1)
2620 GOTO B30
2630 LET A0=2*(A1+A2)
2640 LET I1=2*Y1+2*Z2+2*A2*(D1/2+E2)^2
2650 LET I2=2*Z1+2*Y2+2*A1*(H2/2+E1)^2
2660 LET W2=I2/(H2/2+B1)
2670 LET W1=I1/(D1/2+B2)
2680 IF H1<2*B2+D1 THEN B30
2690 LET W1=2*I1/H1
2700 LET W3=4*S1+2*A2*(D1/2+E2)
2710 GOTO B30
2720 LET A0=2*A1+A2
2730 LET I1=2*Y1+Z2
2740 LET I2=Y2+2*Z1+2*A1*(H2/2+E1)^2
2750 LET W1=2*I1/H1
2760 LET W3=4*S1+2*S2
2770 LET W2=I2/(H2/2+B1)
2780 GOTO B30
2790 LET A0=4*A1+2*(B3*T3+B4*T4+B5*T5)+H6*T6
2800 LET Q1=(2*T3+H6)^3
2810 LET Q2=(2*(T3+T4)+H6)^3
2820 LET Q3=(2*(T3+T4+T5)+H6)^3
2830 LET Q4=(T6*H6^3+B3*(Q1-H6^3)+B4*(Q2-Q1))/12
2840 LET Q5=Q4+B5*(Q3-Q2)/12
2850 LET I1=Q5+4*Y1+A1*(H6-2*E1)^2
2860 LET Q6=(T3*B3^3+T4*B4^3+T5*B5^3+H6*T6^3/2)/6
2870 LET I2=Q6+4*Y1+A1*(2*E1+T6)^2
2880 LET W2=2*I2/B3
2890 LET W1=I1/(T3+T4+T5+H6/2)
2900 LET Q7=B3*T3*(H6+T3)+B4*T4*(2*T3+T4+H6)
2910 LET Q8=B5*T5*(2*(T3+T4)+T5+H6)
2920 LET W3=T6*H6^2/4+4*A1*(H6/2-E1)+Q7+Q8
2930 GOTO B30
2940 LET A0=2*A1+B3*T3+B4*T4
2950 LET Q1=A1*H1+H4*T4*(T4/2+T3+H1)
2960 LET G2=(B3*T3*(T3/2+H1)+Q1)/A0
2970 LET Q2=B4*T4*(T4^2/12+(T4/2+T3+H1-G2)^2)
2980 LET Q3=B3*T3*(T3^2/12+(T3/2+H1-G2)^2)
2990 LET I1=2*(A1*(G2-H1/2)^2+Y1)+Q2+Q3
3000 LET Q4=(T3*B3^3+T4*B4^3)/12
3010 LET I2=2*(A1*(D1/2+E1)^2+Z1)+Q4
3020 LET W5=I1/(H1+T3+T4-G2)
3030 LET W6=I1/G2
3040 LET W2=2*I2/B3
3050 GOTO B30
3060 LET A0=2*A1
3070 LET I1=2*Y1+A0*(D2/2+E3)^2
3080 LET I2=2*Z1+A0*(D1/2+E1)^2
3090 LET Q1=A1*(E1+D1)*(E3+D2)/2
3100 LET A0=2*SQR(Y1*Z1-Y3*Z3)+Q1
3110 LET Q2=SQR(((I1-I2)/2)^2+X0^2)
3120 LET J1=(I1+I2)/2+Q2
3130 LET J2=(I1+I2)/2-Q2
3140 LET U1=ATN((I1-J1)/X0)
3150 LET U2=ATN((I1-J2)/X0)
3160 LET J3=SQR(J1/A0)
3170 LET J4=SQR(J2/A0)
3180 GOTO 1020
3190 LET A0=A1+A2
3200 LET G1=(A1*(H1/2+B2)+A2*(B2-E2))/A0
3210 LET G2=(A1*E1+A2*H2/2)/A0
3220 LET Q1=G2-E1
3230 LET Q2=H2/2-G2
3240 LET Q3=H1/2+B2-G1

```

```

3250 LET Q4=G1+E2-B2
3260 LET I1=Y2+Z1+A1*Q1^2+A2*Q2^2
3270 LET I2=Y1+Z2+A1*Q3^2+A2*Q4^2
3280 LET X0=-A1*Q1*Q3-A2*Q2*Q4
3290 LET Q5=SQR(((I1-I2)/2)^2+X0^2)
3300 LET J1=(I1+I2)/2+Q5
3310 LET J2=(I1+I2)/2-Q5
3320 LET U1=ATN((J2-I2)/X0)
3330 LET U2=ATN((J1-I2)/X0)
3340 LET J3=SQR(J1/A0)
3350 LET J4=SQR(J2/A0)
3360 LET M1=M1+B2-G1
3370 LET M2=-G1
3380 LET M3=B2-G1
3390 LET M4=M2
3400 LET N1=-G2
3410 LET N2=M2-G2
3420 LET N3=N2
3430 LET N4=N1
3440 LET Z5=-N1*COS(U1)+M1*SIN(U1)
3450 LET Z6=-N2*COS(U1)+M2*SIN(U1)
3460 LET Y5=N3*SIN(U1)+M3*COS(U1)
3470 LET Y6=N4*SIN(U1)+M4*COS(U1)
3480 LET V1=J1/Z5
3490 LET V2=ABS(J1/Z6)
3500 LET V3=J2/Y5
3510 LET V4=ABS(J2/Y6)
3520 GOTO 1020
3530 LET A0=2*(A1+B3*T3)
3540 LET I1=2*Y1+B3*((2*T3+H1)^3-H1^3)/12
3550 LET I2=2*Z1+A1*(B1+D1)^2/2+T3*B3^3/6
3560 LET W1=I1/(H1/2+T3)
3570 LET W3=4*S1+B3*T3*(H1+T3)
3580 LET W2=I2/(D1/2+B1)
3590 IF B3<2*B1+D1 THEN B30
3600 LET W2=2*I2/B3
3610 GOTO 830
3620 LET A0=2*T1*(B1+H1-2*T1)
3630 LET I1=(B1*H1^3-(B1-2*T1)*(H1-2*T1)^3)/12
3640 LET I2=(H1*B1^3-(H1-2*T1)*(B1-2*T1)^3)/12
3650 LET W1=2*I1/H1
3660 LET W2=2*I2/B1
3670 LET W3=T1*(B1*(H1-T1)+(H1/2-T1)^2)
3680 LET W4=T1*(H1*(B1-T1)+(B1/2-T1)^2)
3690 GOTO 830
3700 LET A0=2*H1*T1+B2*T2+B3*T3
3710 LET Q1=2*H1*T1*(H1/2+T3)+B3*T3^2/2
3720 LET G2=(B2*T2*(T2/2+T3+H1)+Q1)/A0
3730 LET Q2=B2*T2*(T2^2/12+(T2/2+T3+H1-G2)^2)
3740 LET Q3=T1*H1*(H1^2/6+2*(H1/2+T3-G2)^2)
3750 LET Q4=B3*T3*(T3^2/12+(G2-T3/2)^2)
3760 LET T1=Q2+Q3+Q4
3770 LET Q5=H1*T1*(T1^2+3*(B1+T1)^2)/6
3780 LET I2=(T2*B2^3+T3*B3^3)/12+Q5
3790 LET W5=I1/(H1+T2+T3-G2)
3800 LET W6=I1/G2
3810 LET Q6=T1*((H1+T3-G2)^2+(G2-T3)^2)/2
3820 LET Q7=B2*T2*(T2/2+T3+H1-G2)
3830 LET W3=B3*T3*(G2-T3/2)+Q6+Q7
3840 LET W2=2*I2/B3
3850 IF B2<B3 THEN B30
3860 LET W2=2*I2/B2
3870 GOTO 830
3880 LET A0=B3*T3+H1*(P1+B2)/2
3890 LET Q1=(2*B2+B1)*H1^2/6

```

```

3900 LET G2=(B3*T3*(T3/2+H1)+Q1)/A0
3910 LET Q2=(B1^2+4*B1*B2+B2^2)*H1^3/(36*(B1+B2))
3920 LET Q3=H1*(B1+B2)*(H1*(B1+2*B2)/(3*(B1+B2))-G2)^2/2
3930 LET Q4=B3*T3*(T3^2/12+(T3/2+H1-G2)^2)
3940 LET I1=Q2+Q3+Q4
3950 LET I2=(4*T3*B3^3+H1*(B1+B2)*(B1^2+B2^2))/48
3960 LET W5=I1/(H1+T3-G2)
3970 LET W6=I1/G2
3980 LET W2=2*I2/B3
3990 GOTO 830
4000 LET A0=T1*H1+T2*B2+T3*B3
4010 LET Q1=B2*T2*(T2/2+T3+H1)+B3*T3^2/2
4020 LET G2=(H1*T1*(H1/2+T3)+Q1)/A0
4030 LET Q2=T1*H1*(H1^2/12+(H1/2+T3-G2)^2)
4040 LET Q3=B2*T2*(T2^2/12+(T2/2+T3+H1-G2)^2)
4050 LET Q4=B3*T3*(T3^2/12+(G2-T3/2)^2)
4060 LET I1=Q2+Q3+Q4
4070 LET I2=(H1*T1^3+T2*B2^3+T3*B3^3)/12
4080 LET W5=I1/(H1+T2+T3-G2)
4090 LET W6=I1/G2
4100 LET W2=2*I2/B2
4105 IF B2>=B3 THEN 4115
4110 LET W2=2*I2/B3
4115 LET Q5=T1*(G2-T3)^2+(T3+H1-G2)^2/2
4120 LET Q6=B2*T2*(H1+T2+T3-G2)+B3*T3*(G2-T3/2)
4130 LET W3=Q5+Q6
4140 GOTO 830
4150 IF H1<2*B2+D1 THEN 1060
4160 GOTO 4430
4180 PRINT;TAB(8);"A0 =" ;A0;TAB(31);"W2 =" ;W2
4190 GOTO 1070
4200 PRINT;TAB(8);"A0 =" ;A0;TAB(31);"X0 =" ;X0
4210 GOTO 1070
4220 PRINT;TAB(8);"A0 =" ;A0;TAB(31);"G2 =" ;G2
4230 GOTO 1070
4240 PRINT;TAB(8);"J1 =" ;J1;TAB(31);"J2 =" ;J2
4250 PRINT;TAB(8);"J3 =" ;J3;TAB(31);"J4 =" ;J4
4260 PRINT;TAB(8);"U1 =" ;U1;TAB(31);"U2 =" ;U2
4270 IF J<12 THEN 1310
4280 PRINT;TAB(8);"V1 =" ;V1;TAB(31);"V2 =" ;V2
4290 PRINT;TAB(8);"V3 =" ;V3;TAB(31);"V4 =" ;V4
4300 PRINT;TAB(8);"G1 =" ;G1;TAB(31);"G2 =" ;G2
4310 GOTO 1310
4320 PRINT;TAB(8);"W5 =" ;W5;TAB(31);"W6 =" ;W6
4330 IF J<5 THEN 1290
4340 PRINT;TAB(8);"W2 =" ;W2
4350 GOTO 1200
4360 IF H1<2*B2+D1 THEN 1290
4370 PRINT;TAB(8);"W3 =" ;W3;TAB(31);"F1 =" ;F1
4380 GOTO 1290
4390 LET I=I+1
4400 GOTO 330
4410 IF W5<=W6 THEN 4450
4420 LET W1=W6
4430 LET F1=W3/W1
4440 GOTO 990
4450 LET W1=W5
4460 GOTO 4430
5000 DATA 6
5010 DATA 6,42.3,24,8.5,12,30,1,5,2,23,179,3600,248
5020 DATA 9,12.3,22,1.2,20,1,18,1,76,1,2,26,72.2
5030 DATA 10,42.3,24,32,1.5,0,0,12,2,23,3600,248
5040 DATA 12,58.8,42,3,30,24,8.5,2,7,2,23
5050 DATA 8030,3600,495,248
5060 DATA 15,2.5,6,1,0.5,10,0.3,7,1,0.2
5070 DATA 16,10,15,12,48,3
6000 END

```

## CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECTIUNILOR

UNITATI DE MASURA: CM PENTRU LUNGIMI, CMA2  
 PENTRU ARII, CMA3 PENTRU MODULI DE REZISTENT  
 CMA4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE SI RADIANI  
 PENTRU UNGHIIURI

NUMARUL SECTIUNILOR ESTE S = 6.00000

SECTIUNEA 1.00000 TIPUL 6.00000

## DATE

A1 = 42.3000	H1 = 24.0000
B1 = 8.50000	D1 = 12.0000
B3 = 30.0000	T3 = 1.50000
E1 = 2.23000	S1 = 179.000
Y1 = 3600.00	Z1 = 248.000

## REZULTATE

A0 = 174.600	I2 = 12976.2
I1 = 21847.5	W2 = 865.080
W1 = 1618.33	F1 = 1.15150
W3 = 1863.50	I4 = 8.62090
I3 = 11.1861	K2 = 2.34932
K1 = 1.39536	

SECTIUNEA 2.00000 TIPUL 9.00000

## DATE

A1 = 12.3000	T3 = 1.20000
B3 = 22.0000	T4 = 1.00000
B4 = 20.0000	T5 = 1.00000
B5 = 18.0000	T6 = 1.00000
H6 = 76.0000	Y1 = 72.2000
E1 = 2.26000	

## REZULTATE

A0 = 254.000	I2 = 5104.86
I1 = 301075	W2 = 464.077
W1 = 7307.65	F1 = 1.13493
W3 = 8293.69	I4 = 4.48307
I3 = 34.4286	K2 = 12.6382
K1 = .214285	

SECTIUNEA 3.00000 TIPUL 10.0000

## DATE

A1 = 42.3000	H1 = 24.0000
B3 = 32.0000	T3 = 1.50000
B4 = .000000	T4 = .000000
D1 = 12.0000	E1 = 2.23000
Y1 = 3600.00	Z1 = 248.000

## REZULTATE

A0 = 132.600	G2 = 16.6154
I1 = 12187.4	I2 = 10322.2
W5 = 1371.74	W6 = 733.500
W2 = 645.138	
I3 = 9.58700	I4 = 8.82295
K1 = 1.44270	K2 = 1.70340

## ANEXA 5.2 (continuare)

## SECTIUNEA 4.00000 TIPUL 12.0000

## DATE

A1 = 58.0000	A2 = 42.3000
H1 = 30.0000	H2 = 24.0000
B2 = 8.50000	
E1 = 2.70000	E2 = 2.23000
Y1 = 8030.00	Y2 = 3600.00
Z1 = 495.000	Z2 = 248.000

## REZULTATE

A0 = 101.100	X0 = -3942.16
I1 = 6222.81	I2 = 15581.6
J1 = 17020.8	J2 = 4783.60
J3 = 12.9752	J4 = 6.87865
U1 = 1.22075	U2 = -0.350045
V1 = 736.111	V2 = 800.098
V3 = 349.645	V4 = 406.137
G1 = 16.2910	G2 = 6.59110

## SECTIUNEA 5.00000 TIPUL 15.0000

## DATE

H1 = 2.50000	T1 = .500000
B1 = 6.10000	T2 = .300000
B2 = 10.0000	T3 = .200000
B3 = 7.10000	

## REZULTATE

A0 = 6.92000	G2 = 1.77991
T1 = 9.04407	I2 = 58.2424
W5 = 7.41263	W6 = 5.08120
W2 = 11.6485	
W3 = 6.43142	F1 = 1.26573
I3 = 1.14322	I4 = 2.90113
K1 = 5.29478	K2 = .822191

## SECTIUNEA 6.00000 TIPUL 16.0000

## DATE

B1 = 10.0000	H1 = 15.0000
B2 = 12.0000	
B3 = 48.0000	T3 = 3.00000

## REZULTATE

A0 = 309.000	G2 = 11.8155
I1 = 9110.95	I2 = 29325.4
W5 = 1473.19	W6 = 771.102
W2 = 1221.89	
I3 = 5.43005	I4 = 9.74190
K1 = 10.4793	K2 = 3.25591

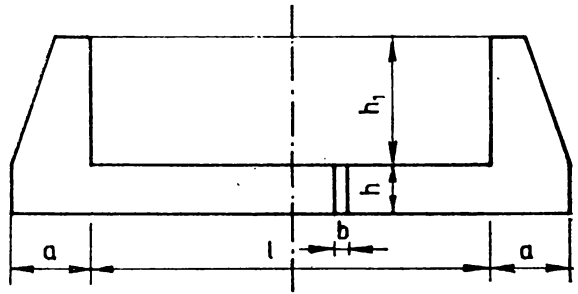
## 6. CALCULUL RADIERULUI UNUI DOC USCAT

### 6.1. ASPECTE TEORETICE

*Enunțul problemei.* Un doc uscat are secțiunea transversală alcătuită ca în figura 6.1, în care notațiile care apar sînt definite în tabelul 6.1. Se cere să se determine eforturile și deplasările pe lungimea radierului, ținînd seama de legătura elastică cu bazoaierele.

*Observație.* Docul fiind considerat de lungime foarte mare, calculul se face pentru unitatea de lungime de doc, fie  $b = 1$ .

Fig. 6.1



*Rezolvarea problemei.* Greutatea proprie a unui bazoaier  $G$  și împingerea apei  $H_a$  sînt (fig. 6.2) :

$$G = \gamma_b \left[ a (h + h_1) - \frac{1}{2} a_2 h_1 \right] b \quad (6.1)$$

și

$$H_a = \frac{1}{2} \gamma h_1^2 b. \quad (6.2)$$

Pe unitatea de lungime a radierului greutatea proprie a acestuia este :

$$g = \gamma_b h b, \quad (6.3)$$

iar greutatea coloanei de apă are mărimea

$$p_a = \gamma h_1 b. \quad (6.4)$$

În consecință, intensitatea încărcăturii totale, distribuite uniform pe lungimea radierului este :

$$p = g + p_a. \quad (6.5)$$

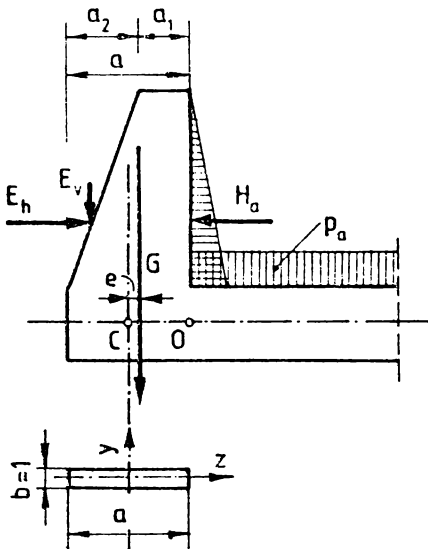


Fig. 6.2



Notații	Codificări	Definiții
$A$		Aria secțiunii de rezemare a bajoaierului pe teren.
$a$	$A \emptyset$	Lățimea bajoaierului la bază.
$a_1$	$A1$	Lățimea bajoaierului la partea superioară.
$a_2$	$A2$	$a_2 = a - a_1$ .
$B$	$Z \emptyset$	
$B_1$	$Z1$	Notații conform relațiilor (6.32).
$B_2$	$Z2$	
$B_3$	$Z3$	
$E$	$E \emptyset$	Modulul de elasticitate al betonului.
$e$	$C \emptyset$	Abscisa centrului de greutate al secțiunii bajoaierului.
$E_h$	$E1$	Mărimea componentei orizontale a împingerii pământului.
$E_v$	$E2$	Mărimea componentei verticale a împingerii pământului.
$f_1$	$F1$	
$f_2$	$F2$	Funcții de argument $\beta x$ conform relațiilor (6.28).
$f_3$	$F3$	
$f_4$	$F4$	
$G$	$G \emptyset$	Greutatea proprie a unui bajoaier.
$g$	$G1$	Greutatea proprie a radierului pe unitatea de suprafață.
$H_a$	$H2$	Împingerea apei pe bajoaier.
$h$	$H \emptyset$	Grosimea radierului.
$h_1$	$H1$	Înălțimea coloanei de apă.
$H$	$H3$	$H = E_h - H_a$ .
$i$	$I$	Numărul de ordine al variantelor.
$I$	$I \emptyset$	Momentul de inerție al secțiunii de rezemare pe teren a bajoaierului.
$I'$	$I1$	Momentul de inerție al secțiunii radierului.
$k_0$	$K \emptyset$	Coeficientul de pat al terenului.
$l$	$L \emptyset$	Lungimea radierului.
$M$	$M$	Momentul încovoietor într-o secțiune curentă a radierului.
$M_0$	$M \emptyset$	Momentul încovoietor la capătul din stînga al radierului.
$\bar{M}$	$M1$	Momentul rezultat în centrul $C$ al bajoaierului.
$p_a$	$P2$	Greutatea coloanei de apă.
$P$	$P3$	Forța verticală.
$p$	$P1$	Încărcarea totală pe unitatea de suprafață.
$p'$	$Q$	$p' = k_0 w$ , presiunea exercitată de teren asupra radierului.
$T$	$T$	Forța tăietoare într-o secțiune curentă a radierului.
$T_0$	$T \emptyset$	Forța tăietoare la capătul din stînga al radierului.

Tabelul 6.1 (continuare)

Notății	Codificări	Definiții
$w$	W	Săgeata într-o secțiune curentă a radierului.
$W$	$W\emptyset$	Modulul de rezistență al secțiunii de rezemare pe teren a bajoierului.
$w_{b0}$	W1	Deplasare conform relației (6.14).
$w_{bM}$	W3	Deplasare conform relației (6.22).
$w_{bT}$	W2	Deplasare conform relației (6.18).
$w_{r0}$	W4	Deplasare conform relației (6.24).
$w_{rM}$	W6	Deplasare conform relației (6.36).
$w_{rT}$	W5	Deplasare conform relației (6.33).
$w_0$	W7	Săgeata la capătul din stânga al radierului.
$x$	X	Abscisa unei secțiuni curente a radierului, măsurată față de capătul din stânga
$\beta$	B	Coefficient de amortizare, conform relației (6.26).
$y$	Y	$y = \beta l^2$ sau $y = \beta x$ .
$\gamma$	G2	Greutatea specifică a apei.
$\gamma_b$	G3	Greutatea specifică a betonului.
$\delta_{11}$	D1	Coefficienți de influență, conform relațiilor (6.40).
$\delta_{12}$	$D\emptyset$	
$\delta_{21}$	$-D\emptyset$	
$\delta_{22}$	D2	
$\delta_{10}$	D3	
$\delta_{20}$	D4	
$\varphi_{b0}$	V1	Rotire conform relației (6.14).
$\varphi_{bM}$	V3	Rotire conform relației (6.22).
$\varphi_{bT}$	V2	Rotire conform relației (6.18).
$\varphi_{r0}$	V4	Rotire conform relației (6.24).
$\varphi_{rM}$	V6	Rotire conform relației (6.36).
$\varphi_{rT}$	V5	Rotire conform relației (6.33).
$\varphi_0$	V7	Rotire conform relației (6.42).
$s$	S	Numărul variantelor de calcul.

Distanța  $e$  dintre centrul de greutate al secțiunii bajoierului (pe fața de contact cu terenul – v. fig. 6.2) și linia de acțiune a greutății  $G$  este dată de relația :

$$e = \frac{a_2 h_1 (3a - 2a_2)}{6[2a(h + h_1) - a_2 h_1]} \quad (6.6)$$

Prin reducerea tuturor forțelor care acționează asupra bajoaierului în raport cu centrul  $C$ , definit prin axa radierului și prin verticala centrului de greutate al secțiunii bajoaierului (fig. 6.2), se obține :

— o forță verticală de mărime

$$P = G + E_{\tau}, \quad (6.7)$$

— o forță orizontală de mărime

$$H = E_b - H_a, \quad (6.8)$$

— un moment de mărime

$$\bar{M} = H \left( \frac{h_1}{3} + \frac{h}{2} \right) + Ge - E_{\tau} \left( \frac{a}{2} - \frac{a_2}{3} \right). \quad (6.9)$$

Caracteristicile geometrice ale secțiunii de rezemare pe teren a bajoaierului sînt :

$$A = ab; \quad W = \frac{a^2 b}{6}; \quad I = \frac{a^3 b}{12}. \quad (6.10)$$

Bajoaierele se consideră blocuri perfect rigide. Datorită legăturii elastice cu radierul, în secțiunea de contact apar forța tăietoare  $T_0$  și momentul  $M_0$ , care sînt necunoscute static nedeterminate.

Mărimile lor se obțin prin aplicarea metodei eforturilor (fig. 6.3). Pentru aceasta se neglijează tensiunile normale produse în radier de forța orizontală  $H$ .

Expresiile deplasărilor terenului sub bajoaier, la marginea  $I$  a acestuia, se obțin după cum urmează :

— deplasările  $w_{b0}$  și  $\varphi_{b0}$ , produse de forța  $P$  și de momentul  $\bar{M}$  :

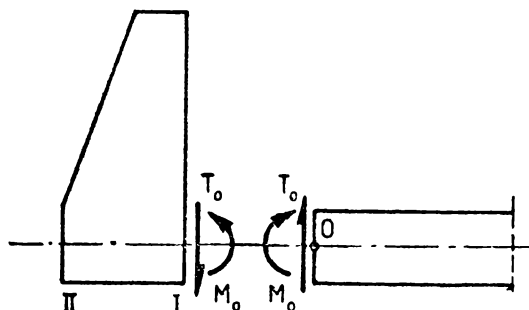
$$\sigma_I = -\frac{P}{A} - \frac{\bar{M}}{W}; \quad \sigma_{II} = -\frac{P}{A} + \frac{\bar{M}}{W}; \quad (6.11)$$

$$w_I = -\frac{\sigma_I b}{k} = \left( \frac{P}{A} + \frac{\bar{M}}{W} \right) \frac{b}{k}; \quad w_{II} = -\frac{\sigma_{II} b}{k} = \left( \frac{P}{A} - \frac{\bar{M}}{W} \right) \frac{b}{k}; \quad (6.12)$$

$$\varphi = \frac{w_I - w_{II}}{a} = \frac{2\bar{M}b}{kaW} = \frac{\bar{M}b}{kl} = \frac{12\bar{M}}{ka^3}. \quad (6.13)$$

$$w_{b0} = w_I = \left( \frac{P}{A} + \frac{\bar{M}}{W} \right) \frac{b}{k}; \quad \varphi_{b0} = \varphi = \frac{12\bar{M}}{ka^3}; \quad (6.14)$$

Fig. 6.3



— deplasările  $w_{bT}$  și  $\varphi_{bT}$  produse de forța tăietoare  $T_0 = 1$  :

$$\sigma_I = -\frac{1}{ab} - \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a^2b}{6}} = -\frac{4}{ab}; \quad \sigma_{II} = -\frac{1}{ab} + \frac{3}{ab} = \frac{2}{ab} \quad (6.15)$$

$$w_I = -\frac{\sigma_I b}{k} = \frac{4}{ka}; \quad w_{II} = -\frac{\sigma_{II} b}{k} = -\frac{2}{ka}; \quad (6.16)$$

$$\varphi = \frac{w_I - w_{II}}{a} = \frac{6}{ka^2}; \quad (6.17)$$

$$w_{bT} = w_I = \frac{4}{ka}; \quad \varphi_{bT} = \varphi = \frac{6}{ka^2}; \quad (6.18)$$

— deplasările  $w_{bM}$  și  $\varphi_{bM}$  produse de momentul  $M_0 = 1$  :

$$\sigma_I = \frac{1}{W} = \frac{6}{a^2b}; \quad \sigma_{II} = -\frac{1}{W} = -\frac{6}{a^2b}; \quad (6.19)$$

$$w_I = -\frac{\sigma_I b}{k} = -\frac{6}{ka^2}; \quad w_{II} = -\frac{\sigma_{II} b}{k} = \frac{6}{ka^2}; \quad (6.20)$$

$$\varphi = -\frac{12}{ka^3}; \quad (6.21)$$

$$w_{bM} = w_I = -\frac{6}{ka^2}; \quad \varphi_{bM} = \varphi = -\frac{12}{ka^3}. \quad (6.22)$$

În secțiunea de contact cu radierul, deformațiile totale ale bazoierului sînt :

$$w_b = w_{bT}T_0 + w_{bM}M_0 + w_{b0}; \quad (6.23)$$

$$\varphi_b = \varphi_{bT}T_0 + \varphi_{bM}M_0 + \varphi_{b0}.$$

*Observație.* Conform teoremei reciprocității deplasărilor unitare, între deplasările  $\varphi_{bT}$  și  $w_{bM}$  există relația  $\varphi_{bT} = -w_{bM}$ ; semnul minus provine din faptul că momentul este pozitiv cînd rotește în sens antiorar, în timp ce rotirea este pozitivă cînd se produce în sens orar.

Pentru deplasările radierului se obțin următoarele rezultate :

— deplasări produse de încărcarea uniform distribuită  $p$  :

$$W_{r0} = \frac{p}{k}; \quad \varphi_{r0} = 0; \quad (6.24)$$

— deplasări produse de o forță tăietoare unitate, aplicată în origine ( $T_0 = 1, M_0 = 0$ ) ;

Se folosesc relațiile generale

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{2M_0\beta^2}{k} f_3(\beta x) + \frac{T_0\beta}{k} f_4(\beta x);$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2M_0 \beta^3}{k} f_2(\beta x) - \frac{2T_0 \beta^3}{k} f_3(\beta x);$$

$$M = \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + M_0 f_1(\beta x) + \frac{T_0}{2\beta} f_2(\beta x); \quad (6.25)$$

$$T_0 = \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + \beta M_0 f_4(\beta x) + T_0 f_1(\beta x),$$

corespunzătoare metodei parametrilor inițiali [4], în care  $w_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $M_0$  și  $T_0$  sînt deplasările și eforturile în origine ( $x = 0$ );

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI'}}; \quad (6.26)$$

$$I' = \frac{bl^3}{12}; \quad k = k_0 b \quad (6.27)$$

și

$$f_1(\beta x) = \operatorname{ch} \beta x \cdot \cos \beta x,$$

$$f_2(\beta x) = \operatorname{sh} \beta x \cdot \cos \beta x + \operatorname{ch} \beta x \cdot \sin \beta x, \quad (6.28)$$

$$f_3(\beta x) = \operatorname{sh} \beta x \cdot \sin \beta x,$$

$$f_4(\beta x) = \operatorname{sh} \beta x \cdot \cos \beta x - \operatorname{ch} \beta x \cdot \sin \beta x.$$

Pentru  $T_0 = 1$  și  $M_0 = 0$ , relațiile (6.25) devin :

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{\beta}{k} f_4(\beta x);$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2\beta^2}{k} f_3(\beta x); \quad (6.29)$$

$$M = \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + \frac{1}{2\beta} f_2(\beta x);$$

$$T = \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + f_1(\beta x).$$

Parametrii inițiali  $w_0$  și  $\varphi_0$  se determină din condițiile la limită corespu-  
nzătoare axei de simetrie

$$\varphi = 0 \quad \text{și} \quad T = 0 \quad \text{pentru} \quad x = \frac{l}{2}. \quad (6.30)$$

În acest fel se obține sistemul :

$$\beta w_0 f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \varphi_0 f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right) = \frac{2\beta^2}{k} f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right);$$

$$\frac{k w_0}{2\beta} f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) = -f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right). \quad (6.31)$$

Se fac notațiile

$$\begin{aligned}
 B &= f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right) \cdot f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) - f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) \cdot f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right); \\
 B_1 &= f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) \cdot f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) + f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right) \cdot f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right); \\
 B_2 &= f_1^2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + f_3^2\left(\frac{\beta l}{2}\right); \\
 B_3 &= f_2^2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + f_4^2\left(\frac{\beta l}{2}\right),
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

și schimbările de necunoscute  $w_0 \rightarrow w_{rT}$  și  $\varphi_0 \rightarrow \varphi_{rT}$ .

Rădăcinile sistemului (6.31) sînt în acest caz

$$w_{rT} = -\frac{2\beta}{k} \cdot \frac{B_2}{B}; \quad \varphi_{rT} = \frac{2\beta^3}{k} \cdot \frac{B_1}{B}; \tag{6.33}$$

deplasări produse de un moment unitate aplicat în origine ( $M_0 = 1$ ,  $T_0 = 0$ ).

Relațiile (6.25) devin

$$\begin{aligned}
 w &= w_0 f_1(\beta x) \oplus \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{2\beta^3}{k} f_3(\beta x); \\
 \varphi &= \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2\beta^3}{k} f_2(\beta x); \\
 M &= \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + f_1(\beta x); \\
 T &= \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + \beta f_4(\beta x).
 \end{aligned} \tag{6.34}$$

Parametrii inițiali  $w_0$  și  $\varphi_0$  se obțin tot din condițiile la limită (6.30), rezultînd sistemul

$$\begin{aligned}
 \beta w_0 f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \varphi_0 f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right) &= \frac{2\beta^3}{k} f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right); \\
 \frac{k w_0}{2\beta} f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) \oplus \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) &= -\beta f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right).
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

Folosind notațiile (6.32) și schimbările de notații pentru variabile  $w_0 \rightarrow w_{rM}$  și  $\varphi_0 \rightarrow \varphi_{rM}$ , prin rezolvarea sistemului (6.35) se obține

$$w_{rM} = -\frac{2\beta^3}{k} \cdot \frac{B_1}{B}; \quad \varphi_{rM} = \frac{2\beta^3}{k} \cdot \frac{B_3}{B}. \tag{6.36}$$

*Observație.* Relația  $\varphi_{rT} = -w_{rM}$  este consecința reciprocității deplasărilor unitare.

Deformațiile totale ale radierului în origine (în secțiunea de contact cu bazoaiorul) sînt :

$$\begin{aligned}
 w_r &= w_{rT} T_0 + w_{rM} M_0 + w_{r0}; \\
 \varphi_r &= \varphi_{rT} T_0 + \varphi_{rM} M_0 + \varphi_{r0}.
 \end{aligned} \tag{6.37}$$

Din condițiile de compatibilitate a deplasărilor

$$w_b = w_r \text{ și } \varphi_b = \varphi_r \quad (6.38)$$

rezultă sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} \delta_{11}T_0 + \delta_{12}M_0 + \delta_{10} &= 0; \\ \delta_{21}T_0 + \delta_{22}M_0 + \delta_{20} &= 0, \end{aligned} \quad (6.39)$$

în care :

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= w_{bT} - w_{rT}; \quad \delta_{12} = w_{bM} - w_{rM}; \\ \delta_{21} &= \varphi_{bT} - \varphi_{rT} = -\delta_{12}; \quad \delta_{22} = \varphi_{bM} - \varphi_{rM}; \\ \delta_{10} &= w_{b0} - w_{r0}; \quad \delta_{20} = \varphi_{b0} - \varphi_{r0}. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (6.39) se obține :

$$\begin{aligned} T_0 &= -\frac{\delta_{10}\delta_{22} - \delta_{20}\delta_{12}}{\delta_{11}\delta_{22} + \delta_{12}^2}, \\ M_0 &= -\frac{\delta_{10}\delta_{12} + \delta_{20}\delta_{11}}{\delta_{11}\delta_{22} + \delta_{12}^2}. \end{aligned} \quad (6.41)$$

În această situație, valorile finale ale necunoscutelor  $w_0$  și  $\varphi_0$  sînt date de relațiile :

$$\begin{aligned} w_0 &= w_{rT}T_0 + w_{rM}M_0; \\ \varphi_0 &= \varphi_{rT}T_0 + \varphi_{rM}M_0. \end{aligned} \quad (6.42)$$

În concluzie, expresiile (6.41) și (6.42) dau valorile parametrilor inițiali  $T_0$ ,  $M_0$ ,  $w_0$  și  $\varphi_0$  care apar în relațiile generale (6.25), ceea ce rezolvă problema din punct de vedere teoretic.

*Observație.* Deoarece calculul se face pe o lungime de doc egală cu unitatea ( $b = 1$ ), în toate relațiile de calcul se poate înlocui  $k$  prin  $k_0$ .

## 6.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama construită pentru determinarea eforturilor și deplasărilor la un doc uscat este prezentată în anexa 6.1. Ea a servit la scrierea programului de calcul EP-21-02, listat în anexa 6.2. Codificările folosite cu acest prilej sînt prezentate în tabelul 6.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1 160 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu etichetă 3 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1 161 și 2 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de variante care urmează a fi rezolvate. Fiecare pereche din celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unei singure variante, scrise în ordinea :

- $a$ ,  $a_1$ ,  $E$ ,  $l$ ,  $E_h$ ,  $E_v$  la prima instrucțiune,
- $h$ ,  $h_1$ ,  $k_0$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma_b$  la a doua instrucțiune.

Pentru fiecare variantă, programul furnizează momentele încovoietoare, forțele tăietoare, presiunile și săgețile pe jumătate din lungimea raiderului.

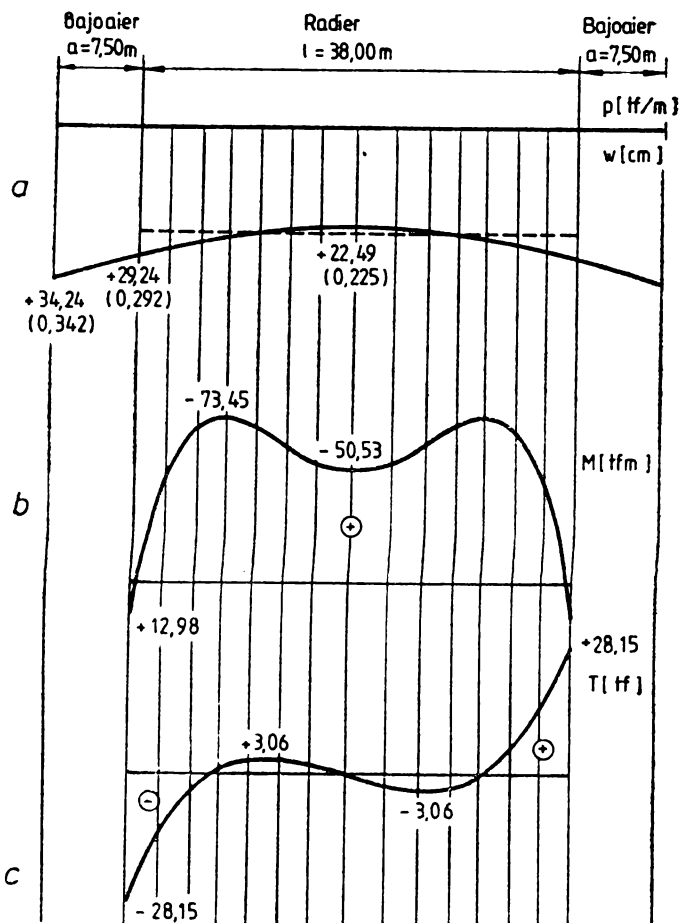


Fig. 6.4

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi și săgeți,  $m^2$  pentru arii,  $m^3$  pentru moduli de rezistență,  $m^4$  pentru momente de inerție, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime,  $kN/m^2$  pentru forțe pe unitatea de suprafață,  $kN/m^3$  pentru greutăți specifice și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui doc uscat avînd următoarele caracteristici :

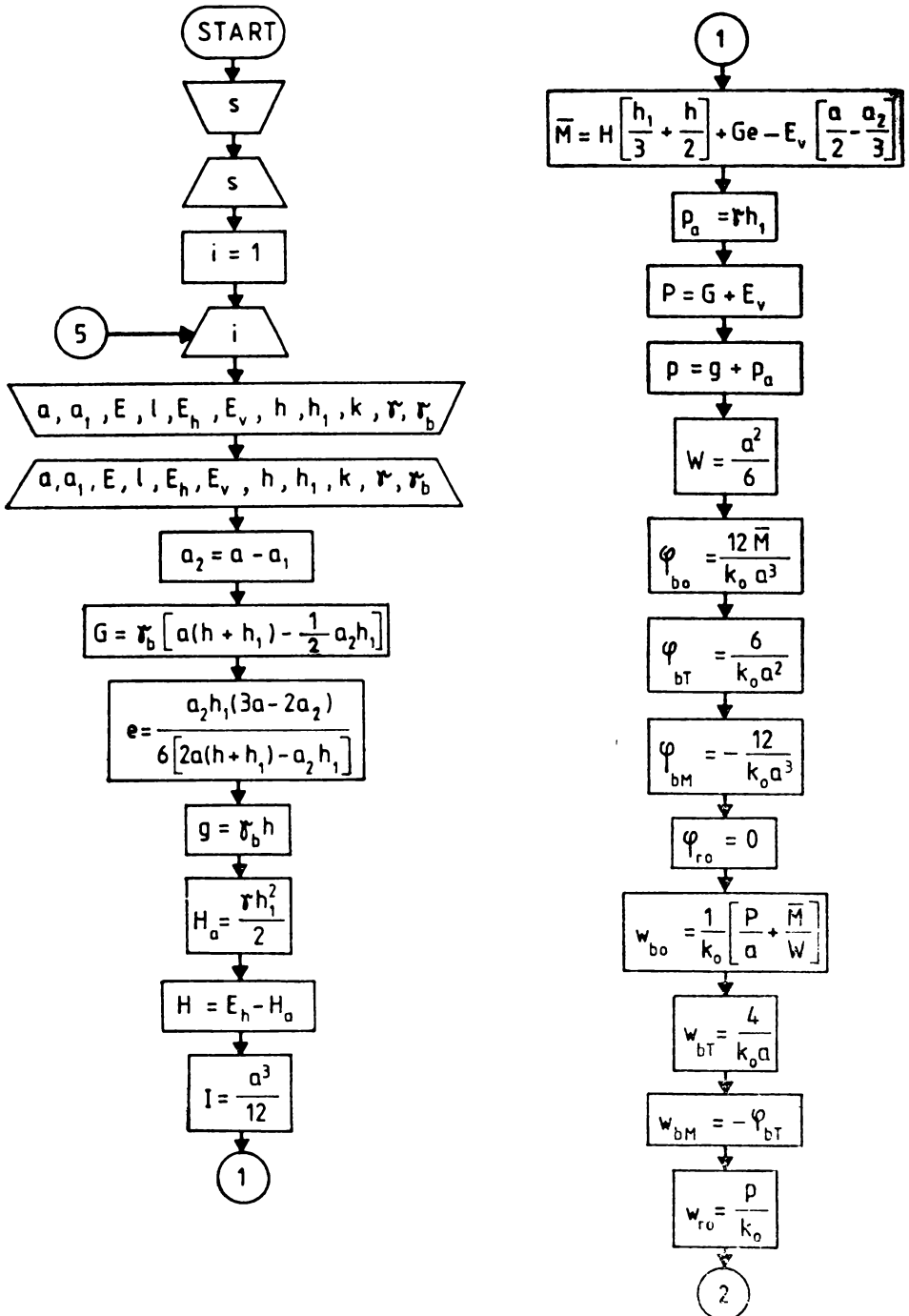
$$\begin{aligned}
 a &= 7,5 \text{ m}; a_1 = 3,2 \text{ m}; E = 21\,000\,000 \text{ kN/m}^2; \\
 l &= 38 \text{ m}; E_h = 780 \text{ kN}; E_v = 260 \text{ kN}; \\
 h &= 4,5 \text{ m}; h_1 = 12,4 \text{ m}; k_0 = 100\,000 \text{ kN/m}^3; \\
 \gamma &= 10 \text{ kN/m}^3; \gamma_b = 24 \text{ kN/m}^3.
 \end{aligned}$$

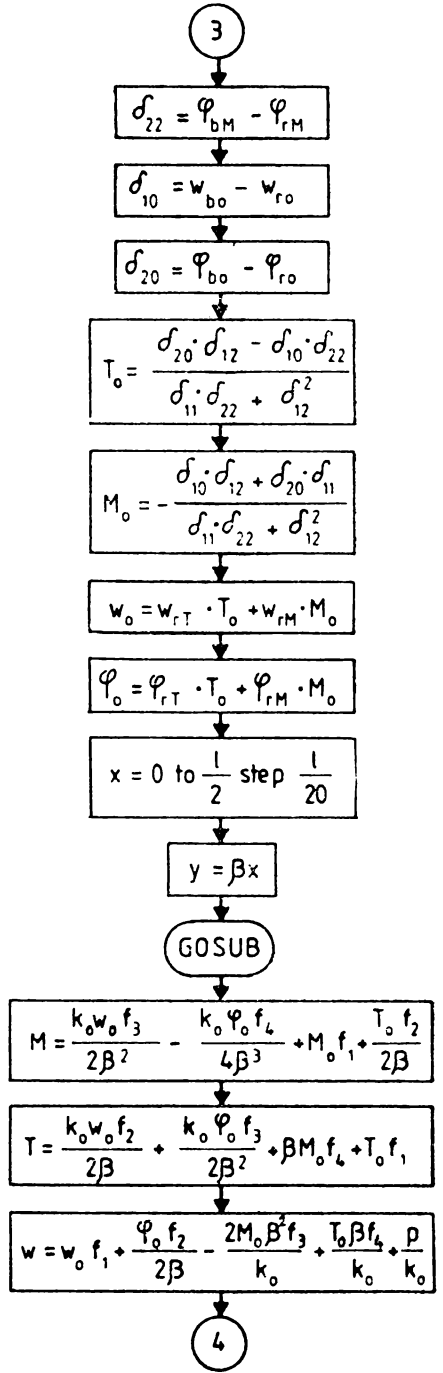
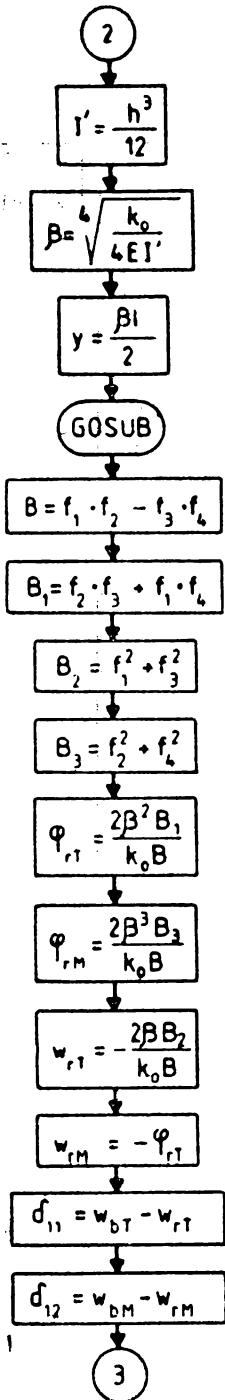
Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din trei instrucțiuni DATA avînd etichetele 2 000, 2 010 și 2 020.

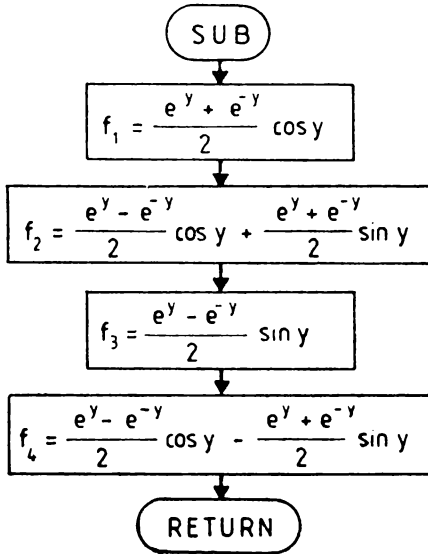
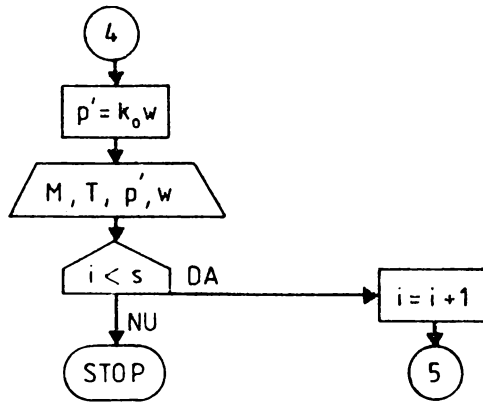
Anexa 6.3 reproduce rezultatele obținute prin rulara programului EP-21-02 pentru docul uscat considerat.



ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL EFORTURILOR ȘI DEPLASĂRILOR LA UN DOC USCAT







```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-21-02

20 REM .....
30 REM *
40 REM * EFORTURI SI DEPLASARI LA UN DOC USCAT *
50 REM *
60 REM .....
70 REM *
80 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE, *
90 REM * FORTELE TAIETOARE, PRESIUNILE SI SAGETILE PE *
100 REM * JUMATATE DIN LUNGIMEA RADIERULUI *
110 REM *
120 REM .....
130 REM *
140 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI SI SAGETI, *
150 REM * MA2 PENTRU ARII, MA3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA, *
160 REM * MA4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE, KN PENTRU FORTE, *
170 REM * KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME, *
180 REM * KN/(MA2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, *
190 REM * KN/(MA3) PENTRU GREUTATI SPECIFICE SI KN*M *
195 REM * PENTRU MOMENTE *
200 REM *
210 REM .....
220 REM *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
250 REM *
260 REM .....

270 PRINT: TAB(6): "EFORTURI SI DEPLASARI LA UN DOC USCAT"
275 PRINT
280 PRINT: "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI SI SAGETI,"
290 PRINT: "MA2 PENTRU ARII, MA3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA,"
295 PRINT: "MA4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE, KN PENTRU FORTE,"
300 PRINT: "KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,"
305 PRINT: "KN/(MA2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA,"
310 PRINT: "KN/(MA3) PENTRU GREUTATI SPECIFICE SI KN*M"
315 PRINT: "PENTRU MOMENTE"
320 PRINT
325 PRINT
330 READ S
335 PRINT: "NUMARUL VARIANTELOR ESTE S =" : S
340 LET I=1
345 PRINT
350 PRINT
355 PRINT: TAB(17): "VARIANTA " : I
360 PRINT
370 READ A0, A1, E0, L0, E1, E2, H0, H1, K0, G2, G3
380 PRINT: TAB(23): "DATE"
390 PRINT: TAB(10): "A0 =" : A0 : TAB(29): "A1 =" : A1
400 PRINT: TAB(10): "E0 =" : E0 : TAB(29): "L0 =" : L0
410 PRINT: TAB(10): "E1 =" : E1 : TAB(29): "E2 =" : E2
420 PRINT: TAB(10): "H0 =" : H0 : TAB(29): "H1 =" : H1
430 PRINT: TAB(10): "K0 =" : K0
440 PRINT: TAB(10): "G2 =" : G2 : TAB(29): "G3 =" : G3
450 PRINT
460 LET A2=A0-A1
465 LET G0=G3*(A0*(H0+H1)-A2*H1/2)
470 LET C0=A2*H1*(3*A0-2*A2)/(6*(2*A0*(H0+H1)-A2*H1))
480 LET G1=G3*H0
490 LET H2=G2*H1^2/2
500 LET H3=E1-H2
510 LET I0=A0^3/12
520 LET M1=H3*(H1/3+H0/2)+G0*C0-E2*(A0/2-A2/3)

```

## ANEXA 6.2 (continuare)

```

530 LET P2=Q2*H1
540 LET P3=Q0+E2
550 LET P1=Q1+P2
560 LET W0=A0^2/6
570 LET V1=12*M1/(K0*A0^3)
580 LET V2=6/(K0*A0^2)
590 LET V3=-12/(K0*A0^3)
600 LET V4=0
610 LET W1=(P3/A0+M1)/W0/K0
620 LET W2=4/(K0*A0)
630 LET W3=-V2
635 LET W4=P1/K0
640 LET I1=M0^3/12
645 LET E0=E0/10000
650 LET B=SQR(SQR(K0/(4*E0*I1))) / 10
660 LET Y=B*L0/2
670 GOSUB 1100
680 LET Z0=F1*F2-F3*F4
690 LET Z1=F2*F3+F1*F4
700 LET Z2=F1^2+F3^2
710 LET Z3=F2^2+F4^2
720 LET V5=2*Z1*B^2/(K0*Z0)
730 LET V6=2*Z3*B^3/(K0*Z0)
740 LET W5=-2*Z2*B/(K0*Z0)
750 LET W6=-V5
760 LET D1=W2-W5
770 LET D0=W3-W6
780 LET D2=V3-V6
790 LET D3=W1-W4
800 LET D4=V1-V4
810 LET T0=(D0*D4-D2*D3)/(D1*D2+D0^2)
820 LET M0=- (D0*D3+D1*D4)/(D1*D2+D0^2)
830 LET W7=W5*T0+W6*M0
840 LET V7=V5*T0+V6*M0
850 PRINT:TAB(21):"REZULTATE"
860 PRINT
870 FOR X=0 TO L0/2 STEP L0/20
880 LET Y=B*X
890 GOSUB 1100
900 LET M=K0*W7*F3/(2*B^2)-K0*V7*F4/(4*B^3)
910 LET N=M+M0*F1+T0*F2/(2*B)
920 LET T=K0*W7*F2/(2*B)+K0*V7*F3/(2*B^2)
930 LET Y=T+B*M0*F4+T0*F1
940 LET W=W7*F1+V7*F2/(2*B)+P1/K0
950 LET W=W-2*M0*F3*B^2/K0+T0*B*F4/K0
960 LET Q=K0*W
970 PRINT:TAB(10):"X" =":X:TAB(29):"M" =":M
980 PRINT:TAB(29):"T" =":T
990 PRINT:TAB(29):"Q" =":Q
1000 PRINT:TAB(29):"W" =":W
1010 PRINT
1020 NEXT X
1030 IF I<5 THEN 1050
1040 GOTO 3000
1050 LET I=I+1
1060 GOTO 345
1100 LET F1=(EXP(Y)+1/EXP(Y))*COS(Y)/2
1110 LET F2=(EXP(Y)-1/EXP(Y))*COS(Y)/2
1120 LET F2=F2+(EXP(Y)+1/EXP(Y))*SIN(Y)/2
1130 LET F3=(EXP(Y)-1/EXP(Y))*SIN(Y)/2
1140 LET F4=(EXP(Y)-1/EXP(Y))*COS(Y)/2
1150 LET F4=F4-(EXP(Y)+1/EXP(Y))*SIN(Y)/2
1160 RETURN
2000 DATA 1
2010 DATA 7.5,3.2,21000000,38,790,260
2020 DATA 4,5,12,4,100000,10,24
3000 END

```

## EFORTURI SI DEPLASARI LA UN DOC USCAT

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI SI SAGETI,  
 MA2 PENTRU ARII, MA3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA,  
 MA4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE, KN PENTRU FORTE,  
 KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,  
 KN/(MA2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA,  
 KN/(MA3) PENTRU GREUTATI SPECIFICE SI KN\*M  
 PENTRU MOMENTE

NUMARUL VARIANTELOR ESTE 5 = 1.00000

## VARIANTA 1.00000

## DATE

A0 = 7.50000	A1 = 3.20000
E0 = 210000.E+02	L0 = 38.0000
E1 = 780.000	E2 = 260.000
H0 = 4.50000	H1 = 12.4000
K0 = 100000	
G2 = 10.0000	G3 = 24.0000

## REZULTATE

X = .000000	M = 129.946
	T = -281.524
	Q = 292.437
	W = .292437E-02
X = 1.90000	M = -303.492
	T = -178.726
	Q = 279.815
	W = .279815E-02
X = 3.80000	M = -564.110
	T = -99.4070
	Q = 267.845
	W = .267845E-02
X = 5.70000	M = -694.940
	T = -41.7100
	Q = 257.131
	W = .257131E-02
X = 7.60000	M = -734.620
	T = -2.92400
	Q = 247.971
	W = .247971E-02
X = 9.50000	M = -716.080
	T = 20.0280
	Q = 240.463
	W = .240463E-02

$x = 11.4000$	$M = -666.540$ $T = 30.2600$ $Q = 234.570$ $W = .234570E-02$
$x = 13.3000$	$M = -607.240$ $T = 30.7472$ $Q = 230.186$ $W = .230186E-02$
$x = 15.2000$	$M = -554.110$ $T = 24.2360$ $Q = 227.177$ $W = .227177E-02$
$x = 17.1000$	$M = -518.050$ $T = 13.2150$ $Q = 225.425$ $W = .225425E-02$
$x = 19.0000$	$M = -505.280$ $T = -.400000E-02$ $Q = 224.851$ $W = .224851E-02$

Diagramele corespunzătoare mărimilor  $p$ ,  $w$ ,  $M$  și  $T$ , trasate pe baza rezultatelor furnizate de program, sînt prezentate în figura 6.4 *a*, *b*, *c* (valorile săgeților  $w$  au fost trecute în paranteze în figura 6.4 *a*).

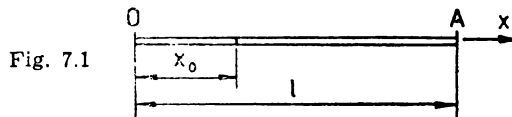
*Observații.* 1. În dreptul bajoaielor, diagramele presiunilor și săgeților sînt liniare.

2. Diagramele corespunzătoare mărimilor  $p$ ,  $w$  și  $M$  sînt simetrice, iar diagrama corespunzătoare forței tăietoare  $T$  este antisimetrică în raport cu mijlocul deschiderii.

## 7. LINII DE INFLUENȚĂ ALE MOMENTULUI ÎNCOVOIETOR LA GRINZI PE MEDIU ELASTIC

### 7.1. ASPECTE TEORETICE

*Enunțul problemei.* O grindă de secțiune constantă (moment de inerție constant) este așezată pe un mediu elastic; capetele grinzii, notate cu  $O$  și  $A$  sînt libere. Cunoscînd mărimea produsului  $\beta l$  dintre coeficientul de amortizare  $\beta$ [4] și lungimea  $l$  a grinzii, se cere să se traseze liniile de influență ale momentelor încovoietoare corespunzătoare unei secțiunii situate la distanța  $x_0$  de la capătul  $O$  (fig. 7.1).



*Relații de calcul.* Expresiile deplasărilor și eforturilor secționale într-o secțiune curentă a grinzii, situată la distanța  $x$  de capătul  $O$ , stabilite prin metoda parametrilor inițiali [4] ținând seama că pe grindă nu acționează încărcări distribuite, sînt :

$$\begin{aligned}
 w &= w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{2M_0\beta^2}{k} f_3(\beta x) + \frac{T_0\beta}{k} f_4(\beta x); \\
 \varphi &= \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2M_0\beta^3}{k} f_2(\beta x) - \frac{2T_0\beta^2}{k} f_3(\beta x); \\
 M &= \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + M_0 f_1(\beta x) + \frac{T_0}{2\beta} f_2(\beta x); \\
 T &= \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + \beta M_0 f_4(\beta x) + T_0 f_1(\beta x),
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

în care  $w$  și  $\varphi$  sînt săgeata și rotirea, iar  $M$  și  $T$  sînt momentul încovoietor și forța tăietoare în secțiunea respectivă a grinzii (notațiile folosite sînt sistematizate, codificate și definite în tabelul 7.1).

În expresiile (7.1),  $w_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $M_0$  și  $T_0$  reprezintă parametrii inițiali, egali cu valorile mărimilor  $w$ ,  $\varphi$ ,  $T$  și  $M$  în origine, iar funcțiile care intervin se prezintă astfel :

$$\begin{aligned}
 f_1(\beta x) &= \operatorname{ch} \beta x \cdot \cos \beta x; \\
 f_2(\beta x) &= \operatorname{sh} \beta x \cdot \cos \beta x + \operatorname{ch} \beta x \cdot \sin \beta x; \\
 f_3(\beta x) &= \operatorname{sh} \beta x \cdot \sin \beta x; \\
 f_4(\beta x) &= \operatorname{sh} \beta x \cdot \cos \beta x - \operatorname{ch} \beta x \cdot \sin \beta x.
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Expresiile (7.1) sînt valabile din origine pînă în dreptul primei forțe concentrate care, în cazul de față, este reprezentată de forța-unitate  $P = 1$ . Deoarece grinda are capătul din stînga liber, rezultă

$$M_0 = 0; T_0 = 0 \tag{7.3}$$

și relațiile (7.1) devin

$$\begin{aligned}
 w &= w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x); \\
 \varphi &= \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x); \\
 M &= \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x); \\
 T &= \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x).
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Considerînd că forța-unitate este aplicată în dreptul secțiunii situate la distanța  $u$  de origine, relațiile (7.4) sînt valabile pentru intervalul  $0 \leq x < u$ . Pentru intervalul  $u \leq x < l$ , în membrii din dreapta ai egalităților (7.4) apare cîte un termen suplimentar, ele devenind

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{P\beta}{k} f_4[\beta(x - u)];$$



$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) + \frac{2P\beta^3}{k} f_3[\beta(x - u)];$$

$$M = \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) - \frac{P}{2\beta} f_2[\beta(x - u)]; \quad (7.5)$$

$$T = \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - P f_1[\beta(x - u)].$$

Tabelul 7.1

Notații	Codificări	Definiții sau expresii
$f_1$	F1	
$f_2$	F2	
$f_3$	F3	Funcții definite prin relațiile (7.2).
$f_4$	F4	
$f_5$	F5	Funcție definită prin relația (7.9).
$g_1$	G1	
$g_2$	G2	Funcțiile $f_1$ , $f_2$ , $f_3$ și $f_4$ pentru $y = z\xi$ .
$g_3$	G3	
$g_4$	G4	
$h_1$	H1	Funcțiile $f_1$ și $f_2$ pentru $y = z(1 - \eta)$ .
$h_2$	H2	
$i$	I	Numărul de ordine al grinzilor.
$k_2$	K2	Funcția $f_2$ pentru $y = z(\xi - \eta)$ .
$l$	LØ	Lungimea grinzii.
$M$	MØ	Ordonata liniei de influență.
$q_1$	Q1	
$q_2$	Q2	Expresii ajutătoare.
$q_3$	Q3	
$q_4$	Q4	
$s$	S	Numărul total de grinzi.
$x_0$	XØ	Abscisa secțiunii pentru care se determină ordonatele liniei de influență a momentului încovoietor.
$y$	YØ	Argumentul funcțiilor $f_1$ , $f_2$ , $f_3$ și $f_4$ .
$z$	ZØ	$z = \beta l$ , unde $\beta$ este coeficientul de amortizare.
$\eta$	UØ	Abscisa secțiunii în dreptul căreia se aplică forța unitate.

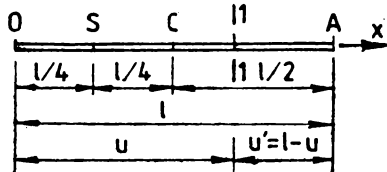
Parametrii inițiali  $w_0$  și  $\varphi_0$  se obțin din condițiile de moment încovoietor și de forță tăietoare nulă la capătul A al grinzii, deci pentru  $x = l$ . Ultimele două expresii din grupul de relații (7.5) devin în acest caz :

$$\frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta l) - \frac{k \varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta l) - \frac{P}{2\beta} f_2(\beta u') = 0;$$

$$\frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta l) + \frac{k \varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta l) - P f_1(\beta u') = 0, \quad (7.6)$$

în care

$$u' = l - u. \quad (7.7)$$



SECȚIUNEA 1-1

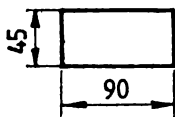


Fig. 7.2

Rădăcinile sistemului de ecuații (7.6) pot fi scrise astfel :

$$w_0 = \frac{\beta}{k f_5(\beta l)} [2f_4(\beta l) \cdot F_1 + 2f_3(\beta l) \cdot F_2];$$

$$\varphi_0 = \frac{2\beta^3}{k f_5(\beta l)} [2f_3(\beta l) \cdot F_1 - f_2(\beta l) \cdot F_2], \quad (7.8)$$

în care

$$f_5(\beta l) = 2f_3^2(\beta l) + f_2(\beta l)f_4(\beta l) = \text{sh}^2 \beta l - \sin^2 \beta l \quad (7.9)$$

și

$$F_1 = f_1(\beta u'); \quad F_2 = f_2(\beta u'). \quad (7.10)$$

Funcțiile  $F_1$  și  $F_2$  variază o dată cu distanța  $u'$  care, la rândul ei, variază în intervalul de la dreapta secțiunii pentru care se trasează liniile de influență.

Pentru secțiunea  $P$  definită prin abscisa  $x_0$ , ecuația liniei de influență a momentului încovoietor este

— pentru  $u \in (x_0, l)$  și  $u' \in (0, l - x_0)$

$$M_{P1} = \frac{1}{\beta f_5(\beta l)} \left\{ [f_4(\beta l) \cdot f_3(\beta x_0) - f_3(\beta l) \cdot f_4(\beta x_0)] F_1 + \left[ f_3(\beta l) \cdot f_3(\beta x_0) + \frac{1}{2} f_2(\beta l) \cdot f_4(\beta x_0) \right] F_2 \right\}; \quad (7.11)$$

— pentru  $u \in (0, x_0)$  și  $u' \in (l - x_0, l)$

$$M_{P2} = M_{P1} - \frac{1}{2\beta} f_2[\beta(x_0 - u)]. \quad (7.12)$$

*Observație.* Parametrul  $k$  nu apare în ecuațiile liniilor de influență, deoarece se simplifică.

## 7.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama pentru calculul automat al ordonatelor liniilor de influență ale momentelor încovoietoare la grinzile pe mediu elastic a fost elaborată ținându-se seama de următoarele considerații :

— distanța dintre două secțiuni consecutive pentru care se trasează liniile de influență ale momentelor încovoietoare este egală cu  $l/20$  ;

— distanța dintre două ordonate consecutive ale unei linii de influență este egală cu  $l/20$ .

Prin transcrierea organigramei sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 7.1, a fost obținut *programul de calcul EP-21-03*, listat în anexa 7.1.

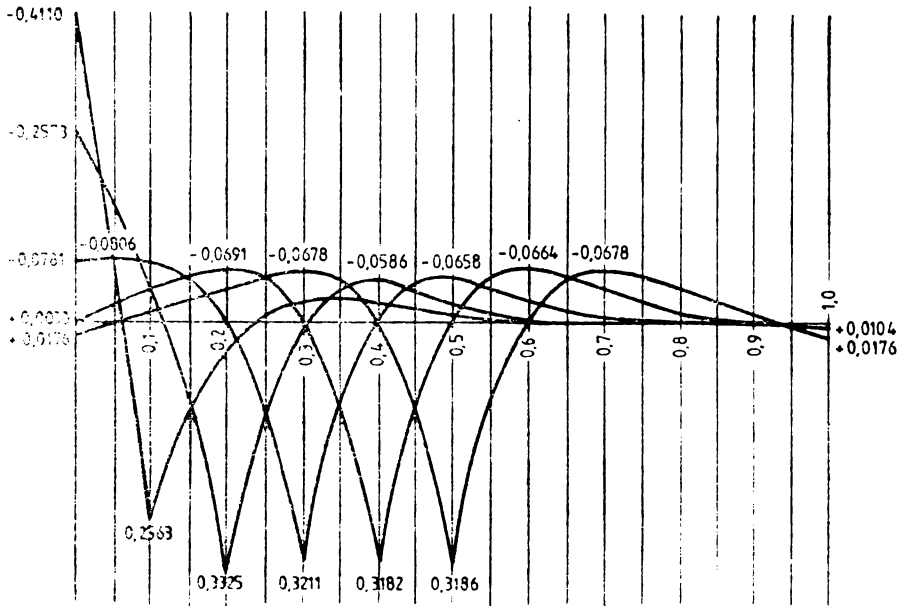


Fig. 7.3

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1100, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 1101 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de grinzi cărora urmează să li se calculeze ordonatele liniilor de influență ale momentelor încovoietoare. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare pentru calculul ordonatelor liniilor de influență corespunzătoare unei singure grinzi, scrise în următoarea ordine:  $l$ ,  $\beta l$ .

Pentru fiecare grindă, programul furnizează mărimile ordonatelor liniilor de influență la distanțe egale cu  $l/20$ , pentru momentele încovoietoare care apar în secțiuni situate la distanțe egale cu  $l/20$ .

Unitățile de măsură folosite sînt: m pentru lungimi,  $m^4$  pentru momente de inerție, kN pentru forțe, kNm pentru momente încovoietoare,  $kN/m^2$  pentru moduli de elasticitate și  $kN/m^3$  pentru coeficienții de tasare.

Programul a fost aplicat unei grinzi avînd următoarele caracteristici:  $l = 10,2$  m și  $\beta l = 8$ , pentru secțiunile C de la mijlocul deschiderii ( $x_0 = 0,50 l$ ) și S de la sfertul deschiderii ( $x_0 = 0,25 l$ ).

Cu rezultatele obținute prin rularea programului EP-21-03 pentru grinda considerată au fost trasate liniile de influență cuprinse în figura 7.3.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-21-03

20 REM *
30 REM *
40 REM * LINII DE INFLUENTA ALE MOMENTELOR INCOVOIETOARE *
50 REM * LA GRINZI PE MEDIU ELASTIC *
60 REM *
70 REM *
80 REM *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MARIMILE ORDONATELOR *
100 REM * LINIILOR DE INFLUENTA LA DISTANTE EGALE CU A *
105 REM * DOUAZECEA PARTE DIN LUNGIMEA DESCHIDERII, PENTRU *
110 REM * MOMENTELE INCOVOIETOARE IN SECTIUNI SITUATE LA *
115 REM * DISTANTE EGALE CU A DOUAZECEA PARTE DIN LUNGIMEA *
120 REM * DESCHIDERII *
130 REM *
140 REM *
150 REM *
160 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN*M/M *
170 REM * PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE UNITARE SI KN/(M^3) *
180 REM * PENTRU COEFICIENTI DE TASARE *
220 REM *
230 REM *
240 REM *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
260 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-1R SI M-11R *
270 REM *
280 REM *

290 PRINT "ORDONATELE LINIILOR DE INFLUENTA ALE MOMENTELOR"
300 PRINT;TAB(4);"INCOVOIETOARE LA GRINZI PE MEDIU ELASTIC"
305 PRINT
310 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN*M/M"
315 PRINT"PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE UNITARE SI KN/(M^3)"
320 PRINT"PENTRU COEFICIENTI DE TASARE"
325 PRINT
330 PRINT
335 READ S
340 PRINT;TAB(7);"NUMARUL GRINZILOR ESTE S =" ;S
350 LET I=1
360 PRINT
370 PRINT
380 PRINT;TAB(16);"GRINDA " ;I
390 PRINT
400 READ L0,Z0
410 PRINT;TAB(21);"DATE"
420 PRINT;TAB(6);"L0 =" ;L0;TAB(28);"Z0 =" ;Z0
450 PRINT
480 LET Y0=Z0
490 GOSUB 900
500 FOR X0=0.05 TO 0.5 STEP 0.05
510 PRINT;TAB(8);"COORDONATELE LINIET DE INFLUENTA ALE"
520 PRINT;TAB(8);"MOMENTULUI INCOVOIETOR DIN SECTIUNEA"
530 PRINT;TAB(8);"DE ABSCISA RELATIVA X0 =" ;X0
540 PRINT
550 LET Y0=Z0*X0
560 GOSUB 900
565 FOR U0=0 TO 1 STEP 0.05
570 IF U0>0 THEN S90
575 LET M0=L0*( (F4*G3-F3*G4)*F1+(F3*G3+F2*G4/2)*F2)/(Z0*F5)
580 LET M0=M0-L0*G2/(2*Z0)
585 IF U0=0 THEN 650

```

```

590 IF X0=1-U0 THEN 680
600 LET Y0=Z0*(1-U0)
610 GOSUB 900
620 LET M0=L0*((F4*G3-F3*G4)*M1+(F3*G3+r2*G4/2)*M2)/(Z0*F5)
625 IF U0>=X0 THEN 650
630 LET Y0=Z0*(X0-U0)
635 GOSUB 900
640 LET M0=M0-L0*K2/(2*Z0)
650 PRINT;TAB(6);"U0 =" ;U0;TAB(28);"M0 =" ;M0
660 PRINT
670 GOTO 710
680 LET M0=L0*((F4*G3-F3*G4)*G1+(F3*G3+F2*G4/2)*G2)/(Z0*F5)
690 IF U0>=X0 THEN 650
700 GOTO 630
710 NEXT U0
750 PRINT
760 NEXT X0
770 IF I<5 THEN 790
780 GOTO 3000
790 LET I=I+1
800 GOTO 360
900 LET Q1=(EXP(Y0)+1/EXP(Y0))*COS(Y0)/2
910 LET Q2=(EXP(Y0)-1/EXP(Y0))*COS(Y0)/2
920 LET Q3=(EXP(Y0)+1/EXP(Y0))*SIN(Y0)/2
930 LET Q4=(EXP(Y0)-1/EXP(Y0))*SIN(Y0)/2
940 IF Y0=Z0 THEN 990
950 IF Y0=Z0*X0 THEN 1050
960 IF Y0=Z0*(1-U0) THEN 1080
970 LET K2=Q2+Q3
980 RETURN
990 LET F1=Q1
1000 LET F2=Q2+Q3
1010 LET F3=Q4
1020 LET F4=Q2-Q3
1030 LET F5=2*F3^2+F2*F4
1040 RETURN
1050 LET G1=Q1
1055 LET G2=Q2+Q3
1060 LET G3=Q4
1065 LET G4=Q2-Q3
1070 RETURN
1080 LET H1=Q1
1090 LET H2=Q2+Q3
1100 RETURN
2000 DATA 1
2010 DATA 10.2.8
3000 END

```

## 8. CALCULUL LA FLAMBAJ AL UNEI BARE CU SECȚIUNEA VARIIND ÎN DOUĂ TREPTE

### 8.1. ASPECTE TEORETICE

*Enunțul problemei.* Un stîlp de lungime  $l$ , liber la capătul superior și încastrat perfect la bază, este încărcat la partea superioară cu forța axială  $P$ . Secțiunea stîlpului variază în două trepte pe lungimile  $l_1$  și  $l_2$ , ( $l_1 + l_2 = l$ ), măsurate de la vîrf spre bază, acestor lungimi corespunzîndu-le momentele de inerție  $I_1$  și  $I_2$  ( $I_1 < I_2$ ). Se cere să se determine valoarea forței critice  $P_c$ , corespunzătoare pierderii stabilității formei de echilibru a stîlpului.

*Rezolvarea problemei.* Se scriu ecuațiile diferențiale ale fibrei medii deformate a stîlpului pentru fiecare dintre cele două intervale de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ . Alegînd sistemul de axe de coordonate  $Oxw$  ca în figura 8.1, rezultă

$$EI_1 \frac{d^2 w_1}{dx^2} = P(\delta - w_1) \quad (8.1)$$

și

$$EI_2 \frac{d^2 w_2}{dx^2} = P(\delta - w_2), \quad (8.2)$$

unde  $\delta$  este săgeata stîlpului la vîrf.

Cu notațiile

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{P}{EI_1}}; \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{P}{EI_2}}, \quad (8.3)$$

soluțiile ecuațiilor diferențiale (8.1) și (8.2) sînt

$$w_1 = \delta + C \cos \beta_1 x + D \sin \beta_1 x \quad (8.4)$$

și

$$w_2 = \delta(1 - \cos \beta_2 x). \quad (8.5)$$

La stabilirea celei de a doua soluții s-a ținut seama de condițiile din încastrare ( $w = 0$  și  $dw/dx = 0$ ).

Constantele de integrare  $C$  și  $D$  se determină din următoarele condiții :

- săgeata la capătul superior al stîlpului este egală cu  $\delta$  ;
- săgețile celor două tronsoane ale stîlpului, în secțiunea de contact dintre ele, sînt egale.

Aceste condiții conduc la sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} C \cos \beta_1 l + D \sin \beta_1 l &= 0, \\ C \cos \beta_1 l_2 + D \sin \beta_1 l_2 &= -\delta \cos \beta_2 l_2, \end{aligned} \quad (8.6)$$

ale cărui rădăcini sînt

$$C = -\delta \frac{\sin \beta_1 l \cdot \cos \beta_2 l_2}{\sin \beta_1 l_1}; \quad D = \delta \frac{\cos \beta_1 l \cdot \cos \beta_2 l_2}{\sin \beta_1 l_1}. \quad (8.7)$$

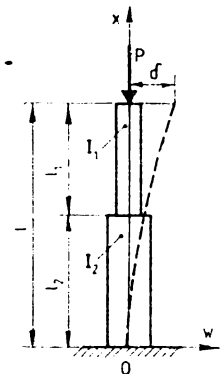


Fig. 8.1

Din condiția de continuitate a tangentei la fibra medie deformată a stîlpului, în dreptul secțiunii de separație a celor două tronsoane, se obține, în final, ecuația transcendentă

$$[\operatorname{tg} \beta_1 l_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_2 l_2 = \frac{\beta_1}{\beta_2}]. \quad (8.8)$$

Cu notațiile

$$l_1 = \lambda l; \quad l_2 = (1 - \lambda)l; \quad I_2 = \frac{I_1}{\alpha^2}; \quad (8.9)$$

$$\beta_1 = \beta; \quad \beta_2 = \beta\alpha; \quad u = \beta l,$$

ecuația caracteristică (8.8) ia forma

$$\operatorname{tg}(\lambda u) \cdot \operatorname{tg}[\alpha(1 - \lambda)u] = \frac{1}{\alpha}, \quad (8.10)$$

avînd ca necunoscută parametrul  $u$ .

O dată determinată valoarea minimă a rădăcini ecuației (8.10), valoarea forței critice, notată cu  $P_E$  (forța critică euleriană), este dată de una din expresiile

$$P_E = \frac{\pi^2 E I_2}{(\mu l)^2}; \quad P_E = \frac{v^2 E I_2}{l^2}, \quad (8.11)$$

în care

$$v = \alpha u; \quad \mu = \frac{\pi}{\alpha u} = \frac{\pi}{v} \quad (8.12)$$

*Observație.* Pentru  $\alpha = 0,5$  și  $\lambda = 0,5$  (tronsoane de lungime egală), ecuația caracteristică devine

$$\operatorname{tg} \frac{u}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (8.13)$$

rădăcina ei convenabilă fiind

$$u = 2,462 \text{ rad.} \quad (8.14)$$

Acestei rădăcini îi corespund parametrul

$$\mu = 2,552; \quad v = 1,231, \quad (8.15)$$

pentru forța critică rezultînd

$$P_E = \frac{\pi^2 E I_2}{(2,552l)^2} = \frac{1,231^2 E I_2}{l^2}. \quad (8.16)$$

Notațiile folosite în rezolvarea problemei sînt sistematizate, codificate și definite în tabelul 8.1.

## 8.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată ținîndu-se seama de următoarele observații:

- parametrul  $u$  nu poate fi mai mic decît  $\operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha}$ ;
- parametrul  $u$  nu poate fi mai mare decît 1,57 radiani;
- parametrul  $u$  se determină cu două zecimale exacte, a treia zecimală fiind aproximativă.

Notății	Codificări	Definiții
$I_1$		Momentul de inerție al secțiunii transversale a tronsonului superior.
$I_2$		Momentul de inerție al secțiunii transversale a tronsonului inferior ( $I_2 \geq I_1$ ).
$l$		Lungimea totală a barei.
$l_1$		Lungimea tronsonului superior.
$l_2$		Lungimea tronsonului inferior.
$P_B$		Forța critică euleriană.
$P$		Forța axială aplicată la capătul liber al stîlpului.
$u$	$U \emptyset$	Parametru de stabilitate al tronsonului superior.
$v$	$V \emptyset$	$v = \alpha u$ . Parametru de stabilitate al tronsonului inferior.
$\alpha$	$A \emptyset$	$\alpha = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$
$\beta$		$\beta = \sqrt{\frac{P}{EI_1}}$
$\mu$	$Q \emptyset$	$\mu = \frac{\pi}{\alpha u}$
$\lambda$	$L \emptyset$	$\lambda = \frac{l_1}{l}$

Transcrierea organigramei sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 8.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-21-04* listat în anexa 8.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 680 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 681 și 1999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de stâlpi sau de variante ale aceluiași stîlp, pentru care urmează să se determine valoarea critică a forței axiale de pierdere a stabilității echilibrului elastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare rezolvării unui singur caz, scrise în ordinea:  $\alpha$ ,  $\lambda$ .

Pentru fiecare caz, programul furnizează valorile critice ale parametrilor  $\mu$  și  $v$ .

Programul a fost aplicat pentru valori succesive ale parametrului  $\alpha$  egale cu 0,1 ; 0,5 ; 0,9.

Fiecăreia dintre acestea i-au fost asociate valori succesive ale parametrului  $\lambda$  egale cu 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8.

Valorile critice ale parametrilor  $\mu$  și  $v$ , corespunzătoare cazurilor considerate, sînt sintetizate în tabelul 8.2.



Valorile critice ale parametrilor  $\mu$  și  $\nu$ 

$\lambda =$	$\alpha =$	0,1	0,5	0,9
0,2	$\mu$	4,18321	2,04331	2,00420
	$\nu$	0,75100	1,53750	1,56750
0,3	$\mu$	6,14793	2,14338	2,01015
	$\nu$	0,51100	1,46572	1,56286
0,4	$\mu$	8,12305	2,31852	2,02466
	$\nu$	0,38675	1,35500	1,55166
0,5	$\mu$	10,1016	2,55414	2,04371
	$\nu$	0,31100	1,23000	1,53720
0,6	$\mu$	12,0830	2,82177	2,07161
	$\nu$	0,26000	1,11334	1,51650
0,7	$\mu$	14,0608	3,10827	2,10280
	$\nu$	0,223429	1,01072	1,49400
0,8	$\mu$	16,0490	3,40321	2,13986
	$\nu$	0,19575	0,923125	1,46813

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-21-04

120 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL LA FLAMBAJ AL UNEI CONSOLE VERTICALE *
50 REM * CU SECTIUNEA TRANSVERSALA VARIIND IN DOUA TREPTE.*
60 REM * SOLICITATA DE O FORȚA VERTICALA APLICATA LA *
70 REM * CAPATUL EI LIBER *
80 REM *
90 REM * *****
100 REM *
110 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
120 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
130 REM *
140 REM *****

150 PRINT "CALCULUL LA FLAMBAJ AL UNEI CONSOLE VERTICALE"
160 PRINT "CU SECTIUNEA TRANSVERSALA VARIIND IN DOUA TREPTE"
170 PRINT "SOLICITATA DE O FORȚA VERTICALA APLICATA LA"
180 PRINT "CAPATUL EI LIBER"
190 PRINT
200 PRINT
210 READ S
220 PRINT: TAB(7); "NUMARUL CONSOLELOR ESTE S ="; S
230 LET I=1
240 PRINT
250 PRINT
260 PRINT: TAB(17); "CONSOLA "; I
270 PRINT
280 READ A0, L0
290 LET T=1
300 LET U1=INT(10*ATN(SQR(1/A0)))/10
310 IF L0<A0*(1-L0) THEN 520
320 LET U2=A0*U1*(1-L0)/L0
330 LET F0=TAN(U1)*TAN(U2)-1/A0
340 IF F0<0 THEN 540
350 IF T>1 THEN 380
360 LET T=T+1
370 IF T<3 THEN 610
380 IF T>2 THEN 410
390 LET T=T+1
400 IF T<4 THEN 630
410 IF L0<A0*(1-L0) THEN 650
420 LET U0=U3/L0
430 LET V0=A0*U0
440 LET Q0=PI/V0
450 PRINT: TAB(23); "DATE"
460 PRINT: TAB(7); "A0 ="; A0; TAB(31); "L0 ="; L0
470 PRINT
480 PRINT: TAB(16); "PARAMETRI CRITICI"
490 PRINT: TAB(7); "U0 ="; U0; TAB(31); "V0 ="; V0
500 IF I<S THEN 670
510 GOTO 2000
520 LET U2=L0*U1/(A0*(1-L0))
530 GOTO 330
540 LET U3=U1
550 IF T>1 THEN 590
560 IF U1=1.5 THEN 360
570 LET U1=U3+0.1
580 IF T<2 THEN 310
590 IF T>2 THEN 630

```

```

600 IF U1=1.57 THEN 410
610 LET U1=U3+0.01
620 IF T<3 THEN 310
630 LET U1=U3+0.001
640 GOTO 310
650 LET U0=U3/(A0*(1-L0))
660 GOTO 430
670 LET I=I+1
680 GOTO 240
1000 DATA 21
1010 DATA 0.2,0.2
1020 DATA 0.2,0.3
1030 DATA 0.2,0.4
1040 DATA 0.2,0.5
1050 DATA 0.2,0.6
1060 DATA 0.2,0.7
1070 DATA 0.2,0.8
1080 DATA 0.5,0.2
1090 DATA 0.5,0.3
1100 DATA 0.5,0.4
1110 DATA 0.5,0.5
1120 DATA 0.5,0.6
1130 DATA 0.5,0.7
1140 DATA 0.5,0.8
1150 DATA 0.8,0.2
1160 DATA 0.8,0.3
1170 DATA 0.8,0.4
1180 DATA 0.8,0.5
1190 DATA 0.8,0.6
1200 DATA 0.8,0.7
1210 DATA 0.8,0.8
2000 END

```

## 9. PROBLEMĂ ÎN TEORIA DE ORDINUL II

*Enunțul problemei.* Se dă o bară dublu articulată încărcată la capătul superior cu o forță axială (de compresiune)  $P_1$  și, în deschidere, cu o forță  $P_2$ , paralelă cu axa barei și de același sens cu  $P_1$ , dar aplicată cu o excentricitate  $e$  (fig. 9.1). Se cere să se studieze săgețile, momentele încovoietoare și forțele tăietoare în teoria de ordinul II, precizînd și condiția critică de flambaj.

### 9.1. ASPECTE TEORETICE

Pentru rezolvarea problemei se alege originea  $x$ -ilor la capătul superior; se disting două intervale:  $x \in (0, l_1)$  și  $x \in (l_1, l)$ .

Se scriu expresiile momentelor încovoietoare (în teoria de ordinul I):

— pentru intervalul I,  $x \in (0, l_1)$

$$M_{x1} = P_1 w_1 + \frac{P_2 e}{l} x, \quad (9.1)$$

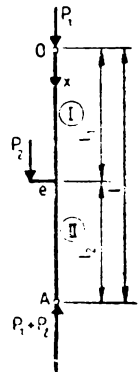


Fig. 9.1

— pentru intervalul II,  $x \in (l_1, l)$

$$M_{x_2} = (P_1 + P_2)w_2 - P_2e \left(1 - \frac{x}{l}\right). \quad (9.2)$$

Ecuțiile diferențiale aproximative ale săgeților se deduc imediat

$$\begin{aligned} \frac{d^2w_1}{dx^2} &= -\frac{P_1}{EI} w_1 - \frac{P_2e}{EI} x, \\ \frac{d^2w_2}{dx^2} &= -\frac{P_1 + P_2}{EI} w_2 + \frac{P_2e}{EI} (l - x). \end{aligned} \quad (9.3)$$

Dacă se introduc notațiile

$$\beta_1^2 = \frac{P_1}{EI}, \quad \beta_2^2 = \frac{P_1 + P_2}{EI} \quad (9.4)$$

ecuațiile (9.3) se scriu

$$\begin{aligned} \frac{d^2w_1}{dx^2} + \beta_1^2 w_1 &= -\frac{P_2e}{EI} x, \\ \frac{d^2w_2}{dx^2} + \beta_2^2 w_2 &= +\frac{P_2e}{EI} (l - x). \end{aligned} \quad (9.5)$$

Ele admit soluțiile generale

$$\begin{aligned} w_1 &= A_1 l \sin \beta_1 x + B_1 l \cos \beta_1 x - \frac{P_2e}{P_1 l} x, \\ w_2 &= A_2 l \sin \beta_2 x + B_2 l \cos \beta_2 x + \frac{P_2e}{(P_1 + P_2) l} (l - x). \end{aligned} \quad (9.6)$$

Condițiile la limită pentru determinarea constantelor de integrare  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$  se scriu :

- pentru  $x = 0 \rightarrow w_1 = 0$ ,
- pentru  $x = l_1 \rightarrow w_1 = w_2$  și  $w'_1 = w'_2$ ,
- pentru  $x = l \rightarrow w_2 = 0$ .

Din prima condiție rezultă  $B_1 = 0$ , iar din ultima condiție

$$B_2 = -A_2 \frac{\sin \beta_2 l}{\cos \beta_2 l}.$$

Soluțiile (9.6), împreună cu derivatele de ordinul întâi se scriu atunci

$$w_1 = A_1 l \sin \beta_1 x - \frac{P_2e}{P_1 l} x, \quad (9.8)$$

$$w_2 = -A_2 l \frac{\sin \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} + \frac{P_2e}{(P_1 + P_2) l} (l - x),$$

$$w'_1 = \beta_1 A_1 l \cos \beta_1 x - \frac{P_2e}{P_1 l}, \quad (9.9)$$

$$w'_2 = +\beta_2 A_2 l \frac{\cos \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} - \frac{P_2e}{(P_1 + P_2) l}.$$

Celelalte două condiții (9.7) iau forma :

$$A_1 l \sin \beta_1 l_1 - \frac{P_2 e}{P_1 l} l_1 = -A_2 l \frac{\sin \beta_2 l_2}{\cos \beta_2 l} + \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2) l} l_2,$$

$$\beta_1 A_1 l \cos \beta_1 l_1 - \frac{P_2 e}{P_1} = \beta_2 A_2 l \frac{\cos \beta_2 l_2}{\cos \beta_2 l} - \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2) l}.$$

sau, dacă se notează

$$\alpha = \frac{l_1}{l}, \quad l_2 = (i - \alpha)l, \quad (9.10)$$

$$\lambda = \frac{P_2}{P_1}, \quad (9.11)$$

$$\gamma = \frac{P_2 e}{P_1 l} \quad (9.12)$$

sistemul precedent devine

$$A_1 l \sin \beta_1 l_1 + \frac{A_2 l}{\cos \beta_2 l} \sin \beta_2 l_2 = \gamma l \frac{1 + \lambda}{1 + \lambda}$$

$$\beta_1 A_1 l \cos \beta_1 l_1 - \beta_2 \frac{A_2 l}{2 \cos \beta_2 l} \cos \beta_2 l_2 = \gamma \frac{\lambda}{1 + \lambda}.$$

Considerind ca necunoscute pe  $A_1 l$  și  $A_2 l / \cos \beta_2 l$ , determinantul principal al sistemului are expresia

$$D = \begin{vmatrix} \sin \beta_1 l_1 & \sin \beta_2 l_2 \\ \beta_1 \cos \beta_1 l_1 & -\beta_2 \cos \beta_2 l_2 \end{vmatrix} = -\beta_2 \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 - \\ - \beta_1 \sin \beta_2 l_2 \cos \beta_1 l_1.$$

Condiția  $D = 0$  conduce la ecuația de stabilitate

$$\beta_2 \operatorname{tg} \beta_1 l_1 + \beta_1 \operatorname{tg} \beta_2 l_2 = 0. \quad (9.14)$$

În cazul cînd  $D \neq 0$ , soluțiile sistemului (9.13) se scriu :

$$A_1 = \frac{\gamma}{1 + \lambda} \cdot \frac{\beta_2 l (1 + \lambda x) \cos \beta_2 l_2 + \lambda \sin \beta_2 l_2}{\beta_2 l \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 + \beta_1 l \sin \beta_2 l_2 \cos \beta_1 l_1},$$

$$A_2 = \frac{\gamma}{1 + \lambda} \cdot \frac{\beta_1 l (1 + \lambda x) \cos \beta_1 l_1 - \lambda \sin \beta_1 l_1}{\beta_2 l \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 + \beta_1 l \sin \beta_2 l_2 \cos \beta_1 l_1}.$$

Cunoscînd constantele adimensionale  $A_1$  și  $A_2$ , săgețile  $w_1$  și  $w_2$  sînt date de relațiile

$$w_1 = A_1 l \sin \beta_1 x - \gamma x,$$

$$w_2 = -A_2 l \frac{\sin \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} + \frac{\gamma (l - x)}{1 + \lambda}; \quad (9.16)$$

analog, pentru momentele încovoietoare și forțele tăietoare rezultă :

$$M_{x_1} = A_1 P_1 l \sin \beta_1 x;$$

$$M_{x_2} = A_2 (P_1 + P_2) l \frac{\sin \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} \quad (9.17)$$

și

$$\begin{aligned} T_{x_1} &= A_1 \beta_1 P_1 l \cos \beta_1 x; \\ T_{x_2} &= -A_2 \beta_2 (P_1 + P_2) l \frac{\cos \beta_2 (l-x)^{\frac{3}{2}}}{\cos \beta_2 l}. \end{aligned} \quad (9.18)$$

## 9.2. STUDIU PARAMETRIC

Se consideră creșterea proporțională a forțelor  $P_1$  și  $P_2$ , deci  $\lambda = \text{constant}$ . Folosind notația

$$u = \beta_1 l_1 \quad (9.19)$$

se poate scrie

$$\beta_2 l_2 = u \frac{1-\alpha}{\alpha} \sqrt{1+\lambda} \quad (9.20)$$

și ecuația de stabilitate (9.14) devine

$$\sqrt{1+\lambda} \cdot \operatorname{tg} u + \operatorname{tg} \left[ \frac{1-\alpha^2}{\alpha} \sqrt{1+\lambda} \cdot u \right] = 0. \quad (9.21)$$

Fiind date mărimile constantelor  $\alpha$  și  $\lambda$ , din ecuația (9.21) se obține valoarea parametrului  $u$ .

*Observație.* Pentru  $\alpha = \frac{1}{q+1}$ ,  $\lambda = n^2 - 1$  sau  $\alpha = \frac{q}{q+1}$ ,  $\lambda = n^2 - 1$  (cu  $q, n$  întregi), ecuația (9.21) se scrie sub forma mai simplă

$$n \operatorname{tg} u + \operatorname{tg} (qnu) = 0,$$

respectiv

$$n \operatorname{tg} u + \operatorname{tg} \left( \frac{n}{q} u \right) = 0$$

și, pentru valori particulare ale lui  $q$  și  $n$  poate fi rezolvată direct. Astfel, de exemplu, luând  $q = 1$  și  $n = 2$  (adică  $\alpha = 0,50$  și  $\lambda = 3$ ), prima ecuație caracteristică devine

$$2 \operatorname{tg} u + \operatorname{tg} 2u = 0;$$

prin exprimarea lui  $\operatorname{tg} 2u$  în funcție de  $\operatorname{tg} u$  se ajunge la ecuația

$$2 \operatorname{tg} u (2 - \operatorname{tg}^2 u) = 0$$

cu rădăcina convenabilă  $u = \operatorname{arctg} \sqrt{2} \cong 0,955317 \cong 0,304087\pi$ .

La fel, luând  $q = 3$  și  $n = 2$  (adică  $\alpha = 0,75$  și  $\lambda = 3$ ), din a doua ecuație rezultă

$$2 \operatorname{tg} u + \operatorname{tg} \frac{2u^3}{3} = 0.$$

Prin substituția  $u = 3\xi$  și apoi trecerea la liniile trigonometrice ale arcului  $\xi$ , se ajunge la ecuația

$$\operatorname{tg}^4 \xi - 7 \operatorname{tg}^2 \xi + 4 = 0.$$

Rădăcina convenabilă este

$$u = 3 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{7 - \sqrt{33}}{2}} = 2,010060 \text{ rad} = 0,639822 \pi.$$

Fie

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{\pi^2 \alpha^2}; \quad k_1 = \frac{u^2}{\pi^2 \alpha^2}, \quad (9.22)$$

unde  $P_E$  reprezintă forța critică Euler pentru bara dublu articulată încărcată axial numai la capete.

Mărimile forțelor critice de pierdere a stabilității echilibrului pentru bara considerată sînt în acest caz următoarele :

$$P_{1,cr} = k_1 P_E; \quad P_{2,cr} = \lambda k_1 P_E. \quad (9.23)$$

Forțele aplicate axial, respectiv paralel cu axa barei, pot fi exprimate în funcție de valorile lor critice prin intermediul unui coeficient de proporționalitate  $m \in (0, 1)$ , definit astfel

$$m = \frac{P_1}{P_{1,cr}} = \frac{P_2}{P_{2,cr}} \quad (9.24)$$

și deci

$$P_1 = m k_1 P_E; \quad P_2 = m \lambda k_1 P_E. \quad (9.25)$$

Ecuațiile (9.25) fac ca notațiile (9.4) să devină

$$\beta_1 = \frac{\pi}{l} \sqrt{m k_1}; \quad \beta_2 = \frac{\pi}{l} \sqrt{m k_1 (1 + \lambda)}, \quad (9.26)$$

pe baza cărora se poate scrie

$$\beta_1 l = \pi \sqrt{m k_1}; \quad \beta_2 l = \pi \sqrt{m k_1 (1 + \lambda)}. \quad (9.27)$$

În această situație, expresiile (9.16), (9.17) și (9.18) ale săgeților, momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare pot fi prezentate sub următoarea formă :

$$\frac{w_1}{l} = A_1 \sin \left( \beta_1 l \cdot \frac{x}{l} \right) - \gamma \frac{x}{l}; \quad (9.28)$$

$$\frac{w_2}{l} = -A_2 \frac{\sin \left[ \beta_2 l \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right]}{\cos \beta_2 l} + \frac{\gamma \left( 1 - \frac{x}{l} \right)}{1 + \lambda},$$

$$\frac{M_{x1}}{P_E l} = A_1 \cdot m k_1 \cdot \sin \left( \beta_1 l \cdot \frac{x}{l} \right); \quad (9.29)$$

$$\frac{M_{x2}}{P_E l} = -A_2 \cdot m k_1 (1 + \lambda) \cdot \frac{\sin \left[ \beta_2 l \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right]}{\cos \beta_2 l},$$

și

$$\frac{T_{x1}}{P_E} = A_1 \cdot m k_1 \cdot \beta_1 l \cdot \cos \left( \beta_1 l \cdot \frac{x}{l} \right);$$

$$\frac{T_{x2}}{P_E} = A_2 \cdot m k_1 \cdot \beta_2 l (1 + \lambda) \cdot \frac{\cos \left[ \beta_2 l \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right]}{\cos \beta_2 l} \quad (9.30)$$

Relațiile (9.28), (9.29) și (9.30) permit obținerea valorilor săgeților, momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare în teoria de ordinul II, pentru orice valoare a raportului  $\frac{x}{l} \in (0; 1)$ .

În teoria de ordinul I expresiile momentelor încovoietoare sînt

$$M_{x_1} = P_2 e \frac{x}{l}; \quad M_{x_2} = P_2 e \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (9.31)$$

sau

$$\frac{M_{x_1}}{P_1 l} = \gamma \frac{x}{l}; \quad \frac{M_{x_2}}{P_1 l} = -\gamma \left(1 - \frac{x}{l}\right). \quad (9.32)$$

Pe o cale asemănătoare se obține pentru forța tăietoare

$$T_{x_1} = T_{x_2} = \frac{P_2 e}{l}. \quad (9.33)$$

*Observație.* Pe primul interval al barei, deci pentru  $w_1$ ,  $M_{x_1}$  și  $T_{x_1}$ ,  $\frac{x}{l} \in (0, x)$ , iar pe al doilea interval al barei, deci pentru  $w_2$ ,  $M_{x_2}$  și  $T_{x_2}$ ,  $\frac{x}{l} \in (x, 1)$ .

Notațiile folosite în prezentarea calculului de ordinul II sînt sintetizate, codificate și definite în tabelul 9.1.

*Cazuri limită.* Deoarece la rezolvarea numerică a unei ecuații transcendente — cum este ecuația (9.21) — procesul de separare a rădăcinii minime și apoi procesul de aproximații succesive este mai rapid dacă se cunoaște intervalul în care este situată rădăcina, în tabelul 9.2 se prezintă valorile numerice ale lui  $u$  pentru diferite valori ale parametrilor  $\alpha$  și  $\lambda$  (în tabelul 9.2 rădăcinile sînt date atît cu valoarea numerică efectivă, cit și ca multipli de  $\pi$ ).

Tabelul 9.1

Notații	Codificări	Definiții și expresii
$a_j$	$W \emptyset$	$a_j = \frac{w_j}{l}$ .
$b_j$	$M \emptyset$	$b_j = \frac{M_j}{P_2 l}$ .
$c_j$	$T \emptyset$	$c_j = \frac{T_j}{P_2}$ .
$c$	$C$	$c = \frac{x}{l}$ .
$D$	$D \emptyset$	Valoarea determinantului principal al sistemului de ecuații de condiție.
$E$		Modulul de elasticitate al materialului din care este alcătuită bara.
$e$		Excentricitatea de aplicare a forței $P_2$ în raport cu axa barei.
$f$	$F \emptyset$	Expresie reprezentînd primul membru al ecuației de stabilitate.
$I$		Momentul de inerție al secțiunii barei.
$i$	$I$	Numărul de ordine al barelor sau variantelor.



Notații	Codificări	Definiții și expresii
$j$		Numărul de ordine al punctelor care împart lungimea barei în 20 de intervale egale, începînd de la capătul superior al acesteia ( $j = 1, 2, \dots, 20$ ).
$k_1$	K1	$k_1 = \left( \frac{u_0}{\pi \alpha} \right)^2$
$k_2$	K2	$k_2 = \lambda k_1$ .
$l$		Lungimea barei.
$l_1$		Lungimea intervalului I (fig. 9.1).
$l_2$		Lungimea intervalului II ( $l_2 = l - l_1$ ).
$M_j$		Momentul încovoietor cu numărul de ordine $j$ .
$m$	C4	$m = \frac{P_1}{k_1 P_E} = \frac{P_2}{\lambda k_1 P_E}$ , $m \in (0; 1)$
$P_1$		Forța axială de compresiune aplicată la capătul superior al barei
$P_2$		Forța paralelă cu axa și avînd același sens cu forța $P_1$ , aplicată cu excentricitatea $e$ într-o secțiune intermediară a barei.
$P_E$		Forța critică de flambaj (Euler) pentru bara dublu articulată în încărcată axial la capete $\left( P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \right)$
$s$	S	Numărul barelor sau numărul variantelor studiate.
$T_j$		Forța tăietoare în punctul cu numărul de ordine $j$ .
$t$	T	Număr care indică gradul de precizie cu care se determină valoarea cea mai mică a parametrului $u$ : $t = 1$ pentru o eroare de 0,1 ; $t = 2$ pentru o eroare de 0,01 ; $t = 3$ pentru o eroare de 0,001.
$u$	U1	$u = \beta_1 l_1$ .
$u_0$	UØ	Valoarea cea mai mică a parametrului $u$ .
$w_j$		Săgeata barei în punctul cu numărul de ordine $j$ .
$x$		Distanța dintre capătul superior al barei și un punct curent al axei acesteia
$\alpha$	C1	$\alpha = \frac{l_1}{l}$ .
$\beta_1$		$\beta_1 = \sqrt{\frac{P_1}{EI}}$ .
$\beta_2$		$\beta_2 = \beta_1 \sqrt{1 + \lambda}$ .
$\gamma$		$\gamma = \frac{P_2 e}{P_1 l}$ .

Notății	Codificări	Definiții și expresii
$\lambda$	C2	$\lambda = \frac{P_2}{P_1}$ .
$\xi$	C3	$\xi = \frac{e}{l}$ .
$A_1$	A1	Constantă de integrare.
$A_2$	A2	Constantă de integrare.
$B_1$		Constanta de integrare.
$B_2$		Constantă de integrare.
$u_1 \dots u_6$	U2...U3	Valori aproximative ale parametrului $u_0$ .

Un număr de 4 cazuri limită și un caz particular trebuie să fie studiate separat, deoarece utilizarea directă a ecuației (9.21) poate duce la rezultate eronate.

Discuția rădăcinilor corespunzătoare acestor cazuri limită are la bază următoarele ipoteze :

- forțele  $P_1$  și  $P_2$  au același sens (spre  $x$  crescători).
- se neglijează deformațiile axiale ale barei ;
- articulația superioară (din origine) este deplasabilă, ea reprezentând de fapt un reazem simplu care împiedică deplasările normale pe axă în ambele sensuri.

Se observă de la început că momentul  $P_2 e$  introdus pe bară de forța  $P_2$  aplicată cu excentricitatea  $e$ , conduce la o problemă în teoria de ordinul II, în care ecuațiile diferențiale ale săgeților sînt *neomogene* [4], [31].

Este știut că, dacă forța (forțele) de compresiune atinge o anumită valoare critică, atunci bara flambează, independent de mărimea încărcărilor transversale ; de aceea și în acest caz determinarea parametrilor critici, reprezentată de ecuația caracteristică (9.21), este esențială.

Cu această precizare, se poate trece la examinarea cazurilor limită.

*Cazul 1 :* consola este situată în infinita vecinătate a articulației superioare (fig. 9.2, a) și deci  $\alpha = 0$ , iar diagrama de momente din teoria de ordinul I este triunghiulară (fig. 9.2, b). Bara este sollicitată axial de forța de compresiune  $P_1 + P_2 = (1 + \lambda)P_1$ , pentru care corespunde valoarea critică  $P_E$ , dată de prima relație (9.22). De aici rezultă

$$P_{1,cr} = \frac{P_E}{1 + \lambda}, \quad P_{2,cr} = \frac{\lambda P_E}{1 + \lambda}. \quad (9.34)$$

Se observă că, în această situație, notația (9.19) este lipsită de sens, iar forțele critice rezultă direct din (9.31).

*Cazul 2 :* consola este situată în infinita vecinătate a articulației inferioare (fig. 9.3, a) și deci  $\alpha = 1$ , iar diagrama de momente din teoria de ordinul I este tot triunghiulară (fig. 9.3, b). Forța axială în bară este doar  $P_1$



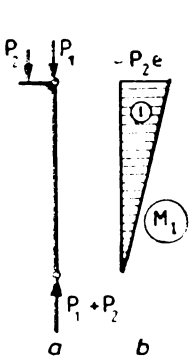


Fig. 9.2

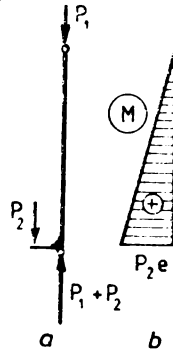


Fig. 9.3

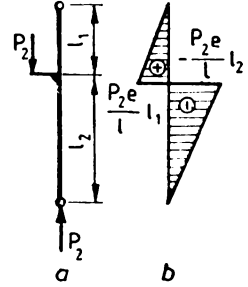


Fig. 9.4

deoarece forța  $P_2$  se transmite direct la reazemul inferior. Rezultă imediat  $P_1 = P_E$  independent de  $P_2$ , iar din (9.19) se obține  $u = \pi$ ; acest rezultat figurează în ultima linie a tabelului 9.2.

*Cazul 3*:  $P_2 = 0$  și deci  $\lambda = 0$ , bara nemaifiind solicitată de încărcări (momente) transversale. Problema, tot în cadrul teoriei de ordinul II, se modifică întrucît ecuația diferențială a săgeților devine *omogenă*. Soluția este  $P_1 = P_E$ , deci  $u = \pi$ ; acest rezultat figurează în prima coloană a tabelului 9.2.

Este interesant de semnalat că rezultatul nu poate fi redus, prin particularizare, din ecuația caracteristică (9.21). Într-adevăr, făcînd  $\lambda = 0$  în ecuația (9.21), aceasta poate fi scrisă sub forma

$$\operatorname{tg} u + \operatorname{tg} \left( \frac{u}{\alpha} - u \right) = 0.$$

După desfacerea termenului al doilea și reducerea termenilor asemenea, se ajunge la condiția

$$\operatorname{tg} \frac{u}{\alpha} (1 + \operatorname{tg}^2 u) = 0,$$

din care ar rezulta  $u = \alpha\pi$ , ceea ce este eronat.

*Cazul 4*:  $P_1 = 0$  și deci  $\lambda = \infty$ . Bara este încărcată ca în figura 9.4, a, iar diagrama de momente din teoria de ordinul I este redată în figura 9.4, b. Observînd că bara este solicitată axial doar pe lungimea  $l_2$ , demonstrația trebuie să fie reluată, pentru a ține seama de acest fapt. În locul ecuației (9.3), trebuie să fie considerată relația diferențială

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} = - \frac{P_2 e}{EI} x.$$

Mersul calculului este același cu cel expus anterior. Trecînd peste operațiile intermediare, se ajunge la ecuația caracteristică

$$\beta_2 l_1 + \operatorname{tg} \beta_2 l_2 = 0 \quad (9.35)$$

în care s-a notat

$$\beta_2^2 = \frac{P_2}{EI}. \quad (9.36)$$

Cu notațiile (9.16)  $\alpha = l_1/l$ ,  $1 - \alpha = l_2/l$ , și încă

$$u_0 = \beta_2 l_2 \quad (9.37)$$

ecuația (9.35) se scrie sub forma finală

$$\operatorname{tg} u_0 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} u_0 = 0. \quad (9.38)$$

Cîteva valori ale parametrului critic  $u_0$  pentru diferite valori ale lui  $\alpha$  sînt conținute de tabelul 9.3. Valoarea forței critice se scrie sub una din formele

$$P_{2,cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{r^2 EI}{l^2}. \quad (9.39)$$

Valorile parametrului  $\mu$  (care definește lungimea de flambaj  $l_f = \mu l$ ) și ale parametrului de stabilitate  $\nu$  sînt, de asemenea, cuprinse în tabelul 9.3.

Tabelul 9.3

$\alpha$	$u_0$	$\mu$	$\nu$
0	3,141593	1	3,141593
	$\pi$		
0,25	2,455644	0,959013	3,274192
	0,781656 $\pi$		
0,50	2,028757	0,774266	4,057514
	0,645773 $\pi$		
0,75	1,758164	0,446715	7,032656
	0,559641 $\pi$		
1,00	1,570796	0	$\infty$
	0,5 $\pi$		

Cazul 5 : 
$$\frac{1 - \alpha}{\alpha} \sqrt{1 + \lambda} = 1.$$

În acest caz, aplicarea directă a relației (9.21) conduce la condiția  $\operatorname{tg} u = 0$ , ceea ce este eronat. Rădăcinile corecte pot fi obținute prin considerarea determinantului  $D$ . După efectuarea înlocuirilor  $\beta_1 l_1 = \beta_2 l_2 = u$ , acest determinant poate fi scris astfel :

$$D = \begin{vmatrix} \sin u & \sin u \\ \beta_1 \cos u & -\beta_2 \cos u \end{vmatrix} = -\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \sin 2u = 0.$$

De aici rezultă  $u = \pi/2$ , valoare trecută și în tabelul 9.2 pentru cazul particular  $\alpha = 0,75$  ;  $\lambda = 8$ .

### 9.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru rezolvarea automată a problemei enunțate la începutul acestui capitol este prezentată în anexa 9.1. Construcția ei s-a făcut în următoarele condiții :

— punctul de aplicație a forței  $P_2$  a fost mutat în dreptul celui mai apropiat dintre punctele care împart lungimea axei barei în părți egale cu o zecime din aceasta ;

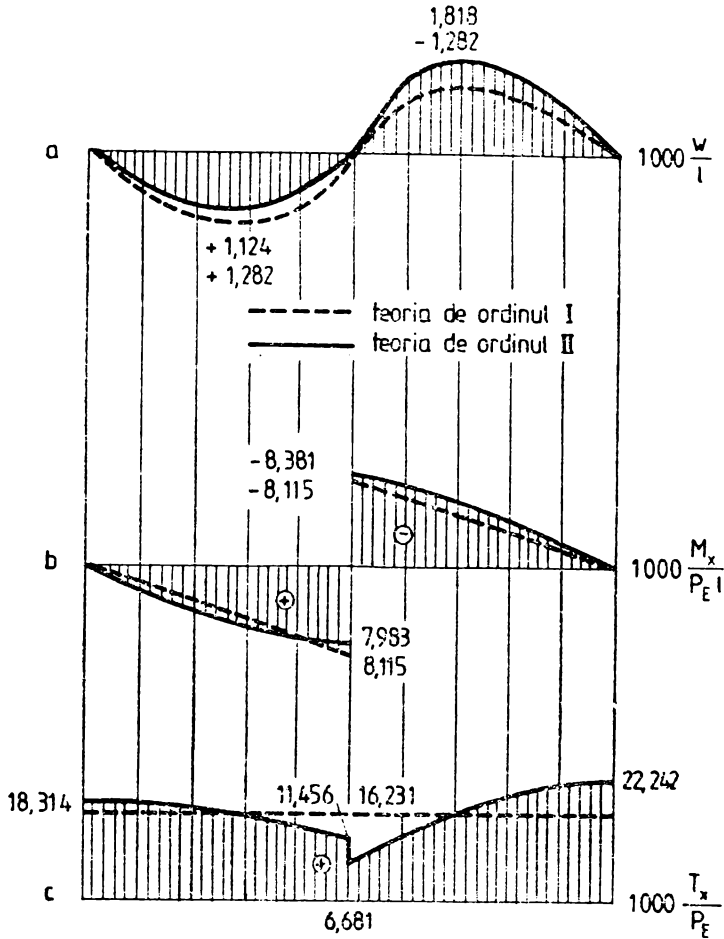


Fig. 9.5

— ecuația de stabilitate este alcătuită din suma a doi termeni egalată cu zero. De aceea, pentru ca această ecuație să poată fi satisfăcută, este necesar ca unul dintre termeni să fie pozitiv, iar celălalt negativ. Primul termen cuprinde pe  $\operatorname{tg} u$  ca factor, iar cel de-al doilea termen este reprezentat de  $\operatorname{tg} \left[ \sqrt{1 + \lambda} \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) u \right]$ . Pentru a îndeplini condiția exprimată mai înainte este deci necesar ca parametrul  $u$  să fie mai mare decât  $\pi/2$  dacă  $\sqrt{1 + \lambda} \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) < 1$ , în care caz primul termen al ecuației are valoare negativă, urmînd ca cel de-al doilea termen să aibă valoare pozitivă, sau produsul  $\sqrt{1 + \lambda} \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) u$  să fie mai mare decât  $\pi/2$  dacă  $\sqrt{1 + \lambda} \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) \geq 1$ , în care caz al doilea termen al ecuației are valoare negativă, urmînd ca primul termen să aibă valoare pozitivă;

— determinarea parametrului  $u$  se face cu două zecimale exacte, cea de a treia zecimală fiind aproximativă dar apropiată de cea exactă.

## 9.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea organigramei din anexa 9.1 sub formă de instrucțiuni de calcul, efectuată prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 9.1, a avut ca rezultat obținerea *programului de calcul EP-21-05*, listat în anexa 9.2.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1330, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1331 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de probleme care urmează a fi rezolvate. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare pentru rezolvarea unei singure probleme, scrise în următoarea ordine:  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $\xi$  și  $m$ .

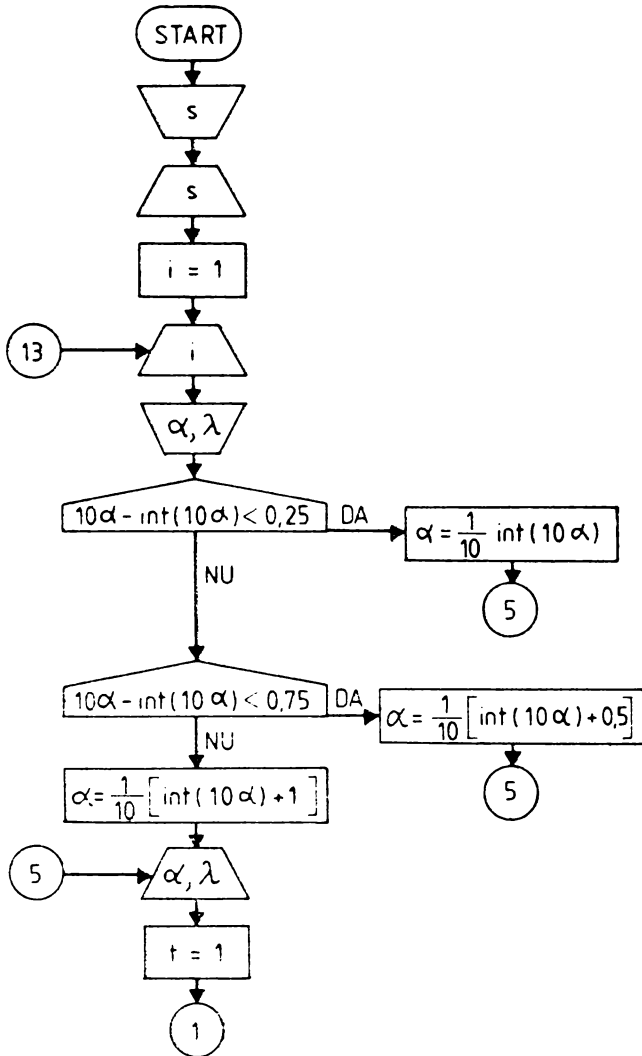
Pentru fiecare problemă în teoria de ordinul II, programul furnizează parametrii forțelor critice de pierdere a stabilității echilibrului, precum și parametrii săgeților, momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare în punctele intermediare care împart lungimea barei respective în 20 de intervale egale.

Programul a fost aplicat unei bare având următoarele caracteristici:

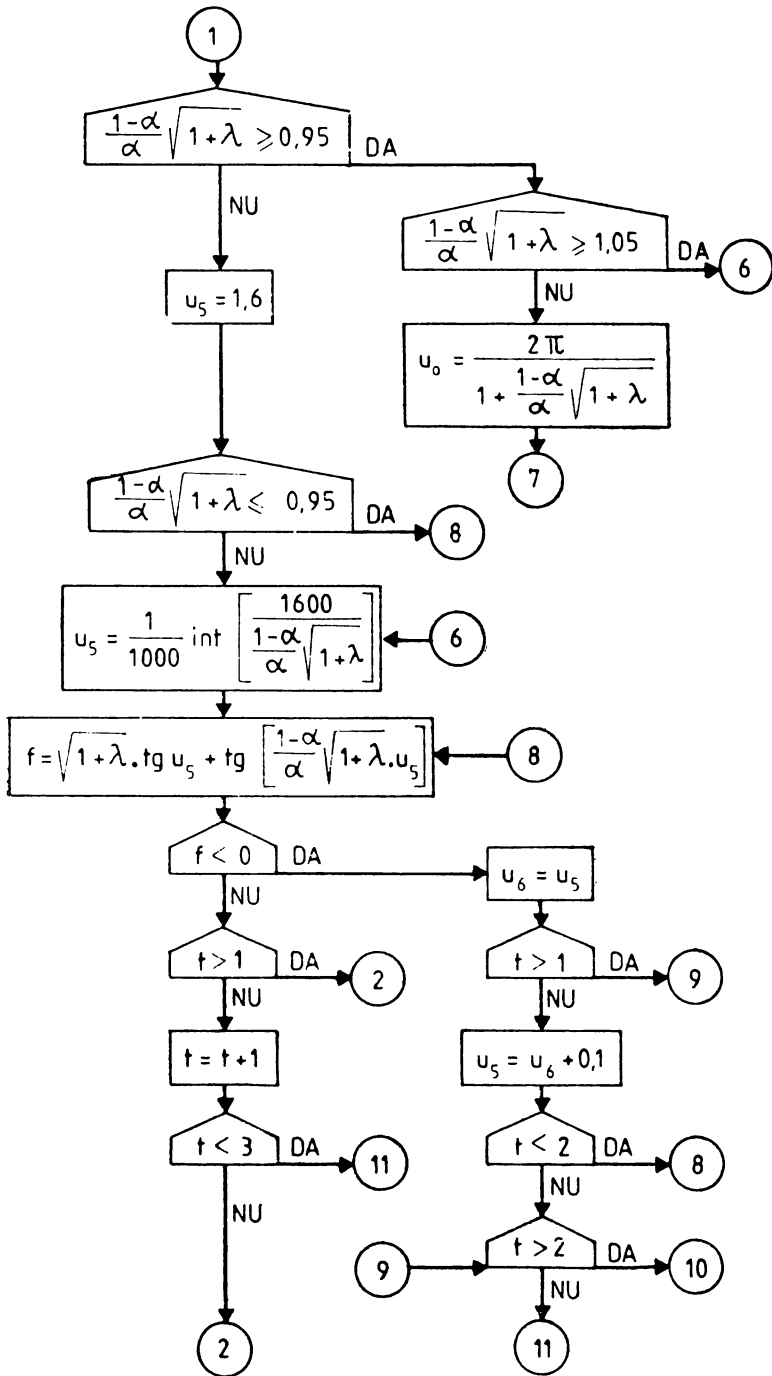
$$P_1 = P_2; \quad l_1 = \frac{l}{2}; \quad \frac{e}{l} = \frac{1}{20}; \quad \frac{P_1}{P_{1cr}} = 0,5 \text{ (dacă } \alpha = 0,5 \text{ și } \lambda = 1, \xi = 0,05 \text{ și } m = 0,5).$$

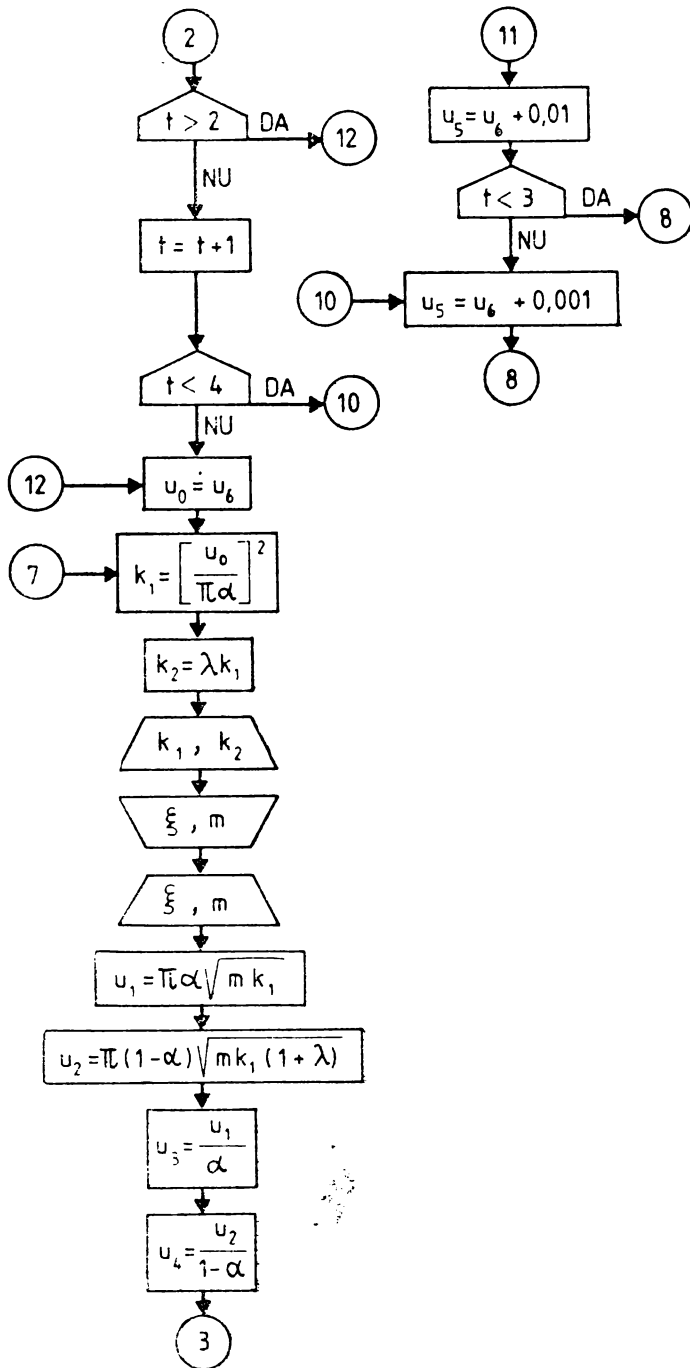
În anexa 9.3 sînt reproduse rezultatele obținut prin rularea programului EP-21-05 pentru rezolvarea problemei considerate. Cu rezultatele astfel obținute au fost trasate în figura 9.5 diagrama săgeților raportate la lungimea  $l$  a barei, diagrama momentelor încovoietoare raportate la produsul  $P_E l$  și diagrama forțelor tăietoare raportate la forța  $P_E$ .

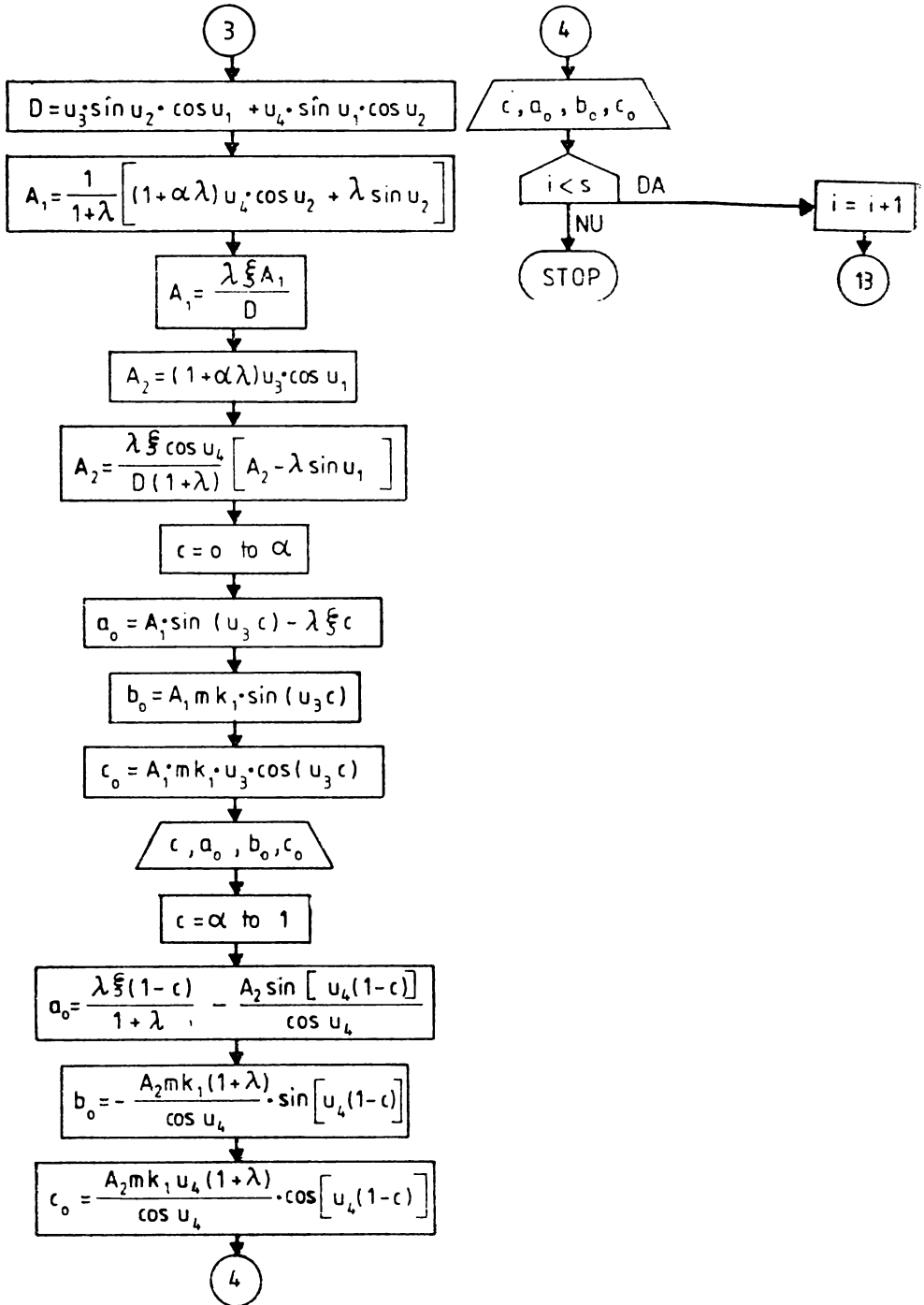
**ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL LA FLAMBAJ ȘI PENTRU CALCULUL SĂGETILOR MOMENTELOR ÎNCOVOIETOARE ȘI FORȚELOR TĂIETOARE ÎN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALĂ DUBLU ARTICULATĂ, SOLICITATĂ DE O FORȚĂ AXIALĂ APLICATĂ LA CAPĂTUL SUPERIOR ȘI DE O FORȚĂ PARALELĂ CU AXA, APLICATĂ ÎNTR-O SECȚIUNE INTERMEDIARĂ A BAREI**











```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-21-05

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL LA FLAMBAJ SI CALCULUL SAGETILOR. *
50 REM * MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE *
60 REM * IN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALA DUBLU *
70 REM * ARTICULATA, SOLICITATA DE O FORTA AXIALA *
80 REM * APLICATA LA CAPATUL SUPERIOR SI DE O FORTA *
90 REM * PARALELA CU AXA. APLICATA INTR-O SECTIUNE *
100 REM * INTERMEDIARA A BAREI *
110 REM *
120 REM *****
130 REM *
140 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII FORTELOR CRITICE *
150 REM * DE FLAMBAJ. PRECUM SI PARAMETRII SAGETILOR. *
160 REM * MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE *
170 REM * IN PUNCTELE INTERMEDIARE CARE IMPART LUNGIMEA *
180 REM * BAREI IN 20 DE INTERVALE EGALE *
190 REM *
200 REM *****
210 REM *
220 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
230 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
240 REM *
250 REM *****

260 PRINT "CALCULUL LA FLAMBAJ SI CALCULUL SAGETILOR."
270 PRINT "MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE"
280 PRINT "IN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALA DUBLU"
290 PRINT "ARTICULATA, SOLICITATA DE O FORTA AXIALA APLICATA"
300 PRINT "LA CAPATUL SUPERIOR SI DE O FORTA PARALELA CU"
310 PRINT "AXA. APLICATA INTR-O SECTIUNE INTERMEDIARA A"
320 PRINT "BAREI"
330 PRINT
340 PRINT
350 READ S
360 PRINT TAB(6); "NUMARUL BARELOR ESTE S ="; S
370 LET I=1
380 PRINT
390 PRINT
400 PRINT TAB(17); "BARA "; I
410 PRINT
420 PRINT TAB(15); "CALCULUL LA FLAMBAJ"
430 PRINT
440 READ C1,C2
490 IF 10*C1-INT(10*C1)<0.25 THEN 1120
500 IF 10*C1-INT(10*C1)<0.75 THEN 1140
510 LET C1=(INT(10*C1)+1)/10
520 PRINT TAB(23); "DATE"
530 PRINT TAB(7); "C1 ="; C1; TAB(31); "C2 ="; C2
540 PRINT
550 LET T=1
560 IF (1-C1)*SQR(1+C2)/C1>=0.95 THEN 1160
570 LET U5=1.6
580 IF (1-C1)*SQR(1+C2)/C1<=0.95 THEN 600
590 LET U5=INT(1600/((1-C1)*SQR(1+C2)/C1))/1000
600 LET F0=TAN(U5)*SQR(1+C2)+TAN((1-C1)*SQR(1+C2)*U5/C1)
610 IF F0<0 THEN 1190
620 IF T>1 THEN 650
630 LET T=T+1
640 IF T<3 THEN 1240
650 IF T>2 THEN 680

```

```

660 LET T=T+1
670 IF T<4 THEN 1260
680 LET U0=U6
690 LET K1=(U0/(PI*C1))^2
700 LET K2=C2*K1
710 PRINT:TAB(6):"PARAMETRII FORTELOR CRITICE DE FLAMBAJ"
720 PRINT
730 PRINT:TAB(7):"K1 ="K1:TAB(31):"K2 ="K2
740 PRINT
750 PRINT:TAB(14):"CALCULUL DE ORDINUL II"
760 PRINT
770 READ C3,C4
780 PRINT:TAB(23):"DATE"
790 PRINT:TAB(7):"C3 ="C3:TAB(31):"C4 ="C4
800 LET U1=PI*C1*SQR(C4*K1)
810 LET U2=PI*(1-C1)*SQR(C4*K1*(1+C2))
820 LET U3=U1/C1
830 LET U4=U2/(1-C1)
840 LET D0=U3*SIN(U2)*COS(U1)+U4*SIN(U1)*COS(U2)
850 LET A1=(U4*(1+C1*C2)*COS(U2)+C2*SIN(U2))/(1+C2)
860 LET A1=C2*C3*A1/D0
870 LET A2=(1+C1*C2)*U3*COS(U1)
880 LET A2=C2*C3*COS(U4)*(A2-C2*SIN(U1))/(D0*(1+C2))
890 PRINT
900 PRINT:TAB(2):"PARAMETRII SAGETILOR, MOMENTELUR INCOVOIETOARE"
910 PRINT:TAB(14):"SI FORTELOR TAIETOARE"
915 FOR C=0 TO C1 STEP 0.05
920 PRINT
925 LET W0=A1*SIN(U3*C)-C2*C3*C
930 LET M0=A1*C4*K1*SIN(U3*C)
935 LET T0=A1*C4*K1*U3*COS(U3*C)
940 PRINT:TAB(7):"C ="C:TAB(31):"W0 ="W0
945 PRINT:TAB(31):"M0 ="M0
950 PRINT:TAB(31):"T0 ="T0
955 NEXT C
960 FOR C=C1 TO 1 STEP 0.05
965 PRINT
970 LET W0=C2*C3*(1-C)/(1+C2)-A2*SIN(U4*(1-C))/COS(U4)
975 LET M0=-A2*C4*K1*(1+C2)*SIN(U4*(1-C))/COS(U4)
980 LET T0=A2*C4*K1*U4*(1+C2)*COS(U4*(1-C))/COS(U4)
985 PRINT:TAB(7):"C ="C:TAB(31):"W0 ="W0
990 PRINT:TAB(31):"M0 ="M0
995 PRINT:TAB(31):"T0 ="T0
1000 NEXT C
1020 IF I<5 THEN 1320
1030 GOTO 3000
1120 LET C1=INT(10*C1)/10
1130 GOTO 520
1140 LET C1=(INT(10*C1)+0.5)/10
1150 GOTO 520
1160 IF (1-C1)*SQR(1+C2)/C1>=1.05 THEN 590
1170 LET U0=2*PI/(1+(1-C1)*SQR(1+C2)/C1)
1180 GOTO 690
1190 LET U6=U5
1200 IF T>1 THEN 1230
1210 LET U5=U6+0.1
1220 IF T<2 THEN 600
1230 IF T>2 THEN 1260
1240 LET U5=U6+0.01
1250 IF T<3 THEN 600
1260 LET U5=U6+0.001
1270 GOTO 600
1320 LET I=I+1
1330 GOTO 380
2000 DATA 1
2010 DATA 0.5,1,0.05,0.5
3000 END

```

CALCULUL LA FLAMBAJ SI CALCULUL SAGETILOR.  
 MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE  
 IN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALA DUBLU  
 ARTICULATA, SOLICITATA DE O FORTA AXIALA APLICATA  
 LA CAPATUL SUPERIOR SI DE O FORTA PARALELA CU  
 AXA, APLICATA INTR-O SECTIUNE INTERMEDIARA A  
 BAREI

NUMARUL BARELOR ESTE  $S = 1.00000$

BARA 1.00000

CALCULUL LA FLAMBAJ

DATE

$C1 = .500000$   $C2 = 1.000000$

PARAMETRII FORTELOR CRITICE DE FLAMBAJ ,

$K1 = .648544$   $K2 = .648544$

CALCULUL DE ORDINUL II

DATE

$C3 = .500000E-01$   $C4 = .500000$

PARAMETRII SAGETILOR, MOMENTELOR INCOVOIETOARE  
 SI FORTELOR TAIETOARE

$C = .000000$	$W0 = .000000$
	$M0 = .000000$
	$T0 = .182932E-01$
$C = .500000E-01$	$W0 = .316890E-03$
	$M0 = .913444E-03$
	$T0 = .182201E-01$
$C = .100000$	$W0 = .611230E-03$
	$M0 = .181958E-02$
	$T0 = .180013E-01$
$C = .150000$	$W0 = .860760E-03$
	$M0 = .271118E-02$
	$T0 = .176385E-01$
$C = .200000$	$W0 = .104330E-02$
	$M0 = .358107E-02$
	$T0 = .171348E-01$
$C = .250000$	$W0 = .113770E-02$
	$M0 = .442234E-02$
	$T0 = .164939E-01$
$C = .300000$	$W0 = .112300E-02$
	$M0 = .522827E-02$
	$T0 = .157213E-01$
$C = .350000$	$W0 = .979300E-03$
	$M0 = .599237E-02$
	$T0 = .148229E-01$

## ANEXA 9.3 (continuare)

C = .400000	W0 = .698000E-03 M0 = .670858E-02 T0 = .138061E-01
C = .450000	W0 = .231100E-03 M0 = .737112E-02 T0 = .126787E-01
C = .500000	W0 = -.407400E-03 M0 = .797475E-02 T0 = .114500E-01
C = .500000	W0 = -.407500E-03 M0 = -.837106E-02 T0 = .668521E-02
C = .550000	W0 = -.104030E-02 M0 = -.797080E-02 T0 = .930477E-02
C = .600000	W0 = -.147660E-02 M0 = -.744310E-02 T0 = .117746E-01
C = .650000	W0 = -.172950E-02 M0 = -.679645E-02 T0 = .140562E-01
C = .700000	W0 = -.181504E-02 M0 = -.604121E-02 T0 = .161133E-01
C = .750000	W0 = -.175164E-02 M0 = -.518942E-02 T0 = .179128E-01
C = .800000	W0 = -.156038E-02 M0 = -.425470E-02 T0 = .194262E-01
C = .850000	W0 = -.126431E-02 M0 = -.325200E-02 T0 = .206291E-01
C = .900000	W0 = -.888050E-03 M0 = -.219730E-02 T0 = .215021E-01
C = .950000	W0 = -.457680E-03 M0 = -.110750E-02 T0 = .220310E-01
C = 1.00000	W0 = .000000 M0 = -.000000 T0 = .222092E-01

## 10. SISTEM DE DOUĂ GRINZI CIRCULARE CONCENTRICE LEGATE PRIN NERVURI RADIALE, REZEMATE ECHIDISTANT

### 10.1. ASPECTE TEORETICE

*Enunțul problemei.* Două grinzi inelare concentrice sînt legate între ele prin  $n$  nervuri radiale așezate echidistant, simplu rezemate în dreptul grinzii exterioare. Sistemul astfel definit este solicitat de o încărcare distribuită uniform pe lungimea grinzii circulare interioare, cu intensitatea  $p$ , aplicarea ei făcîndu-se cu o excentricitate  $e$  față de axa grinzii, spre centrul sistemului. Se cer forțele tăietoare  $T$ , momentele încovoietoare  $M$  și momentele de torziune  $M_t$  în secțiunile caracteristice ale elementelor sistemului.

*Rezolvarea problemei.* Fie  $a$  raza axei grinzii inelare interioare,  $c$  distanța dintre axele celor două grinzi inelare, egală cu lungimea teoretică a unei nervuri radiale și  $2\alpha$  unghiul la centru dintre două nervuri consecutive, deci  $\alpha = \pi/n$ .

Relațiile diferențiale dintre încărcare și eforturile secționale sînt (fig. 10.1) :

$$\begin{aligned} \frac{dT}{d\varphi} &= -pa, \\ \frac{dM}{d\varphi} &= Ta - M_t, \\ \frac{dM_t}{d\varphi} &= M - pae. \end{aligned} \quad (10.1)$$

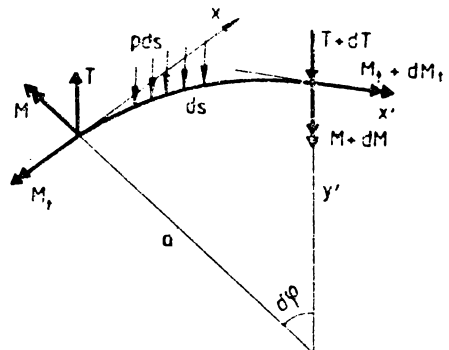


Fig. 10.1

Convenția de semne pentru cele trei eforturi secționale este indicată în fig. 10.2.



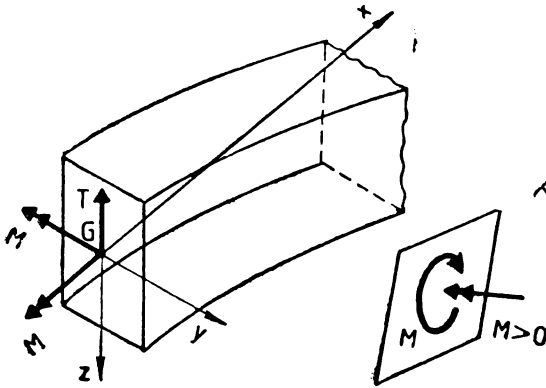


Fig. 10.2

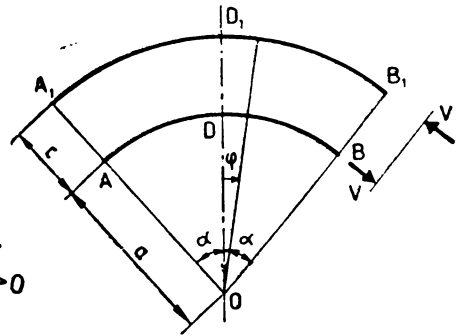


Fig. 10.3

Soluția generală a sistemului (10.1) este

$$\begin{aligned} T &= -pa\varphi + C_1 \\ M &= -pa^2 + pa\epsilon + C_2 \sin \varphi + C_3 \cos \varphi, \\ M_t &= -pa^2\varphi + C_1a - C_2 \cos \varphi + C_3 \sin \varphi, \end{aligned} \quad (10.2)$$

unde  $C_1$ ,  $C_2$  și  $C_3$  sînt constante de integrare.

Grinda inelară interioară se descarcă pe nervurile radiale, care transmit încărcarea, prin încovoiere, la grinda inelară exterioară și la reazemele acesteia.

Fie  $A$  și  $B$  punctele de contact a două nervuri consecutive cu grinda inelară interioară,  $A_1$  și  $B_1$  punctele de contact ale aceluiași nervuri cu grinda inelară exterioară și  $D$  și  $D_1$  mijloacele arcelor  $AB$  și  $A_1B_1$  (fig. 10.3).

Încărcarea pe care grinda inelară interioară o transmite unei nervuri, egală cu reacțiunea fiecărui reazem al grinzii inelare exterioare, este

$$V = 2pa\alpha. \quad (10.3)$$

Pentru  $e = 0$ , aplicarea relațiilor (10.2) celor două grinzi inelare conduce la următoarele rezultate :

— grinda inelară interioară

$$\begin{aligned} T &= -pa\varphi + C_1, \\ M &= -pa^2 + C_2 \sin \varphi + C_3 \cos \varphi; \\ M_t &= -pa^2\varphi + C_1a - C_2 \cos \varphi + C_3 \sin \varphi; \end{aligned} \quad (10.4)$$

— grinda inelară exterioară

$$\begin{aligned} T &= D_1, \\ M &= D_2 \sin \varphi + D_3 \cos \varphi, \\ M_t &= D_1a - D_2 \cos \varphi + D_3 \sin \varphi, \end{aligned} \quad (10.5)$$

unde  $D_1$ ,  $D_2$  și  $D_3$  sînt, de asemenea, constante de integrare.

Deoarece sistemul de grinzi prezintă simetrie geometrică și de încărcare în raport cu raza care trece prin punctele  $D$  și  $D_1$  ( $\varphi = 0$ ), în aceste puncte trebuie ca eforturile  $T$  și  $M_t$  să fie nule. De aici rezultă

$$C_1 = C_2 = 0; \quad D_1 = D_2 = 0 \quad (10.6)$$

și relațiile (10.4) și (10.5) devin :

— grinda inelară interioară

$$\begin{aligned} T &= -pa\varphi; \\ M &= -pa^2 + C_3 \cos \varphi; \\ M_t &= -pa^2\varphi + C_3 \sin \varphi; \end{aligned} \quad (10.7)$$

— grinda inelară exterioară

$$\begin{aligned} T &= 0; \\ M &= D_3 \cos \varphi; \\ M_t &= D_3 \sin \varphi. \end{aligned} \quad (10.8)$$

Constantele de integrare  $C_3$  și  $D_3$  se determină în raport cu momentele de la nodurile sistemului de grinzi (fig. 10.4).

Din condițiile de simetrie, momentele de torsiune au un salt în dreptul nodurilor, valorile la stânga și la dreapta fiecărui nod fiind egale și de semn contrar.

Ecuțiile de echilibru corespunzătoare nodurilor  $B$  și  $B_1$ , precum și condițiile de antisimetrie a momentelor de torsiune în aceste noduri sînt (fig. 10.4) :

$$M_{t,B}^{st} - M_{t,B}^{dr} - M_B^c = 0; \quad M_{t,B}^{st} = -M_{t,B}^{dr}; \quad (10.9)$$

$$M_{t,B_1}^{st} - M_{t,B_1}^{dr} + M_{B_1}^c = 0; \quad M_{t,B_1}^{st} = -M_{t,B_1}^{dr}. \quad (10.10)$$

Din relațiile (10.9) și (10.10) se obține

$$M_{t,B}^{st} = \frac{1}{2} M_B^c; \quad M_{t,B_1}^{st} = -\frac{1}{2} M_{B_1}^c. \quad (10.11)$$

Din condiția de echilibru al nervurii  $BB_1$  (fig. 10.5) se deduce

$$V = 2pa\alpha = \frac{M_B^c - M_{B_1}^c}{c}. \quad (10.12)$$

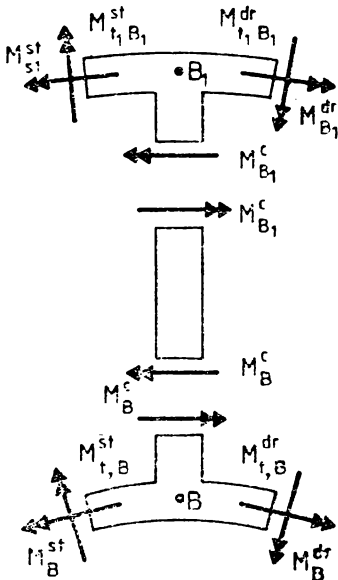


Fig. 10.4

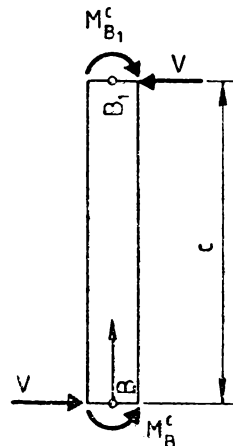


Fig. 10.5

Se alege ca necunoscută static nedeterminată momentul încovoietor din nodul  $B_1$ , adică

$$X = M_{B_1}^c \quad (10.13)$$

și relația (10.12) devine

$$M_B^c = X + 2pacx. \quad (10.14)$$

Ca urmare, relațiile (10.11) pot fi scrise astfel :

$$M_{t,B}^{t'} = \frac{1}{2} X + pacx; \quad M_{t,B_1}^{t'} = -\frac{1}{2} X. \quad (10.15)$$

Particularizînd valorile momentului de torsiune pentru  $\varphi = \alpha$ , din expresiile (10.7) și (10.8) se obține

$$C_3 = \frac{X}{2 \sin \alpha} + pa^2 \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha}{\sin \alpha} \quad (10.16)$$

și

$$D_2 = -\frac{X}{2 \sin \alpha}. \quad (10.17)$$

Expresiile eforturilor secționale sînt în acest caz următoarele :

— grinda inelară interioară

$$\begin{aligned} T &= -pa\varphi; \\ M &= \frac{X \cos \varphi}{2 \sin \alpha} - pa^2 + pa^2 \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha \cos \varphi}{\sin \alpha}; \\ M_t &= \frac{X \sin \varphi}{2 \sin \alpha} - pa^2 \varphi + pa^2 \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha \sin \varphi}{\sin \alpha}; \end{aligned} \quad (10.18)$$

— grinda inelară exterioară

$$\begin{aligned} T &= 0; \\ M &= -\frac{X \cos \varphi}{2 \sin \alpha}; \\ M_t &= -\frac{X \sin \varphi}{2 \sin \alpha}. \end{aligned} \quad (10.19)$$

Eforturile secționale corespunzătoare unei nervuri au expresiile

$$\begin{aligned} T &= -2pax; \\ M &= X + 2pacx - 2paxr. \end{aligned} \quad (10.20)$$

Necunoscuta static nedeterminată  $X$  se obține din aplicarea teoremei de minimum al energiei potențiale de deformație. Neglijînd influența forțelor țăetoare, această teoremă conduce la următoarea ecuație :

$$\begin{aligned} 2 \int_0^{\alpha} \frac{M}{EI_t} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} ds_t + 2 \int_0^{(a+c)\alpha} \frac{M}{EI_e} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} ds_e + 2 \int_0^{\alpha} \frac{M_{tt}}{GI_{tt}} \cdot \frac{\partial M_t}{\partial X} ds_t + \\ + 2 \int_0^{(a+c)\alpha} \frac{M_t}{GI_{te}} \cdot \frac{\partial M_t}{\partial X} ds_e + \int_0^c \frac{M}{EI_c} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} dr = 0. \end{aligned} \quad (10.21)$$

Primele două integrale se referă la încovoierea grinzilor inelare interioară și exterioară, următoarele două integrale se referă la torsiunea grinzilor inelare interioară și exterioară, iar ultima integrală se referă la încovoierea unei nervuri.

Pentru grinda inelară interioară  $ds_i = ad\varphi$ , iar pentru grinda inelară exterioară  $ds_e = (a + c)d\varphi$  și ecuația (10.21) se scrie dezvoltat astfel:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{EI_i} \int_0^\alpha \left[ \frac{X \cos \varphi}{2 \sin \alpha} - pa^2 + pa^2 \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha \cos \varphi}{\sin \alpha} \right] \frac{\cos \varphi}{2 \sin \alpha} d\varphi + \\ & + \frac{2(a+c)}{EI_e} \int_0^\alpha \left( -\frac{X \cos \varphi}{2 \sin \alpha} \right) \left( -\frac{\cos \varphi}{2 \sin \alpha} \right) d\varphi + \frac{2a}{GI_{ii}} \int_0^\alpha \left[ \frac{X \sin \varphi}{2 \sin \alpha} - pa^2 \varphi \right] + \\ & + pa^2 \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha \sin \varphi}{\sin \alpha} \left] \frac{\sin \varphi}{2 \sin \alpha} d\varphi + \frac{2(a+c)}{GI_{ee}} \int_0^\alpha \left( -\frac{X \sin \varphi}{2 \sin \alpha} \right) \left( -\frac{\sin \varphi}{2 \sin \alpha} \right) d\varphi + \\ & + \frac{1}{EI_c} \int_0^c (X + 2pac\alpha - 2pa\alpha r) dr = 0. \end{aligned} \quad (10.22)$$

După efectuarea integrărilor, ecuația (10.22) capătă forma canonică

$$\delta_{11}X + \delta_{10}pa^2 = 0, \quad (10.23)$$

în care:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \left[ \frac{1}{EI_i} + \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{1}{EI_e} \right] \frac{2\alpha + \sin 2\alpha}{8 \sin \alpha} + \\ & + \left[ \frac{1}{GI_{ii}} + \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{1}{GI_{ee}} \right] \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8 \sin \alpha} + \frac{1}{EI_c} \cdot \frac{c}{a} \sin \alpha; \quad (10.24) \\ \delta_{10} &= \frac{1}{EI_i} \left[ -\sin \alpha + \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha(2\alpha + \sin 2\alpha)}{4 \sin \alpha} \right] + \\ & + \frac{1}{GI_{ii}} \left[ -\sin \alpha + \frac{\alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} + \left( 1 + \frac{c}{a} \right) \frac{\alpha(2\alpha - \sin 2\alpha)}{4 \sin \alpha} \right] + \frac{1}{EI_c} \left( \frac{c}{a} \right)^2 \alpha \sin \alpha. \end{aligned} \quad (10.25)$$

Necunoscuta static nedeterminată  $X$ , explicitată din ecuația (10.23), are expresia

$$X = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} pa^2, \quad (10.26)$$

în care coeficienții de influență  $\delta_{11}$  și  $\delta_{10}$  se introduc cu valorile calculate cu ajutorul relațiilor (10.24) și (10.25).

În final, eforturile secționale în toate elementele sistemului considerat se determină cu ajutorul relațiilor (10.18), (10.19) și (10.20).

Momentele de inerție care apar în ecuațiile (10.21) și (10.22) și în expresiile (10.24) și (10.25) se prezintă după cum urmează:

— momentele de inerție axiale

$$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}, \quad I_e = \frac{b_e h_e^3}{12}, \quad I_c = \frac{b_c h_c^3}{12}; \quad (10.27)$$

— momentele de inerție la torsiune

$$I_{ti} = \left[ 1 - 0,63 \frac{b_i}{h_i} + 0,052 \left( \frac{b_i}{h_i} \right)^3 \right] \frac{b_i^3 h_i}{3},$$

$$I_{te} = \left[ 1 - 0,63 \frac{b_e}{h_e} + 0,052 \left( \frac{b_e}{h_e} \right)^3 \right] \frac{b_e^3 h_e}{3}.$$
(10.28)

Notațiile folosite în rezolvarea problemei sînt sintetizate, codificate și definite în tabelul 10.1.

Tabelul 10.1

Notații	Codificări	Definiții
$b_i$	B1	Lățimea secțiunii grinzii circulare interioare.
$b_e$	B2	Lățimea secțiunii grinzii circulare exterioare.
$b_n$	B3	Lățimea secțiunii nervurilor dintre cele două grinzi circulare.
$a$	R1	Raza axei grinzii circulare interioare.
$a+c$	R2	Raza axei grinzii circulare exterioare.
$a$	L3	Lungimea teoretică a nervurilor dintre cele două grinzi circulare.
	C1	
	C2	
	C3	
	C4	Expresii intermediare.
	C5	
	C6	
	C7	
$E$	$E\emptyset$	Modulul de elasticitate (longitudinal) al materialului sistemului de grinzi circulare.
$G$	$G\emptyset$	Modulul de elasticitate transversal al materialului sistemului de grinzi circulare.
$h_i$	H1	Înălțimea secțiunii grinzii circulare interioare.
$h_e$	H2	Înălțimea secțiunii grinzii circulare exterioare.
$h_n$	H3	Înălțimea secțiunii nervurilor dintre cele două grinzi circulare.
$i$	I	Numărul de ordine al cazurilor studiate.
$I_i$	J1	Momentul de inerție axial al secțiunii grinzii inelare interioare.
$I_e$	J2	Momentul de inerție axial al secțiunii grinzii inelare exterioare.
$I_n$	J3	Momentul de inerție axial al secțiunii unei nervuri.
$I_{ti}$	K1	Momentul de inerție la torsiune al grinzii inelare interioare.
$I_{te}$	K2	Momentul de inerție la torsiune al grinzii inelare exterioare.
$j$	J	Numărul de ordine al elementelor sistemului. } $j = 1$ pentru grinda circulară interioară ; $j = 2$ pentru grinda circulară exterioară ; $j = 3$ pentru nervuri.
$M$	M1	Momentul lacovoicilor în grinda circulară interioară.

Notații	Codificări	Definiții
$M$	$M2$	Momentul încovoietor în grinda circulară exterioară.
$M$	$M3$	Momentul încovoietor în nervuri.
$M_{10}$	$Q2$	Momentul de torsiune în grinda circulară exterioară.
$M_{11}$	$Q1$	Momentul de torsiune în grinda circulară interioară.
$n$	$N \emptyset$	Numărul punctelor de rezemare, respectiv numărul nervurilor.
$p$	$P1$	Intensitatea încărcării distribuite uniform pe lungimea grinzii circulare interioare.
$s$	$S$	Numărul cazurilor studiate.
$T$	$T1$	Forța tăietoare în grinda circulară interioară.
$T_{\frac{1}{2}}$	$T2$	Forța tăietoare în grinda circulară exterioară.
$T$	$T3$	Forța tăietoare în nervură.
$X$	$X3$	Necunoscută static nedeterminată.
$\alpha$	$A \emptyset$	Jumătate din unghiul la centru format de razele corespunzătoare la două puncte de rezemare consecutive.
$\delta_{10}$	$V3$	Deplasarea pe direcția necunoscutei $X$ , produsă de încărcarea exterioară.
$\delta_{11}$	$U3$	Deplasarea pe direcția necunoscutei $X$ produsă de o încărcare unitate ( $X = 1$ ).
$\lambda$	$L \emptyset$	Raportul dintre lungimea unei nervuri și raza grinzii circulare interioare.
$\varphi$	$F \emptyset$	Unghiul format de raza corespunzătoare unei secțiuni curente a grinzilor circulare și raza corespunzătoare secțiunii egal distanțate de reazemele vecine ale grinzii circulare ( $\varphi \leq \alpha$ ).

## 10.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost construită pentru determinarea eforturilor secționale în secțiunile grinzilor înelare situate în dreptul nervurilor, la sferturile și în mijlocul arcelor  $AB$  și  $A_1B_1$ .

Transcrierea organigramei sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 10.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-31-01* listat în anexa 10.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1050 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1051 și 1999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul sistemelor de grinzi sau numărul variantelor unui sistem de grinzi cărora urmează să li se determine eforturile secționale. Fiecare pereche dintre celelalte instrucțiuni

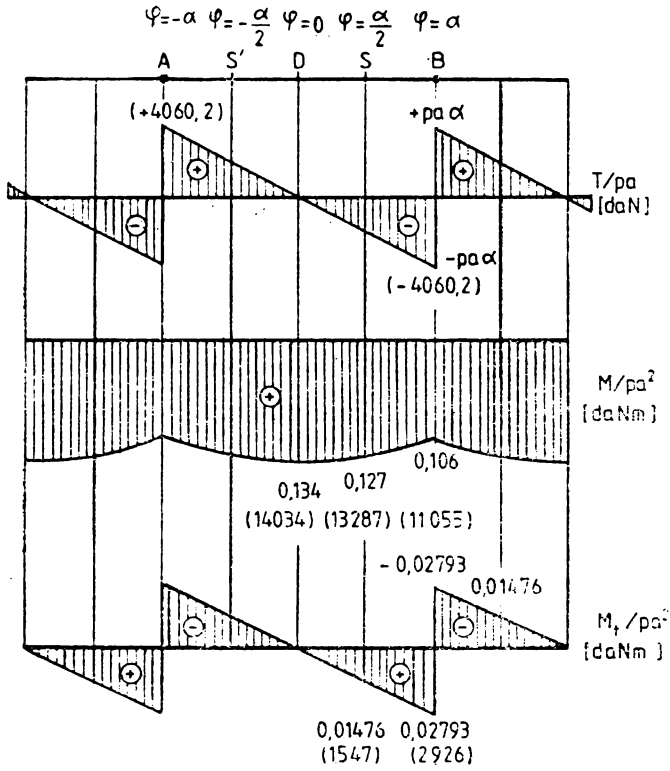


Fig. 10.6

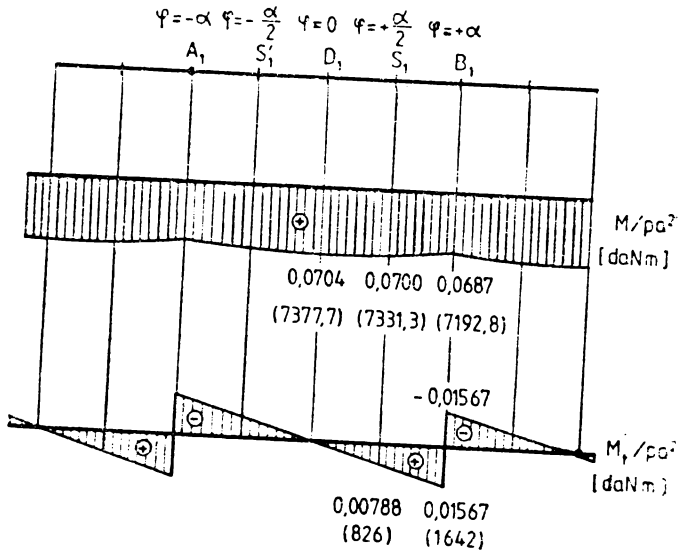


Fig. 10.7

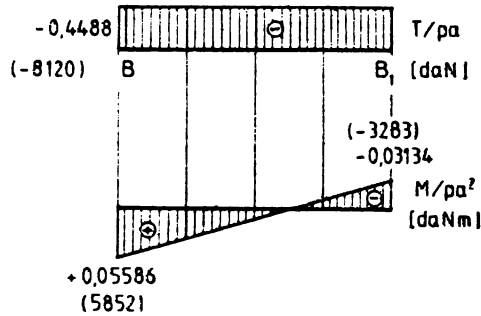


Fig. 10.8

ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unui singur sistem sau unei singure variante, scrise în ordinea :

- $b_i, h_i, b_e, h_e, b_c, h_c$  la prima instrucțiune,
- $a, a + c, n, p, E, G$  la a doua instrucțiune.

Pentru fiecare caz, programul furnizează mărimea unghiului  $\varphi$  și eforturile secționale  $T, M, M_t$  corespunzătoare secțiunilor caracteristice ale grinzii circulare interioare și grinzii circulare exterioare, precum și forța tăietoare și momentul încovoietor maxim corespunzătorii uneia dintre nervurile sistemului.

Unitățile de măsură folosite sînt  $m$  pentru lungimi,  $kN$  pentru forțe,  $kNm$  pentru momente și  $kN/m^2$  pentru moduli de elasticitate.

Programul a fost aplicat unui sistem caracterizat prin următoarele date inițiale :

- $b_i = 0,30 \text{ m}; \quad h_i = 0,8 \text{ m};$
- $b_e = 0,21 \text{ m}; \quad h_e = 0,8 \text{ m};$
- $b_c = 0,25 \text{ m}; \quad h_c = 0,8 \text{ m};$
- $a = 6,3 \text{ m}; \quad c = 7,445 \text{ m};$
- $n = 14; \quad p = 31,25 \text{ kN/m};$
- $E = 3\,300\,000 \text{ kN/m}^2; \quad G = 1\,320\,000 \text{ kN/m}^2.$

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din trei instrucțiuni DATA, avînd etichetele 1100, 1110 și 1120.

Anexa 10.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului pentru sistemul de grinzi considerat.

Pe baza acestor rezultate au fost trasate diagramele de eforturi pentru grinda inelară interioară (fig. 10.6), pentru grinda inelară exterioară (fig. 10.7) și pentru o nervură (fig. 10.8). Pe diagrame au fost trecute valorile adimensionale ale eforturilor (care se înmulțesc cu  $pa$  în cazul forțelor tăietoare și cu  $pa^2$  în cazul momentelor încovoietoare și momentelor de torsiune) și, în paranteze, valorile efective ale acestor eforturi.



```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-31-01

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL UNUI SISTEM DE DOUA GRINZI CIRCULARE *
50 REM * CONCENTRICE REZEMATE ECHIDISTANT SI LEGATE *
60 REM * PRIN CONSOLE, SOLICITAT DE O INCARCARE LINIARA *
70 REM * DISTRIBUITA UNIFORM PE GRINDA INTERIOARA *
80 REM *
90 REM *****
100 REM *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA FORTELE TAIEATOARE, *
120 REM * MOMENTELE INCOVIEATOARE SI MOMENTELE DE *
130 REM * TORSIUNE IN SECTIUNILE GRINZILOR CIRCULARE *
140 REM * SI ALE CONSOLELOR DE LEGATURA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN *
190 REM * PENTRU FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * LUNGIME, KN*M PENTRU MOMENTE SI KN/(M^2) *
210 REM * PENTRU MODULI DE ELASTICITATE *
220 REM *
230 REM *****
240 REM *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
260 REM * PE MICROCALCULATORUL FELIX M-18 *
270 REM *
280 REM *****

290 PRINT "CALCULUL UNUI SISTEM DE DOUA GRINZI CIRCULARE"
300 PRINT "CONCENTRICE REZEMATE ECHIDISTANT SI LEGATE"
310 PRINT "PRIN CONSOLE, SOLICITAT DE O INCARCARE LINIARA"
320 PRINT "DISTRIBUITA UNIFORM PE GRINDA INTERIOARA"
330 PRINT
340 PRINT
350 READ S
360 PRINT " NUMARUL SISTEMELOR ESTE S =" ; S
370 LET I=1
380 PRINT
390 PRINT
400 PRINT " SISTEMUL " ; I
410 PRINT
420 READ B1,H1,B2,H2,B3,H3,R1,R2,N0,P1,E0,G0
430 PRINT," DATE"
440 PRINT "B1 =" ; B1 ; TAB(28) ; "H1 =" ; H1
450 PRINT "B2 =" ; B2 ; TAB(28) ; "H2 =" ; H2
460 PRINT "B3 =" ; B3 ; TAB(28) ; "H3 =" ; H3
470 PRINT "R1 =" ; R1 ; TAB(28) ; "R2 =" ; R2
480 PRINT "N0 =" ; N0 ; TAB(28) ; "P1 =" ; P1
490 PRINT "E0 =" ; E0 ; TAB(28) ; "G0 =" ; G0
500 LET L3=R2-R1
510 LET L0=L3/R1
520 LET A0=PI/N0
530 LET J1=B1*H1^3/12
540 LET J2=B2*H2^3/12
550 LET J3=B3*H3^3/12
560 LET K1=B1^4*(H1/B1-0.63+0.052/((H1/B1)^4))/3
570 LET K2=B2^4*(H2/B2-0.63+0.052/((H2/B2)^4))/3
580 LET C1=(2*A0+SIN(2*A0))/(8*SIN(A0))
590 LET C2=(2*A0-SIN(2*A0))/(8*SIN(A0))

```

```

533 LET C6=C2*(1/(G0*K1)+R2/(R1*G0*K2))+L0*SIN(A0)/(E0*J3)
540 LET U3=C6+C7*(1/(E0*J1)+R2/(R1*E0*J2))
520 LET C3=2*R2*A0*C1/R1-SIN(A0)
533 LET C4=A0*COS(A0)-SIN(A0)+2*R2*A0*C2/R1
540 LET C7=C3/(E0*J1)+C4/(G0*K1)
553 LET V3=P1*R1^2*(C7+A0*L0^2*SIN(A0)/(E0*J3))
560 LET X3=-V3/U3
573 LET J=1
580 LET F0=0
590 IF J<2 THEN 790
700 IF J<3 THEN 940
710 LET T3=-2*P1*R1*A0
720 LET M3=X3-T3*L3
730 PRINT
740 PRINT,"CONSOLA"
750 PRINT "T3 =" ;T3;TAB(28);"M3 =" ;M3
760 PRINT "      MOMENTUL DE TORSIUNE ESTE NUL"
770 IF I<5 THEN 1040
780 GOTO 2000
790 PRINT
800 PRINT,"REZULTATE"
810 PRINT
820 PRINT "      GRINDA CIRCULARA INTERIOARA"
830 LET C5=A0*(1+L0)/SIN(A0)
840 LET T1=-P1*R1*F0
850 LET M1=P1*R1^2*(C5*COS(F0)-1)+X3*COS(F0)/(2*SIN(A0))
860 LET Q1=P1*R1^2*(C5*SIN(F0)-F0)+X3*SIN(F0)/(2*SIN(A0))
870 PRINT "F0 =" ;F0;TAB(28);"T1 =" ;T1
880 PRINT "M1 =" ;M1;TAB(28);"Q1 =" ;Q1
895 PRINT
890 LET F0=F0+A0/4
900 IF F0<9*A0/8 THEN A40
910 LET J=2
915 LET F0=0
920 GOTO 700
940 PRINT "      GRINDA CIRCULARA EXTERIOARA"
950 LET T2=0
960 LET M2=-X3*COS(F0)/(2*SIN(A0))
970 LET Q2=-X3*SIN(F0)/(2*SIN(A0))
980 PRINT "F0 =" ;F0;TAB(28);"T2 =" ;T2
990 PRINT "M2 =" ;M2;TAB(28);"Q2 =" ;Q2
995 PRINT
1000 LET F0=F0+A0/4
1010 IF F0<9*A0/8 THEN 960
1020 LET J=3
1030 GOTO 700
1040 LET I=I+1
1050 GOTO 380
1100 DATA 1
1110 DATA 0.3,0.3,0.21,0.8,0.25,0.8
1120 DATA 6.3,7.445,14.31,25.33000000,13200000
2000 END

```

CALCULUL UNUI SISTEM DE DOUA GRINZI CIRCULARE  
 CONCENTRICE REZEMATE ECHIDISTANT SI LEGATE  
 PRIN CONSOLE, SOLICITAT DE O INCARCARE LINIARA  
 DISTRIBUITA UNIFORM PE GRINDA INTERIOARA

NUMARUL SISTEMELOR ESTE  $S = 1.00000$

SISTEMUL 1.00000

DATE

$D1 = .300000$	$H1 = .800000$
$D2 = .210000$	$H2 = .800000$
$D3 = .250000$	$H3 = .800000$
$R1 = 6.30000$	$R2 = 7.44500$
$N0 = 14.0000$	$P1 = 31.2500$
$E0 = 330000.E+02$	$G0 = 132000.E+02$

REZULTATE

GRINDA CIRCULARA INTERIOARA

$F0 = .000000$	$T1 = -.000000$
$M1 = 156.012$	$Q1 = .000000$
$F0 = .560998E-01$	$T1 = -11.0446$
$M1 = 153.821$	$Q1 = 8.71140$
$F0 = .112200$	$T1 = -22.0894$
$M1 = 147.248$	$Q1 = 17.1764$
$F0 = .168300$	$T1 = -33.1341$
$M1 = 136.293$	$Q1 = 25.1493$
$F0 = .224400$	$T1 = -44.1788$
$M1 = 121.015$	$Q1 = 32.3954$

GRINDA CIRCULARA EXTERIOARA

$F0 = .000000$	$T2 = .000000$
$M2 = 81.7927$	$Q2 = -.000000$
$F0 = .560998E-01$	$T2 = .000000$
$M2 = 81.6644$	$Q2 = 4.58617$
$F0 = .112200$	$T2 = .000000$
$M2 = 81.2791$	$Q2 = 9.15792$
$F0 = .168300$	$T2 = .000000$
$M2 = 80.6373$	$Q2 = 13.7009$
$F0 = .224400$	$T2 = .000000$
$M2 = 79.7424$	$Q2 = 18.2006$

CONSOLA

$T3 = -88.3571$	$M3 = 64.7680$
-----------------	----------------

MOMENTUL DE TORSIUNE ESTE NUL

# 11. ÎNCOVOIEREA CILINDRICĂ A STRUCTURILOR PLANAR PĂTRATE SIMPLE

## 11.1. ASPECTE TEORETICE

O structură planară pătrată este un sistem reticulat cu nodurile situate în două fețe plane paralele, ele fiind legate prin bare de două tipuri: bare care unesc noduri situate în una dintre cele două fețe plane ale structurii și bare diagonale, care unesc noduri situate în fețe diferite. Nodurile constituie pentru bare legături de tipul articulațiilor sferice, iar încărcările care solicită structura sînt aplicate concentrat la noduri.

După forma ochiurilor alcătuite de bare în cele două fețe și după modul de dispunere a diagonalelor este posibilă o mare varietate de structuri planare. Dintre acestea, în cele ce urmează se consideră structura la care barele din fiecare față alcătuiesc rețele cu ochiuri pătrate, ale căror laturi sînt paralele cu laturile conturului dreptunghiular al structurii; cele două rețele sînt deplasate una față de cealaltă cu cîte o jumătate de interval, astfel încît, dacă rețelele sînt orizontale, nodurile unei fețe corespund pe verticală cu centrele pătratelor celeilalte fețe. O asemenea structură este denumită *structură planară pătrată simplă* (fig. 11.1).

Pentru determinarea eforturilor produse de încărcări în barele unei astfel de structuri se fac următoarele notații:

- $a$  -- lățimea conturului structurii;
- $b$  -- lungimea conturului structurii;
- $h$  -- înălțimea structurii, egală cu distanța dintre cele două fețe ale ei;
- $l$  -- pasul rețelei, egal cu lungimea laturii ochiurilor pătrate alcătuite de bare în cele două fețe ale structurii;
- $l_d$  -- lungimea unei diagonale;
- $\gamma$  -- unghiul pe care îl face o diagonală cu planul fețelor.

Între elementele geometrice astfel definite există relațiile:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h\sqrt{2}}{l};$$

$$l_d = \frac{l}{\sqrt{2} \cos \gamma} = \frac{h}{\sin \gamma}. \quad (11.1)$$

În cazul cînd suprafața dreptunghiulară acoperită în plan are lungimea  $b$  mult mai mare decît lățimea  $a$ , iar condițiile de rezemare și încărcările sînt identice în lungul laturii lungi, se poate admite, prin analogie cu încovoierea cilindrică a plăcilor plane, că structura reticulată planară are lungimea infi-

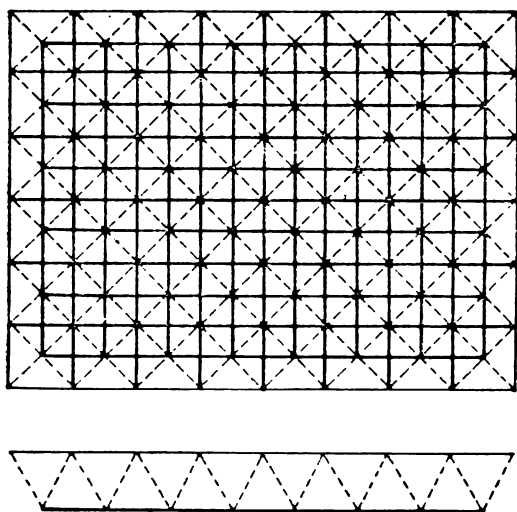


Fig. 11.1

nită ( $b \rightarrow \infty$ ) și că lucrează doar pe direcția laturii mici  $a$ . Datorită acestui fapt, starea de eforturi și de deformații se simplifică considerabil, depinzând de o singură variabilă independentă. Studiul poate fi făcut prin metoda eforturilor sau prin metoda deplasărilor. Dintre acestea se va folosi metoda deplasărilor care are caracter de generalitate [32].

În cazul încovoierii cilindrice este suficient să se studieze eforturile care apar în barele ce concură la noduri situate pe două linii paralele vecine, una situată în fața inferioară, iar cealaltă situată în fața superioară.

Ținând seama că cele două fețe sînt identice însă decalate cu cîte o jumătate de interval în fiecare direcție, la această structură se disting doar două noduri tipice : unul situat în fața inferioară, notat  $A_m$  și celălalt situat în fața superioară, notat  $B_m$ .

Pentru precizarea nodurilor și a eforturilor este nevoie de un singur indice și anume  $m = 1, 2, \dots, n + 1$  în fața inferioară.

*Ecuțiile de echilibru.* Pentru eforturile care concură în cele două noduri tipice  $A_m$  și  $B_m$  au fost adoptate notațiile din figura 11.2.

Se consideră că forțele exterioare verticale, notate cu  $P_{B_m}$  sînt aplicate în toate nodurile feței superioare\*. Din motive de simetrie pot fi scrise doar cîte două ecuații de echilibru pentru fiecare nod și anume cîte o ecuație de proiecții pe axa  $Ox$  și cîte o ecuație de proiecții pe axa  $Oz$ .

Aceste ecuații se scriu

$$\begin{aligned}
 (\Sigma X_A) \quad I_m - I_{m-1} + (D_m - D'_m) \sqrt{2} \cos \gamma &= 0, \\
 (\Sigma X_B) \quad S_m - S_{m-1} + (D'_{m-1} - D_m) \sqrt{2} \cos \gamma &= 0, \\
 (\Sigma Z_A) \quad -2(D_m + D'_m) \sin \gamma &= 0 \\
 (\Sigma Z_B) \quad +2(D_m + D'_{m+1}) \sin \gamma + P_{B_m} &= 0.
 \end{aligned} \tag{11.2}$$

În cazul sistemelor static determinate exterior, sistemul de ecuații (11.2) permite determinarea eforturilor necunoscute, prin folosirea ecuațiilor cu diferențe [29], [32].

*Relațiile de elasticitate.* Făcînd apel la figura 11.2, cosinusurile directoare ale axelor barelor care vin la nodurile  $A_m$  și  $B_m$  au fost trecute în tabelul 11.1.

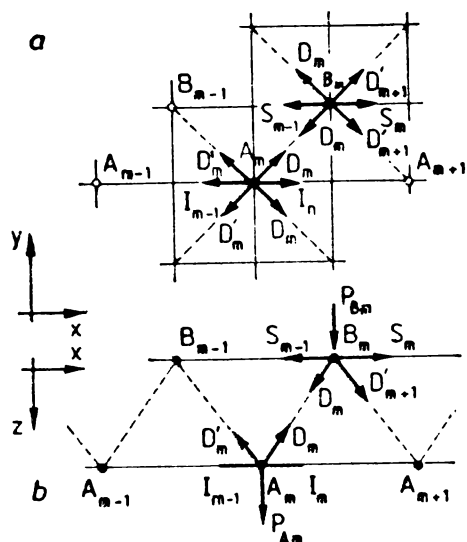


Fig. 11.2

\* Cazul mai general este studiat în [28], [29], [32].

Tabelul 11.1

Bara	$\cos \gamma_x$	$\cos \gamma_y$	$\cos \gamma_z$
$A_m - A_{m+1}$	+1	0	0
$A_m - A_{m-1}$	-1	0	0
$A_m - B_m$	$\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$-\sin \gamma$
$A_m - B_{m-1}$	$-\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$-\sin \gamma$
$B_m - B_{m+1}$	+1	0	0
$B_m - B_{m-1}$	-1	0	0
$B_m - A_m$	$-\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$+\sin \gamma$
$B_m - A_{m+1}$	$\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}}$	$+\sin \gamma$

Se presupune că barele din fiecare față sînt identice, avînd rigiditățile axiale  $k_i$  la fața inferioară,  $k_s$  la fața superioară iar diagonalele au rigiditatea  $k_d$ , definite prin relațiile

$$k_i = \frac{EA_i}{l}, \quad k_s = \frac{EA_s}{l}, \quad k_d = \frac{EA_d}{l_d}. \quad (11.3)$$

Pentru încovoierea cilindrică, deplasările  $v_{A,m}$  și  $v_{B,m}$  în sensul axei  $Oy$  sînt identic nule, astfel încît rămîn ca necunoscute deplasările  $u_{A,m}$ ,  $u_{B,m}$  pe direcția axei  $Ox$  și  $w_{A,m}$ ,  $w_{B,m}$  pe direcția axei  $Oz$ .

Cu acestea se stabilesc următoarele relații de elasticitate

$$\begin{aligned} I_m &= k_i(u_{A,m+1} - u_{A,m}), \\ S_m &= k_s(u_{B,m+1} - u_{B,m}), \\ D_m &= k_d \cos \gamma \left[ \frac{u_{B,m} - u_{A,m}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m} - w_{B,m}) \operatorname{tg} \gamma \right], \\ D'_m &= k_d \cos \gamma \left[ \frac{u_{A,m} - u_{B,m-1}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m} - w_{B,m-1}) \operatorname{tg} \gamma \right]. \end{aligned} \quad (11.4)$$

Eforturile  $I_{m-1}$ ,  $S_{m-1}$ ,  $D'_{m-1}$ ,  $D'_{m+1}$  se obțin din  $I_m$ ,  $S_m$ ,  $D'_m$  prin schimbarea corespunzătoare a indicilor, deci

$$\begin{aligned} I_{m-1} &= k_i(u_{A,m} - u_{A,m-1}), \\ S_{m-1} &= k_s(u_{B,m} - u_{B,m-1}); \\ D'_{m-1} &= k_d \cos \gamma \left[ \frac{u_{A,m-1} - u_{B,m-2}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m-1} - w_{B,m-2}) \operatorname{tg} \gamma \right]; \\ D'_{m+1} &= k_d \cos \gamma \left[ \frac{u_{A,m+1} - u_{B,m}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m+1} - w_{B,m}) \operatorname{tg} \gamma \right]. \end{aligned} \quad (11.5)$$

*Ecuatiile generale în metoda deplasărilor* se obțin prin introducerea expresiilor (11.4) și (11.5) în ecuațiile de echilibru (11.2). Ele iau o formă mai simplă dacă se împart toți termenii cu  $\frac{1}{2} k_d \cos^2 \gamma$  și se notează

$$\psi_i = \frac{k_i}{k_d \cos^2 \gamma} ; \quad \psi_s = \frac{k_s}{k_d \cos^2 \gamma} \quad (11.6)$$

$$\begin{aligned} & [\psi_i(u_{A, m+1} - 2u_{A, m} + u_{A, m-1}) - 2u_{A, m}] + (u_{B, m} + u_{B, m-1}) - \\ & \quad - \sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma (w_{B, m} - w_{B, m-1}) = 0, \\ & (u_{A, m} + u_{A, m+1}) + [\psi_s(u_{B, m+1} - 2u_{B, m} + u_{B, m-1}) - 2u_{B, m}] + \\ & \quad + \sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma (w_{A, m+1} - w_{A, m}) = 0, \\ & (u_{B, m} - u_{B, m-1}) + 2\sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma \cdot w_{A, m} - \sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma (w_{B, m} + w_{B, m-1}) = 0, \\ & (u_{A, m+1} - u_{A, m}) + \sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma (w_{A, m+1} + w_{A, m}) - 2\sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma \cdot w_{B, m} = \\ & \quad = - \frac{P_{B, m}}{\sqrt{2} k_d \sin \gamma \cos \gamma}. \end{aligned} \quad (11.7)$$

*Introducerea unei funcții de deplasări.* Se demonstrează (vezi [32]) că dacă se exprimă deplasările  $u_{A, m}$ ,  $u_{B, m}$ ,  $w_{A, m}$ ,  $w_{B, m}$  prin intermediul unei funcții  $F_m$ , conform relațiilor

$$u_{A, m} = 2\psi_s(F_m - F_{m-1}), \quad (11.8)$$

$$u_{B, m} = -\psi_i(F_{m+1} - F_{m-1}),$$

și

$$\begin{aligned} w_{A, m} = - \frac{\operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} [2(\psi_i + \psi_s)(F_m + F_{m-1}) - \psi_i \psi_s (F_{m+1} - F_m - F_{m-1}) + \\ + F_{m-2}], \end{aligned} \quad (11.9)$$

$$\begin{aligned} w_{B, m} = - \frac{\operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} [\psi_i(F_{m+1} + 2F_m + F_{m-1}) + 4\psi_s F_m - 2\psi_i \psi_s (F_{m+1} - \\ - 2F_m + F_{m+1})], \end{aligned}$$

atunci primele trei ecuații din grupul (11.7) sînt identic verificate; a 4-a ecuație din acest grup determină funcția de deplasări  $F_m$  prin ecuația cu diferențe

$$F_{m+2} - 4F_{m+1} + 6F_m - 4F_{m-1} + F_{m-2} = - \frac{P_{B, m}}{\sqrt{2} \psi_i \psi_s k_d \sin \gamma \cos \gamma} \quad (11.10)$$

Introducînd în relațiile (11.4) expresiile deplasărilor date de relațiile (11.8) și (11.9), se obțin expresiile eforturilor din bare:

$$I_m = 2k_i \psi_s (F_{m+1} - 2F_m + F_{m-1}),$$

$$S_m = -k_s \psi_i (F_{m+2} - F_{m+1} - F_m + F_{m-1}), \quad (11.11)$$

$$D_m = -D'_m = - \frac{\psi_i \psi_s k_d \cos \gamma}{\sqrt{2}} (F_{m+1} - 3F_m + 3F_{m-1} - F_{m-2}).$$

Se observă că subzistă egalitatea  $k_i \psi_i = k_s \psi_s$ , iar ultima relație ( $D_m = -D'_m$ ) rezultă și direct din examinarea echilibrului nodului  $A_m$ .

*Expresiile generale pentru eforturi și deplasări.* Se consideră cazul încărcărilor nodale egale ( $P_{B, m} = P = \text{const.}$ ).

Soluția generală a ecuației cu diferențe (11.10) se obține prin însumarea unei soluții particulare cu soluția complementară.

Pentru aceasta din urmă se caută soluții de forma  $F_m^c = m^\beta$ , în care  $m = 0, 1, 2, \dots, n$ , iar  $\beta$  este dat de ecuația caracteristică  $(\beta - 1)^4 = 0$ .

Soluția complementară are expresia

$$F_m^c = - \frac{P}{\sqrt{2} \psi_i \psi_s k_d \sin \gamma \cos \gamma} \left( C_0 + C_1 m + \frac{C_2}{2!} m^2 + \frac{C_3}{3!} m^3 \right), \quad (11.12)$$

în care  $C_0, C_1, C_2, C_3$  reprezintă constante de integrare.

Ținând seama de forma specială a soluției complementare, soluția particulară se reduce la

$$F_m^p = - \frac{P}{\sqrt{2} \psi_i \psi_s k_d \sin \gamma \cos \gamma} \cdot \frac{m^4}{4!}. \quad (11.13)$$

Cu aceste rezultate, soluția generală a ecuației (11.10) se scrie

$$F_m = - \frac{P}{\sqrt{2} \psi_i \psi_s k_d \sin \gamma \cos \gamma} \left( \frac{1}{4!} m^4 + \frac{C_3}{3!} m^3 + \frac{C_2}{2!} m^2 + C_1 m + C_0 \right). \quad (11.14)$$

Pentru a se obține expresiile eforturilor și deplasărilor este necesar, în prealabil, să se calculeze valorile funcției în nodurile vecine ( $F_{m+2}, F_{m+1}, F_{m-1}, F_{m-2}$ ); de exemplu

$$F_{m+1} = - \frac{P}{\sqrt{2} \psi_i \psi_s k_d \sin \gamma \cos \gamma} \left[ \frac{1}{24} m^4 + \frac{C_3 + 1}{6} m^3 + \left( \frac{C_2}{2} + \frac{C_1}{2} + \frac{1}{4} \right) m^2 + \left( C_1 + C_2 + \frac{C_3}{2} + \frac{1}{6} \right) m + C_0 + C_1 + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{6} + \frac{1}{24} \right] \quad (11.15)$$

După introducerea acestor valori în relațiile (11.8), (11.9) și (11.11), expresiile eforturilor și ale deplasărilor rezultă în funcție de 4 constante de integrare :

$$I_m = - \frac{P \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} \left( m^2 + 2C_3 m + 2C_2 + \frac{1}{6} \right),$$

$$S_m = + \frac{P \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} \left[ m^2 + (2C_3 + 1)m + 2C_2 + C_3 + \frac{2}{3} \right], \quad (11.16)$$

$$D_m = - D'_m = + \frac{P}{2 \sin \gamma} \left( m + C_3 - \frac{1}{2} \right)$$



și

$$\begin{aligned}
 u_{B, m} &= -\frac{\sqrt{2} P \operatorname{ctg} \gamma}{6 k_s} [m^3 + 3C_3 m^2 + (6C_2 + 1)m + 6C_1 + C_3], \\
 u_{A, m} &= -\frac{\sqrt{2} P \operatorname{ctg} \gamma}{6 k_i} \left[ m^3 + 3 \left( C_3 - \frac{1}{2} \right) m^2 + (6C_2 - 3C_3 + 1)m + \right. \\
 &\quad \left. + 6C_1 - 3C_2 + C_3 - \frac{1}{4} \right], \\
 w_{A, m} &= \frac{P \operatorname{ctg}^2 \gamma}{12} \left( \frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s} \right) \left[ m^4 + 2(2C_3 - 1)m^3 + 3(4C_2 - 2C_3 + 1)m^2 + \right. \\
 &\quad \left. + 2(12C_1 + 6C_2 + 3C_3 - 1)m + 24C_0 - 12C_1 + 6C_2 - 2C_3 + \frac{1}{2} \right] - \\
 &\quad - \frac{P}{2 k_d \sin^2 \gamma} \left[ m^2 + (2C_3 - 1)m + 2C_2 - C_3 + \frac{2}{3} \right]; \quad (11.17) \\
 w_{B, m} &= \frac{P \operatorname{ctg}^2 \gamma}{12} \left( \frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s} \right) (m^4 + 4C_3 m^3 + 12C_2 m^2 + 24C_1 m + 24C_0) + \\
 &\quad + \frac{P}{2} \left( \frac{\operatorname{ctg}^2 \gamma}{2 k_s} - \frac{1}{k_d \sin^2 \gamma} \right) \left( m^2 + 2C_3 + 2C_2 + \frac{1}{6} \right).
 \end{aligned}$$

*Condiții marginale pentru determinarea constantelor de integrare.* Se presupune că structura este simplu rezemată la fața inferioară și este încărcată cu forțe egale în toate nodurile superioare ( $P_B = P$ ).

Reacțiunea în reazemul 1 este

$$V_1 = \frac{Pn}{2}, \quad (11.18)$$

în care  $n$  reprezintă numărul de intervale de la fața inferioară.

În această situație pot fi impuse următoarele condiții marginale :

$$\begin{aligned}
 D_1 &= -\frac{V_1}{2 \sin \gamma} = -\frac{Pn}{4 \sin \gamma}, \\
 I_1 &= +\frac{V_1}{\sqrt{2} \operatorname{tg} \gamma} = +\frac{Pn \operatorname{ctg} \gamma}{2\sqrt{2}},
 \end{aligned} \quad (11.19)$$

și

$$w_{A, i} = w_{A, i+1} = 0. \quad (11.20)$$

Din relațiile (11.16) se deduce, pentru  $m = 1$

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \frac{P}{2 \sin \gamma} \left( C_3 + \frac{1}{2} \right) = -\frac{Pn}{4 \sin \gamma}, \\
 I_1 &= -\frac{P \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} \left( 2C_2 + \frac{1}{6} \right) = \frac{Pn \operatorname{ctg} \gamma}{2\sqrt{2}}.
 \end{aligned} \quad (11.21)$$

După toate simplificările se obține

$$2C_2 = \frac{n}{2} - \frac{1}{6}, \quad C_3 = -\frac{n+1}{2} \quad (11.22)$$

și apoi

$$I_m = \frac{P \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} \left[ (m-1)(n-m) + \frac{n}{2} \right],$$

$$S_m = -\frac{P \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} m(n-m); \quad (11.23)$$

$$D_m = -D'_m = \frac{P}{2 \sin \gamma} \left( m - \frac{n}{2} - 1 \right).$$

Deoarece structura este static determinată, eforturile au putut fi determinate prin precizarea numai a două constante ( $C_2$  și  $C_3$ ), independent de componentele deplasării.

Celelalte două constante ( $C_0$  și  $C_1$ ) se determină din condițiile de săgeată nulă la capete. Pe această cale se obține

$$C_0 = \frac{1}{48} (n^3 - 6n), \quad C_1 = \frac{1}{24} (n^3 + n - 2). \quad (11.24)$$

Cu valorile astfel obținute pentru cele 4 constante, expresiile deplasărilor se scriu sub forma finală :

$$u_{A, m} = -\frac{\sqrt{2} P \operatorname{ctg} \gamma}{6 k_t} \left( \frac{n}{2} - m + 1 \right) \left[ (m-1)(n-m+1) + \frac{n^3}{2} + 1 \right],$$

$$u_{B, m} = +\frac{\sqrt{2} P \operatorname{ctg} \gamma}{6 k_s} \left[ (m-1)^3 - \frac{3}{2} (n-1)(m-1)^2 - \frac{1}{2} (3n-1)(m-1) + \frac{n^3 - n}{4} \right],$$

$$w_{A, m} = \frac{1}{12} P (m-1)(n-m+1) \left\{ \operatorname{ctg}^2 \gamma \left( \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_s} \right) [(m-1)(n-m+1) + n^2 + 1] + \frac{6}{k_s \sin^2 \gamma} \right\}; \quad (11.25)$$

$$w_{B, m} = \frac{P \operatorname{ctg}^2 \gamma}{12} \left( \frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_s} \right) \left[ (m-1)^4 - 2(n-1)(m-1)^3 - (3n+1)(m-1)^2 + (n^3 + n - 2)(m-1) + \frac{1}{2} (n^3 + 2n) + \frac{P}{2} \left( \frac{\operatorname{ctg}^2 \gamma}{2k_s} - \frac{1}{k_s \sin^2 \gamma} \right) \left[ (m-1)^2 - (n-1)(m-1) - \frac{n}{2} \right] \right].$$

Expresiile eforturilor  $I_m$ ,  $S_m$  și ale săgeților  $w_{A, m}$ ,  $w_{B, m}$  sînt simetrice față de mijlocul deschiderii, în timp ce expresiile eforturilor  $D_m$ ,  $D'_m$  și ale deplasărilor  $u_{A, m}$ ,  $u_{B, m}$  sînt antisimetrice în raport cu aceeași secțiune.

Formule adimensionale pot fi stabilite scoțind în factor forța  $P$  pentru eforturi, respectiv  $\frac{Pl}{EA}$  pentru deplasări, unde  $A$  este o arie de referință (de obicei se va alege  $A_s$  sau  $A_t$ ).

Se poate așadar scrie

$$\begin{aligned} I_m &= i_0 P; \\ S_m &= s_0 P; \\ D_m &= d_0 P; \end{aligned} \quad (11.26)$$

și

$$\begin{aligned} u_{A, m} &= a_0 \frac{Pl}{EA}; \\ u_{B, m} &= e_0 \frac{Pl}{EA}; \\ w_{A, m} &= b_0 \frac{Pl}{EA}; \\ w_{B, m} &= f_0 \frac{Pl}{EA}. \end{aligned} \quad (11.27)$$

Valorile  $i_0, s_0, d_0, a_0, e_0, b_0, f_0$  au expresiile :

$$\begin{aligned} i_0 &= \frac{I_m}{P} = \frac{\text{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} \left[ (m-1)(n-m) + \frac{n}{2} \right]; \\ s_0 &= \frac{S_m}{P} = -\frac{\text{ctg} \gamma}{\sqrt{2}} m(n-m); \\ d_0 &= \frac{D_m}{P} = -\frac{1}{2 \sin \gamma} \left( \frac{n}{2} - m + 1 \right); \end{aligned} \quad (11.28)$$

și

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{A}{A_s} \cdot \frac{\sqrt{2} \text{ctg} \gamma}{6} \left( \frac{n}{2} - m + 1 \right) \left[ (m-1)(n-m+1) + \frac{n^2}{2} + 1 \right]; \\ e_0 &= \frac{A}{A_s} \cdot \frac{\sqrt{2} \text{ctg} \gamma}{6} \left[ (m-1)^3 - \frac{3}{2} (n-1)(m-1)^2 - \frac{1}{2} (3n-1)(m-1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n^3 - n}{4} \right]; \\ b_0 &= \frac{1}{12} (m-1)(n-m+1) \left\{ \text{ctg}^2 \gamma \left( \frac{A}{A_t} + \frac{A}{A_s} \right) [(m-1)(n-m+1) + \right. \\ &\quad \left. + n^2 + 1] + \frac{A}{A_s} \cdot \frac{6c_0}{\sin^3 \gamma} \right\}; \\ f_0 &= \frac{\text{ctg}^2 \gamma}{12} \left( \frac{A}{A_t} + \frac{A}{A_s} \right) \left[ (m-1)^4 - 2(n-1)(m-1)^3 - \right. \\ &\quad \left. - (3n+1)(m-1)^2 + (n^3 + n - 2)(m-1) + \frac{1}{2} (n^3 + 2n) \right] + \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{A}{A_t} \cdot \frac{\text{ctg}^2 \gamma}{2} - \frac{A}{A_s} \cdot \frac{c_0}{\sin^3 \gamma} \right) \left[ (m-1)^2 - (n-1)(m-1) - \frac{n}{2} \right] \end{aligned} \quad (11.29)$$

în care s-a notat  $c_0 = h/l$ .

Parametrii care mai intervin sînt : unghiul  $\gamma$ , numărul de intervale  $n$ , rapoartele ariilor  $A_i/A_i$ ,  $A_s/A_s$ ,  $A_d/A_d$ .

Notațiile folosite în prezentarea aspectelor teoretice ale problemei sînt sintetizate, codificate și definite în tabelul 11.2.

Tabellul 11.2

Notații	Codificări	Definiții și expresii
$A$		Arie de referință.
$A_d$		Aria secțiunii transversale a unei diagonale.
$A_i$		Aria secțiunii transversale a unei bare din fața inferioară.
$A_s$		ria secțiunii transversale a unei bare din fața superioară.
$a_0$	$A \emptyset$	$a_0 = u_{A, m} \left/ \frac{Pl}{EA} \right.$
$b_0$	$B \emptyset$	$b_0 = w_{A, m} \left/ \frac{Pl}{EA} \right.$
$c_0$	$C \emptyset$	$c_0 = \frac{h}{l}$
$c_1$	$C1$	$c_1 = \frac{A_i}{A}$
$c_2$	$C2$	$c_2 = \frac{A_s}{A}$
$c_3$	$C3$	$c_3 = \frac{A_d}{A}$
$D_m$		Efortul într-o diagonală suitoare.
$D'_m$		Efortul într-o diagonală coboritoare.
$d_0$	$D \emptyset$	$d_0 = \frac{D_m}{P}$
$E$		Modulul de elasticitate al materialului.
$e_0$	$E \emptyset$	$e_0 = u_{n, m} \left/ \frac{Pl}{EA} \right.$
$F$		Funcție de deplasări.
$f_0$	$F \emptyset$	$f_0 = w_{n, m} \left/ \frac{Pl}{EA} \right.$
$g_0$	$G \emptyset$	Notație intermediară.
$h$		Înălțimea structurii.
$I_m$		Efortul dintr-o bară de la fața inferioară a structurii.
$i$	$I$	Numărul de ordine al structurilor.
$i_0$	$I \emptyset$	$i_0 = \frac{I_m}{P}$

Notații	Codificări	Definiții și exprseii
$k_d$		$k_d = \frac{EA_d}{l_d}$ · Rigiditatea axială a unei diagonale.
$k_i$		$k_i = \frac{EA_i}{l}$ · Rigiditatea axială a unei bare din fața inferioară.
$k_s$		$k_s = \frac{EA_s}{l}$ · Rigiditatea axială a unei bare din fața superioară.
$l$		Pasul rețelei.
$l_d$		Lungimea unei diagonale. $l_d = \frac{h}{\sin \gamma}$ ·
$m$	<b>M</b>	Numărul de ordine al nodurilor de la fața inferioară a structurii ( $m = 1, 2, 3, \dots, n + 1$ ).
$n$	<b>N</b>	Numărul de intervale de la fața inferioară a structurii reticulale.
<b>P</b>		Forța concentrată aplicată în fiecare nod al feței superioare normal pe aceasta.
$S_m$		Efortul dintr-o bară de la fața superioară a structurii.
$s$	<b>S</b>	Numărul total de structuri.
$s_0$	<b>S</b> ∅	$s_0 = \frac{S_m}{P}$ ·
$u_{A, m}$		$u_{A, m} = a_0 \frac{Pl}{EA}$ · Deplasarea unui nod $A_m$ de la fața inferioară a structurii în sensul deschiderii.
$u_{B, m}$		$u_{B, m} = e_0 \frac{Pl}{EA}$ · Deplasarea unui nod $B_m$ de la fața superioară a structurii în sensul deschiderii.
$w_{A, m}$		$w_{A, m} = b_0 \frac{Pl}{EA}$ · Deplasarea unui nod $A_m$ de la fața inferioară a structurii normal pe aceasta.
$w_{B, m}$		$w_{B, m} = f_0 \frac{Pl}{EA}$ · Deplasarea unui nod $B_m$ de la fața superioară a structurii normal pe aceasta.
$\gamma$		$\sin \gamma = \frac{c_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + 2c_0^2}}$ ; $\lg \gamma = c_0 \sqrt{2}$ · Unghiul pe care diagonalele îl fac cu planul fețelor ( $\gamma < \pi/2$ ).
$\psi_i$		$\psi_i = \frac{k_i}{k_d \cos^2 \gamma}$ ·
$\psi_s$		$\psi_s = \frac{k_s}{k_d \cos^2 \gamma}$ ·

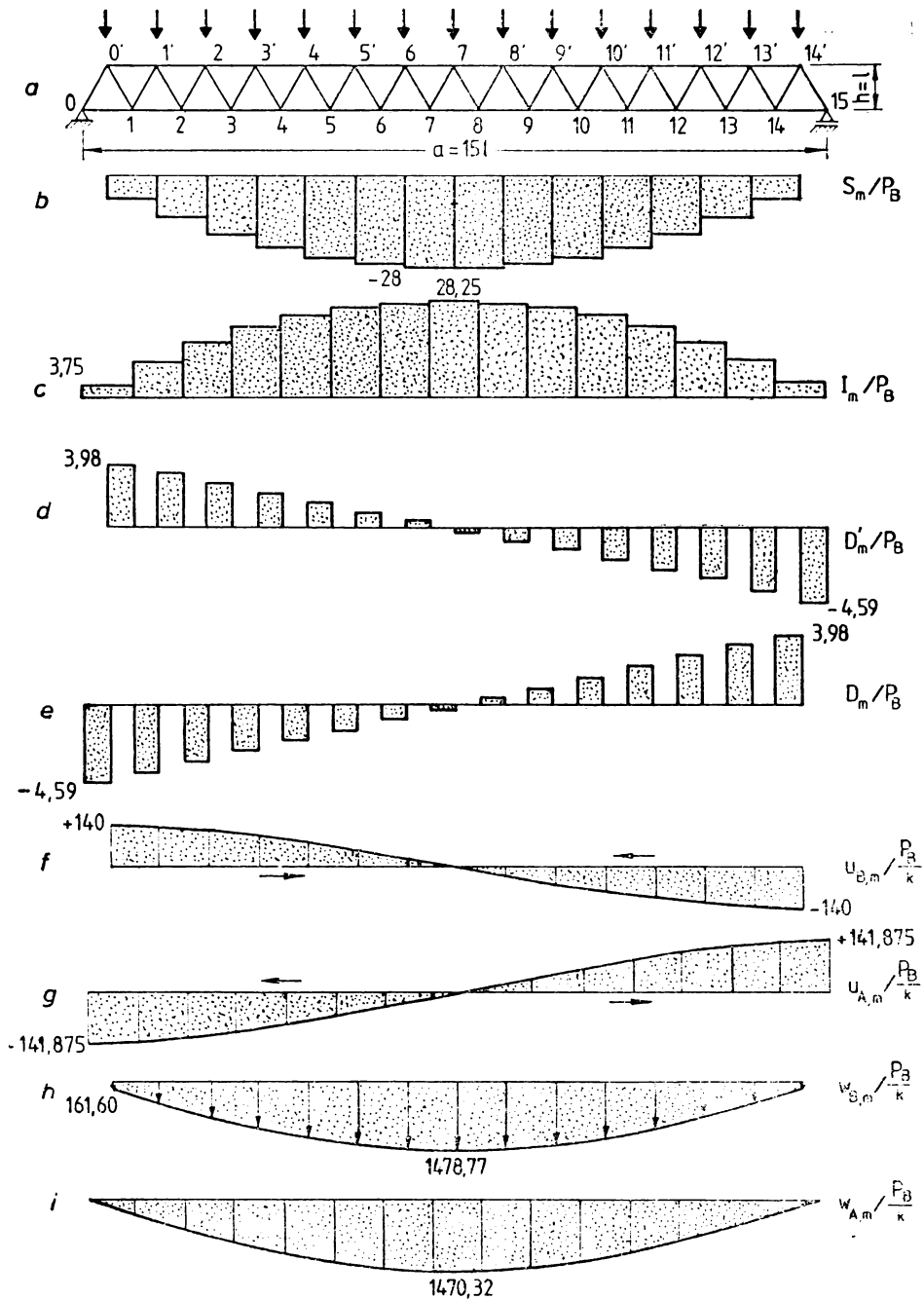


Fig. 11.3

## 11.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Pe baza organigramei construite pentru determinarea eforturilor și deplasărilor la structuri planar pătrate simple a fost scris *programul de calcul EP-31-02* listat în anexa 11.1, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 11.2.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 880 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 881 și 1 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de structuri cărora urmează să li se determine eforturile și deplasările. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare pentru calculul unei singure structuri, scrise în ordinea :  $n, c_0, c_1, c_2, c_3$ .

Pentru fiecare structură programul furnizează :

- coeficienții de influență ai eforturilor din toate barele structurii ;
- coeficienții de influență ai deplasărilor pe care le suferă nodurile de la fața inferioară a structurii ;
- coeficienții de influență ai deplasărilor pe care le suferă nodurile de la fața superioară a structurii ;

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat unei structuri planar pătrate simple avînd următoarele caracteristici :

$$n = 15 ; c_0 = c_1 = c_2 = 1 ; c_3 = \frac{1}{3}.$$

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din două instrucțiuni DATA avînd etichetele 1 000 și 1 010.

Anexa 11.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului EP-31-02 pentru structura considerată.

Variația eforturilor în barele structurii și deplasările nodurilor din fața superioară și cea inferioară sînt redată în figura 11.3.

```

10 REM      PROGRAMUL BASIC EP-31-02

20 REM *****
30 REM *
40 REM * INCOVOIEREA CILINDRICA A STRUCTURILOR PLANARE *
50 REM * PATRATE SIMPLU REZEMATE, SOLICITATE DE FORTE *
60 REM * EGALE APLICATE IN NODURILE FETEI LOR SUPERIOARE *
70 REM *
80 REM *****
90 REM *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA COEFICIENTII DE INFLUENTA *
110 REM * AI EFORTURILOR DIN BARELE STRUCTURILOR, PRECUM *
120 REM * SI COEFICIENTII DE INFLUENTA AI DEPLASARILOR *
130 REM * ORIZONTALE SI VERTICALE ALE NODURILOR FETELOR *
140 REM * INFERIOARA SI SUPERIOARA ALE STRUCTURILOR *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
190 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
200 REM *
210 REM *****

220 PRINT "INCOVOIEREA CILINDRICA A STRUCTURILOR PLANARE"
230 PRINT "PATRATE SIMPLU REZEMATE, SOLICITATE DE FORTE"
240 PRINT "EGALE APLICATE IN NODURILE FETEI LOR SUPERIOARE"
250 PRINT
260 PRINT
270 READ S
280 PRINT;TAB(7);"NUMARUL STRUCTURILOR ESTE S =" ;S
290 LET I=1
300 PRINT
310 PRINT
320 PRINT;TAB(17);"STRUCTURA " ;I
330 PRINT
340 READ N,C0,C1,C2,C3
350 PRINT;TAB(24);"DATE"
360 PRINT;TAB(8);"N =" ;N
370 PRINT;TAB(8);"C0 =" ;C0;TAB(32);"C1 =" ;C1
380 PRINT;TAB(8);"C2 =" ;C2;TAB(32);"C3 =" ;C3
390 PRINT
400 PRINT;TAB(6);"COEFICIENTI DE INFLUENTA AI EFORTURILOR"
410 PRINT
420 FOR M=1 TO N-1
430 LET I0=((M-1)*(N-M)+N/2)/(2*C0)
440 LET D0=(N/2-M+1)*SQR(1+2*C0^2)/(2*C0*SQR(2))
450 LET S0=-M*(N-M)/(2*C0)
460 PRINT;TAB(8);"M =" ;M;TAB(32);"I0 =" ;I0
470 PRINT;TAB(32);"D0 =" ;D0
480 PRINT;TAB(32);"S0 =" ;S0
490 PRINT
500 NEXT M
510 LET I0=N/(4*C0)
520 LET D0=(1-N/2)*SQR(1+2*C0^2)/(2*C0*SQR(2))
530 PRINT;TAB(8);"M =" ;N;TAB(32);"I0 =" ;I0
540 PRINT;TAB(32);"D0 =" ;D0
550 PRINT
560 PRINT;TAB(6);"COEFICIENTI DE INFLUENTA AI DEPLASARILOR"
570 PRINT
580 PRINT;TAB(13);"NODURILE FETEI INFERIOARE"
590 PRINT
600 FOR M=1 TO N+1

```



```

610 LET A0=(M-1)*(N-M+1)+NA2/2+1
620 LET A0=A0*(N/2-M+1)/(6*C0*C1)
630 LET B0=(1/C1+1/C2)*((M-1)*(N-M+1)+NA2+1)
640 LET B0=B0+5*(1+2*C0^2)*SQR(1+2*C0^2)/(C3*SQR(2))
650 LET B0=B0*(M-1)*(N-M+1)/(24*C0^2)
660 PRINT TAB(8);"M =" ;M;TAB(32);"A0 =" ;A0
670 PRINT TAB(32);"B0 =" ;B0
680 PRINT
690 NEXT M
700 PRINT TAB(13);"NODURILE FETEI SUPERIOARE"
710 PRINT
720 FOR M=1 TO N
730 LET E0=(M-1)*(3*(N-1)*(M-1)+3*N-1)/2
740 LET E0=((M-1)^3+N*(NA2-1)/4-E0)/(6*C0*C2)
750 LET F0=(M-1)*((M-1)^3+NA3+N-2)+N*(NA2+2)/2
760 LET F0=F0-(M-1)^2*(2*(N-1)*(M-1)+3*N+1)
770 LET F0=F0*(1/C1+1/C2)/(24*C0^2)
780 LET G0=1/(2*C2)-(1+2*C0^2)*SQR(1+2*C0^2)/(C3*SQR(2))
790 LET G0=G0*((M-1)*(M-N)-N/2)/(4*C0^2)
800 LET F0=F0+G0
810 PRINT TAB(8);"M =" ;M;TAB(32);"E0 =" ;E0
820 PRINT TAB(32);"F0 =" ;F0
830 PRINT
840 NEXT M
850 IF I<S THEN 870
860 GOTO 2000
870 LET I=I+1
880 GOTO 310
1000 DATA 1
1010 DATA 15,1,1,1,0,33333
2000 END

```

INCOVOIEREA CILINDRICA A STRUCTURILOR PLANARE  
 PATRATE SIMPLU REZEMATE, SOLICITATE DE FORTE  
 EGALE APLICATE IN NODURILE FETEI LOR SUPERIOARE

NUMARUL STRUCTURILOR ESTE S = 1.00000

STRUCTURA 1.00000

DATE

N = 15.0000  
 C0 = 1.00000 C1 = 1.00000  
 C2 = 1.00000 C3 = .333330

COEFICIENTI DE INFLUENTA AI EFORTURILOR

M = 1.00000 I0 = 3.75000  
 D0 = 4.59278  
 S0 = -7.00000

M = 2.00000 I0 = 10.2500  
 D0 = 3.98039  
 S0 = -13.0000

M = 3.00000 I0 = 15.7500  
 D0 = 3.36803  
 S0 = -18.0000

M = 4.00000 I0 = 20.2500  
 D0 = 2.75566  
 S0 = -22.0000

M = 5.00000 I0 = 23.7500  
 D0 = 2.14329  
 S0 = -25.0000

M = 6.00000 I0 = 26.2500  
 D0 = 1.53093  
 S0 = -27.0000

M = 7.00000 I0 = 27.7500  
 D0 = .918556  
 S0 = -28.0000

M = 8.00000 I0 = 28.2500  
 D0 = .306185  
 S0 = -28.0000

M = 9.00000 I0 = 27.7500  
 D0 = -.306185  
 S0 = -27.0000

M = 10.0000 I0 = 26.2500  
 D0 = -.918556  
 S0 = -25.0000

M = 11.0000 I0 = 23.7500  
 D0 = -1.53093  
 S0 = -22.0000

ANEXA 11.2 (continuare)

M = 12.0000	I0 = 20.2500 D0 = -2.14329 S0 = -18.0000
M = 13.0000	I0 = 15.7500 D0 = -2.75566 S0 = -13.0000
M = 14.0000	I0 = 10.2500 D0 = -3.36803 S0 = -7.00000
M = 15.0000	I0 = 3.75000 D0 = -3.98039

COEFICIENTI DE INFLUENȚĂ AI DEPLASĂRIILOR

NOOURILE FETEI INFERIOARE

M = 1.00000	A0 = 141.875 B0 = 800.000
M = 2.00000	A0 = 138.125 B0 = 318.580
M = 3.00000	A0 = 127.875 B0 = 617.646
M = 4.00000	A0 = 112.125 B0 = 865.204
M = 5.00000	A0 = 91.8750 B0 = 1111.25
M = 6.00000	A0 = 68.1250 B0 = 1287.79
M = 7.00000	A0 = 41.8750 B0 = 1408.81
M = 8.00000	A0 = 14.1250 B0 = 1470.32
M = 9.00000	A0 = -14.1250 B0 = 1470.32
M = 10.0000	A0 = -41.8750 B0 = 1408.81
M = 11.0000	A0 = -68.1250 B0 = 1287.79
M = 12.0000	A0 = -91.8750

ANEXA 11.2 (continuare)

M = 13.0000	A0 = -112.125 B0 = 885.204
M = 14.0000	A0 = -127.875 B0 = 617.650
M = 15.0000	A0 = -138.125 B0 = 318.580
M = 16.0000	A0 = -141.875 B0 = .000000

NOBURILE FETEI SUPERIOARE

M = 1.00000	E0 = 140.000 F0 = 161.605
M = 2.00000	E0 = 133.000 F0 = 472.054
M = 3.00000	E0 = 120.000 F0 = 756.742
M = 4.00000	E0 = 102.000 F0 = 1004.67
M = 5.00000	E0 = 80.0000 F0 = 1206.84
M = 6.00000	E0 = 55.0000 F0 = 1356.24
M = 7.00000	E0 = 28.0000 F0 = 1447.88
M = 8.00000	E0 = .000000 F0 = 1478.77
M = 9.00000	E0 = -28.0000 F0 = 1447.88
M = 10.0000	E0 = -55.0000 F0 = 1356.24
M = 11.0000	E0 = -80.0000 F0 = 1206.84
M = 12.0000	E0 = -102.000 F0 = 1004.67
M = 13.0000	E0 = -120.000 F0 = 756.742
M = 14.0000	E0 = -133.000 F0 = 472.054
M = 15.0000	E0 = -140.000 F0 = 161.605

## 12. ASPECTE GENERALE ALE CALCULULUI ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLANȘELOR CASETATE DIN BETON ARMAT

### 12.1. SCHEME DE CEDARE

Planșeele casetate folosite în construcții sînt structuri alcătuite dintr-o placă de beton armat legată monolit de o rețea de grinzi dispuse pe două direcții, avînd aceeași secțiune transversală. Ochiurile rețelei, mărginite de grinzile acesteia, poartă denumirea de casete. În mod obișnuit, planșeele de acest tip au formă dreptunghiulară și sînt simplu rezemate pe tot conturul. Față de această formă, planșeele casetate sînt de două tipuri: planșee cu grinzi ortogonale denumite pe scurt *planșee ortogonale*, la care grinzile de pe fiecare direcție sînt perpendiculare pe laturile conturului și planșee cu grinzi diagonale, denumite pe scurt *planșee diagonale*, la care grinzile de pe fiecare direcție înțîlnesc laturile conturului sub același unghi, mai mic decît  $90^\circ$ . Ambele tipuri de planșee prezintă două axe de simetrie.

*Pentru exemplificare*, în figura 12.1, *a* este prezentată schema unui planșeu ortogonal cu  $5 \times 4$  casete, iar în figura 12.2, *a* -- schema unui planșeu diagonal cu  $5 \times 3$  diviziuni pe direcțiile lungimii și lățimii lui.

Structura de rezistență a unui planșeu casetat este constituită din rețeaua lui de grinzi. O astfel de structură, rațional dimensionată, cedează după o schemă unică prin transformarea ei în mecanism ca urmare a formării de *articulații plastice* în dreptul secțiunilor celor mai solicitate ale grinzilor, denumite *secțiuni critice*. Aceste secțiuni sînt localizate în zonele de intersecție a grinzilor rețelei. Datorită legăturii monolite dintre placa planșeului casetat și rețeaua de grinzi a acestuia, funcționarea mecanismului de cedare al rețelei, bazată pe libertatea de mișcare a acestuia, impune ca poziția deformată a plăcii să fie compatibilă cu poziția deformată a mecanismului de cedare. Potrivit *Teoriei plastice simple* a structurilor [1], în cadrul căreia comportarea rigid-plastică a materialelor de construcții reprezintă una dintre ipotezele de bază, această condiție se realizează prin formarea de linii de curgere pe direcția uneia dintre diagonalele panourilor de placă care acoperă ochiurile rețelei, precum și la legătura dintre aceste panouri cu grinzile care le mărginesc.

*Pentru exemplificare*, în figura 12.1, *b* este reprezentată schema de cedare a planșeului ortogonal din figura 12.1, *a*, iar în figura 12.2, *b* -- schema de cedare a planșeului diagonal din figura 12.2, *a*.

### 12.2. MOMENTELE CAPABILE ALE GRINZILOR

Prima problemă a calculului în domeniul plastic al unui planșeu casetat, la care se cunoaște încărcarea de calcul care îl solicită, constă în determinarea mărimii momentelor capabile corespunzătoare secțiunilor critice ale grinzilor rețelei. Pentru aceasta se exprimă momentele capabile ale acestor secțiuni în funcție de momentul capabil al uneia dintre secțiunile critice, considerat ca *moment capabil de referință*, prin înmulțirea acestuia cu factori convenabil aleși. În continuare, mărimea momentului capabil de referință se obține din

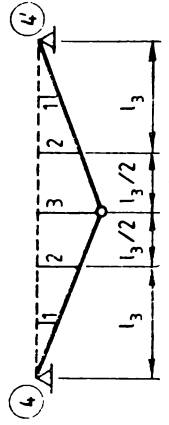
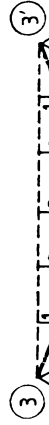
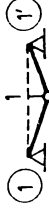
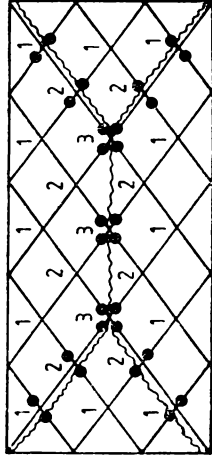
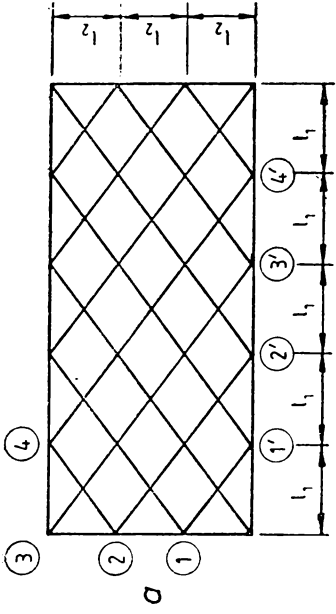


Fig. 12.2

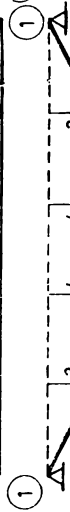
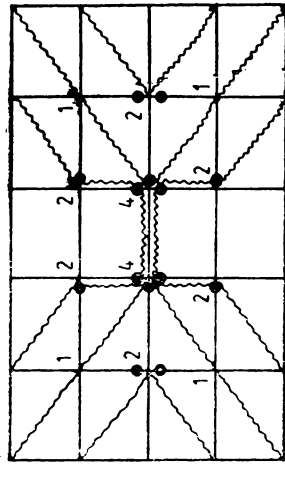
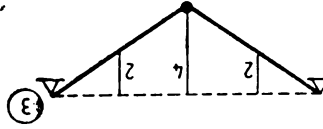
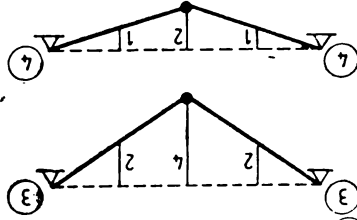
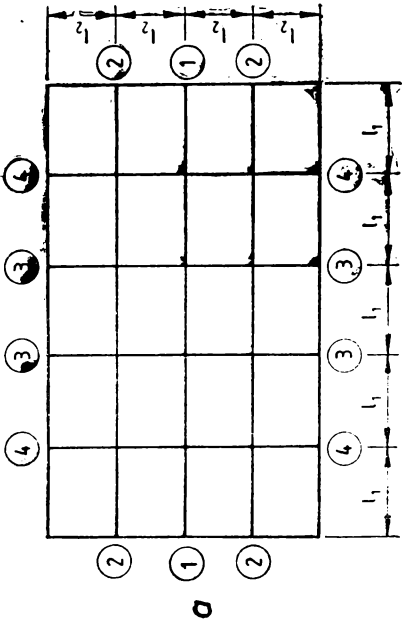


Fig. 12.1

ecuația de echilibru-limită corespunzătoare stadiului de cedare a planșeului sub acțiunea încărcării de calcul, scrisă pe baza *principiului lucrului mecanic virtual*. Obținerea mărimii momentului capabil de referință este, prin urmare, o problemă determinată din punct de vedere static.

Ecuatia de echilibru-limită se scrie cu neglijarea lucrului mecanic virtual al momentelor capabile care acționează pe lungimea liniilor de curgere ale panourilor de placă. Această omisiune este justificată de poziția plăcii planșeului în raport cu grinzile rețelei. Într-adevăr, așezarea plăcii la fața comprimată a grinzilor face ca intrarea efectivă în curgere a armăturii ei întinse să necesite deformații ale planșeului care sînt întotdeauna superioare celor care marchează ieșirea din lucru a planșeului ca urmare a depășirii stării-limită de deformație.

În această situație, ecuația de echilibru-limită conține două expresii. Prima expresie, notată cu  $L_M$ , reprezintă lucrul mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale secțiunilor critice, care conțin ca necunoscută momentul capabil de referință. A doua expresie, notată cu  $L_Q$ , reprezintă lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea totală de calcul, care se consideră distribuită uniform pe toată suprafața planșeului.

a) *Planșee caselate cu grinzi ortogonale*

Fie  $l_1$  și  $l_2$  lungimile laturilor casetelor pe direcția laturii lungi și respectiv pe direcția laturii scurte ale planșeelor.

Pentru determinarea expresiei lucrului mecanic virtual  $L_M$ , se numerează grinzile de pe direcția laturilor lungi, de la centru spre margini, și se continuă numerotarea cu grinzile de pe direcția laturilor scurte, tot de la centru spre marginile planșeului, ținînd seama de cele două axe de simetrie ale unor astfel de planșee. Astfel, la planșeul din figura 12.1,  $a$  grinzile sînt numerotate de la 1 la 4, grinzile 1-1 și 2-2 fiind pe direcția laturilor lungi iar grinzile 3-3 și 4-4 pe direcția laturilor scurte ale planșeului.

Se alege ca moment capabil de referință momentul capabil corespunzător secțiunii critice a grinzii cu numărul de ordine cel mai mare, deci a grinzii 4-4, în funcție de care se exprimă apoi momentele capabile corespunzătoare secțiunilor critice ale celorlalte grinzi ale rețelei. La planșeul din figura 12.1,  $a$ , momentul capabil de referință este cel al grinzii 4-4, notat cu  $M_{k_4}$ , iar momentele capabile ale grinzilor 1-1; 2-2 și 3-3, notate cu  $M_{k_1}$ ,  $M_{k_2}$  și  $M_{k_3}$ , exprimate în funcție de  $M_{k_4}$ , sînt

$$M_{k_1} = k_1 M_{k_4}; \quad M_{k_2} = k_2 M_{k_4}; \quad M_{k_3} = k_3 M_{k_4}, \quad (12.1)$$

unde  $k_1$ ,  $k_2$  și  $k_3$  sînt factori de proporționalitate.

Pentru o deplasare virtuală a mecanismului de cedare caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise pe schema de cedare din figura 12.1,  $b$ , expresia lucrului mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale grinzilor este :

$$L_M = - 2 M_{k_1} \cdot \frac{4}{2 l_1} + 4 M_{k_2} \cdot \frac{2}{2 l_1} + 4 M_{k_3} \cdot \frac{4}{2 l_2} + 4 M_{k_4} \cdot \frac{2}{2 l_2}$$

sau

$$L_M = - 4 M_{k_4} \left[ \frac{1 + 2 k_3}{l_2} + \frac{k_1 + k_2}{l_1} \right]. \quad (12.2)$$

*Observație.* Lucrul mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale grinzilor este lucrul mecanic rezistent. Ca urmare, el are întotdeauna valoare negativă.

Lucrul mecanic virtual  $L_q$  este dat de produsul

$$L_q = V \cdot q \quad (12.3)$$

dintre intensitatea încărcării de calcul  $q$  și volumul deplasărilor virtuale  $V$ , efectuate de porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere.

Stabilirea mărimii volumului  $V$  apare dificilă, datorită formei lui complicate. Operația este însă mult simplificată dacă se observă că linia de curgere de pe una dintre diagonalele unui panou de placă împarte suprafața acestuia în două triunghiuri dreptunghice egale. În consecință, volumul total al deplasărilor virtuale ale planșeului conține suma volumelor deplasărilor virtuale corespunzătoare tuturor suprafețelor triunghiulare astfel delimitate. Problema se reduce, prin urmare, la stabilirea volumului de deplasări virtuale ale unei suprafețe triunghiulare căreia i se cunoșc deplasările virtuale ale vîrfurilor ei. Pentru aceasta se consideră o suprafață în formă de triunghi dreptunghic, cu catetele de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ , ale cărui vîrfuri, notate cu 1, 2 și 3, suferă translațiile virtuale  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  și  $\delta_3$  perpendiculare pe planul suprafeței (fig. 12.3, a). Volumul generat de suprafața triunghiulară în mișcarea ei poate fi determinat prin descompunerea deplasării acestei suprafețe în trei componente: *prima componentă* se obține ca rezultat al translării vîrfului 1 pe distanța  $\delta_1$ , prin rotirea triunghiului în jurul laturii opuse acestui vîrf (fig. 12.3, b); *a doua componentă* se obține ca rezultat al translării vîrfului 2 pe distanța  $\delta_2$ , prin rotirea triunghiului în jurul laturii opuse acestui vîrf (fig. 12.3, c); și în sfîrșit, *a treia componentă* se obține ca rezultat al translării vîrfului 3 pe distanța  $\delta_3$ , prin rotirea triunghiului în jurul laturii opuse acestui vîrf (fig. 12.3, d). Fiecare dintre aceste componente reprezintă un tetraedru avînd ca bază suprafața triunghiulară considerată și ca înălțime deplasarea virtuală a unuia dintre vîrfurile triunghiului.

Notînd cu  $v$  volumul generat de suprafața triunghiulară în mișcarea ei virtuală și cu  $v_1$ ,  $v_2$  și  $v_3$  cele trei componente ale acestui volum, se obține succesiv:

$$v_1 = \frac{\delta_1}{6} l_1 l_2; \quad v_2 = \frac{\delta_2}{6} l_1 l_2; \quad v_3 = \frac{\delta_3}{6} l_1 l_2 \quad (12.4)$$

și deci

$$v = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}{6} l_1 l_2. \quad (12.5)$$

*Observație.* La planșeele ortogonale, schema de cedare conține în numeroase cazuri panouri de placă a căror suprafață rămîne plană (nu conține linie de curgere după una dintre diagonalele ei) în mișcarea mecanismului de cedare. Volumul total al deplasărilor virtuale corespunzătoare acestor panouri se compune din una, două sau trei prisme drepte, cu baza triunghiulară sau trapezoidală, perpendiculară pe planul planșeului, la care înălțimea bazei este întotdeauna egală cu translația virtuală efectuată de articulația plastică a uneia dintre grinzile centrale ale planșeului.

La planșeul ortogonal cu  $5 \times 4$  casete din figura 12.1, a, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul în deplasarea virtuală caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise pe schema de cedare din figura 12.1, b este:

$$L_q = \left[ 8 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1+2}{6} + \frac{1+2+4}{6} \right) l_1 l_2 + \frac{1}{2} 4l_2 \cdot 4l_1 \right] q$$

sau

$$L_q = \frac{78}{3} q l_1 l_2. \quad (12.6)$$



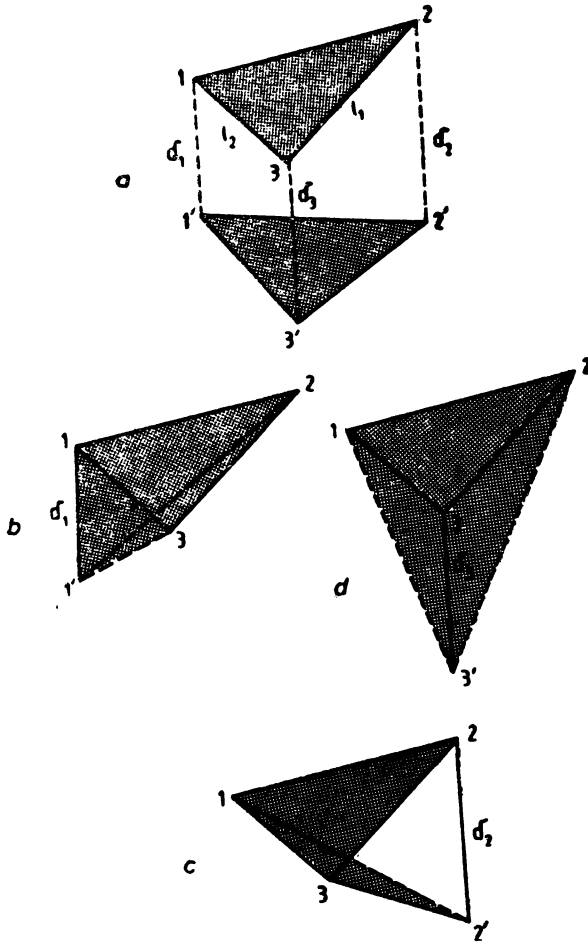


Fig. 12.3

*Observație.* Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea totală de calcul este lucrul mecanic motor. Ca urmare, el are întotdeauna valoare pozitivă.

Folosind relațiile (12.2) și (12.6), din ecuația generală de echilibru-limită

$$L_M + L_q = 0 \quad (12.7)$$

se obține următoarea expresie pentru momentul capabil de referință corespunzător planșeului ortogonal din figura 12.1, a :

$$M_{K1} = \frac{19 q l_1 l_2^2}{\left[ 1 + \frac{l_2}{l_1} (k_1 + k_2) + 2 k_3 \right]} \quad (12.8)$$

b) *Planșee caselate cu grinzi diagonale*

Pentru determinarea expresiei lucrului mecanic virtual  $L_M$  se numără capetele grinzilor distincte care sînt înclinate de sus în jos și de la stînga spre dreapta, cu 1-1', 2-2', ..., începînd cu grinda de colț și terminînd cu

grinda centrală, și se notează cu  $l_1$  lungimea diviziunilor de pe laturile lungi, cu  $l_2$  lungimea diviziunilor de pe laturile scurte ale planșeelor și cu  $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$  lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic avînd catetele de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ , așa cum se arată în figura 12.2, *a* pentru planșeul diagonal cu  $5 \times 3$  diviziuni.

Se alege ca moment capabil de referință momentul capabil corespunzător secțiunii critice a grinzii cu numărul de ordine cel mai mare, deci a grinzii centrale, în funcție de care se exprimă apoi momentele capabile corespunzătoare secțiunilor critice ale celorlalte grinzi ale rețelei. La planșeul din figura 12.2, *a*, momentul capabil de referință, notat cu  $M_{k4}$ , corespunde grinzii 4-4', iar momentele capabile corespunzătoare grinzilor 1-1', 2-2' și 3-3', notate cu  $M_{k1}$ ,  $M_{k2}$  și  $M_{k3}$ , sînt date de relațiile (12.1).

Pentru o deplasare virtuală a mecanismului de cedare caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise în schema de cedare din figura 12.2, *b*, expresia lucrului mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale grinzilor este

$$L_M = - \left[ 8 M_{k1} \frac{1}{l_3} + 8 M_{k2} \cdot \frac{2}{2l_3} + 8 M_{k3} \cdot \frac{3}{2} + 4 M_{k4} \cdot \frac{3}{2} \right]$$

sau

$$L_M = - \frac{8 M_{k4}}{l_3} (1 + 2k_1 + 2k_2 + 2k_3). \quad (12.9)$$

Lucrul mecanic virtual  $L_q$  se determină cu relația (12.3), în care volumul deplasărilor virtuale  $V$  este de data aceasta fie o piramidă avînd ca bază suprafața planșeului și ca înălțime translația virtuală a articulației plastice a grinzii centrale, cînd numărul diviziunilor de pe lungimea planșeului este egal cu numărul diviziunilor de pe lățimea lui, fie o pană avînd ca bază suprafața planșeului și ca înălțime translația virtuală a articulației plastice a grinzii centrale, cînd numărul diviziunilor de pe lungimea planșeului este mai mare decît numărul diviziunilor de pe lățimea lui.

La planșeul diagonal cu  $5 \times 3$  diviziuni din figura 12.2, *a*, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul în deplasarea virtuală caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise pe schema de cedare din figura 12.2, *b* este

$$L_q = \frac{3}{6} (2 \cdot 5l_1 + 2l_1) \cdot 3l_2 \cdot q = 18ql_1l_2. \quad (12.10)$$

Folosind relațiile (12.9) și (12.10), din ecuația generală de echilibru-limită (12.7) se obține următoare expresie pentru momentul capabil de referință corespunzător planșeului diagonal din figura 12.2, *a*:

$$M_{k4} = \frac{9ql_1l_2l_3}{4(1 + 2k_1 + 2k_2 + 2k_3)}. \quad (12.11)$$

### 12.3. ÎNCĂRCĂRI ECHIVALENTE

Armarea completă a grinzilor unui planșeu casetat necesită trasarea, în prealabil, a diagramelor momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare corespunzătoare lor. Operația nu poate fi însă efectuată pe baza distribuției reale a încărcării pe suprafața planșeului, deoarece aceasta nu poate furniza mărimea

și distribuția încărcării care revine fiecărei grinzi în parte. De aceea, pentru a debloca această situație, se recurge, într-o primă etapă, la echivalarea încărcării distribuite uniform pe toată suprafața planșeului cu încărcări concentrate egale între ele, aplicate în nodurile rețelei de grinzi. Relația de echivalență se stabilește din condiția ca, pentru aceeași deplasare virtuală dată mecanismului de cedare al planșeului, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul, în distribuția ei reală, să fie egal cu lucrul mecanic virtual efectuat de încărcările echivalente aplicate concentrat în nodurile rețelei de grinzi.

a) *Planșee caselate cu grinzi ortogonale*

Pentru planșeul ortogonal cu  $5 \times 4$  casele din figura 12.1. a, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul distribuită uniform pe suprafața planșeului, pentru deplasarea virtuală din figura 12.1, b, dată mecanismului de cedare al planșeului, este cel dat de relația (12.6).

Fie  $Q$  mărimea încărcării echivalente aplicate concentrat în unul dintre nodurile rețelei de grinzi. Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcările echivalente pentru aceeași deplasare virtuală dată mecanismului de cedare al planșeului, notat cu  $L_Q$ , este

$$L_Q = (4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 4)Q = 24Q. \quad (12.12)$$

Din condiția de egalitate a lucrurilor mecanice virtuale  $L_Q$  și  $L_q$  se obține pentru încărcarea echivalentă  $Q$  următoarea expresie, corespunzătoare planșeului considerat.

$$Q = \frac{19}{18} ql_1 l_2. \quad (12.13)$$

*Observație* Relația (12.13) arată că încărcarea echivalentă aplicată într-un nod al rețelei de grinzi este mai mare decît încărcarea distribuită uniform aferentă nodului respectiv, a cărei mărime este  $ql_1 l_2$ . Această concluzie este generală pentru planșeele de tipul celui considerat, diferența menționată fiind cu atît mai mare, cu cît este mai mic numărul de casele pe cele două direcții ale planșeului.

b) *Planșeele caselate cu grinzi diagonale*

Pentru planșeul diagonal cu  $5 \times 3$  diviziuni din figura 12.2. a, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul distribuită uniform pe suprafața planșeului este cel dat de relația (12.10).

Mărimea încărcării echivalente aplicate concentrat în unul dintre nodurile rețelei de grinzi se notează tot cu  $Q$ . Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcările echivalente pentru aceeași deplasare virtuală dată mecanismului de cedare al planșeului, este

$$L_Q = (12 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 3 \cdot 3)Q = 37Q. \quad (12.14)$$

Din condiția de egalitate a lucrurilor mecanice virtuale  $L_Q$  și  $L_q$  se obține pentru încărcarea echivalentă  $Q$  următoarea expresie, corespunzătoare planșeului considerat.

$$Q = \frac{18}{37} ql_1 l_2. \quad (12.15)$$

*Observație.* Relația (12.15) arată că încărcarea echivalentă aplicată într-un nod al rețelei de grinzi este mai mică decît încărcarea distribuită uniform aferentă nodului respectiv, a cărei mărime este  $\frac{1}{2} ql_1 l_2$ . Această concluzie este generală pentru planșeele de tipul celui considerat, diferența menționată fiind cu atît mai mare, cu cît este mai mic numărul de diviziuni pe direcțiile lungimii și lățimii planșeelor.

## 12.4. FORȚE NODALE

O dată obținută mărimea încărcării echivalente  $Q$ , etapa următoare constă în determinarea, pentru fiecare nod al rețelei de grinzi, a celor două fracțiuni din încărcarea echivalentă care revine fiecăreia dintre cele două grinzi care se intersectează în nodul respectiv. Prin definiție, cele două fracțiuni în care se împarte încărcarea echivalentă la fiecare nod se denumesc *forțe nodale*.

Pentru determinarea mărimii forțelor nodale se folosesc :

— egalitatea, în fiecare nod al rețelei de grinzi, între suma celor două forțe nodale și încărcarea echivalentă ;

— egalitatea dintre momentul capabil al fiecărei grinzi, care acționează în articulația ei plastică, și momentul încovoietor calculat în secțiunea corespunzătoare articulației plastice în funcție de forțele nodale care acționează pe grinda respectivă.

Toate aceste ecuații se stabilesc ținându-se seama de cele două axe de simetrie ale planșelor.

La planșele ortogonale cu minimum 4 casete pe fiecare direcție, precum și la planșele diagonale cu minimum 3 diviziuni pe fiecare direcție, numărul ecuațiilor distincte precizate mai înainte este mai mic decât numărul forțelor nodale care apar ca necunoscute. În consecință, pentru planșele respective problema obținerii mărimilor forțelor nodale este nedeterminată din punct de vedere static.

Pentru eliminarea acestei nedeterminări se face apel la *teorema unicității încărcării de cedare* din Teoria plastică simplă a structurilor. Potrivit acestei teoreme, *dacă pentru structura care se calculează în domeniul plastic poate fi găsită o diagramă de momente care să satisfacă simultan condițiile de echilibru, de mecanism și de plasticitate, diagrama astfel găsită este singura compatibilă cu cele trei condiții ale calculului în domeniul plastic, iar încărcarea corespunzătoare acestei diagrame de momente este încărcarea efectivă de cedare a structurii* [2].

În conformitate cu această teoremă, forțelor nodale suplimentare li se pot da valori oarecare mai mici decât  $Q$ , cu condiția ca armarea efectivă a grinzilor rețelei să se facă pe baza diagramelor de eforturi trasate în raport cu soluția sistemului de ecuații care conține restul forțelor nodale ca necunoscute.

*Observație.* Problema obținerii forțelor nodale este static determinată dacă în stadiul de cedare se formează cel puțin o articulație plastică în fiecare nod distinct al rețelei de grinzi. De aici rezultă că fiecare nod distinct al rețelei de grinzi în care nu se formează o articulație plastică în stadiul de cedare introduce o nedeterminare statică în problema studiată.

Pe baza celor prezentate, forțele nodale corespunzătoare nodurilor în care nu se formează nici o articulație plastică în stadiul de cedare se iau, pentru simplitate, egale cu  $\frac{Q}{2}$  pentru ambele tipuri de planșee.

a) *Planșee caselate cu grinzi ortogonale*

Fie  $i-i$  una dintre grinzile de pe direcția laturilor lungi și  $j-j$  una dintre grinzile de pe direcția laturilor scurte ale planșelor. Forțele nodale aplicate pe aceste două grinzi în nodul format de intersecția lor se notează cu  $X_{ij}$  pentru grinda  $i-i$  și cu  $X_{ji}$  pentru grinda  $j-j$ .

Astfel, forțele nodale la planșeul ortogonal cu  $5 \times 4$  casete din figura 12.1, a sînt :

$X_{13}$ ,  $X_{14}$  — forțele nodale aplicate pe grinda 1—1, la intersecțiile ei cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

$X_{23}$ ,  $X_{24}$  — forțele nodale aplicate pe grinda 2—2, la intersecțiile ei cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

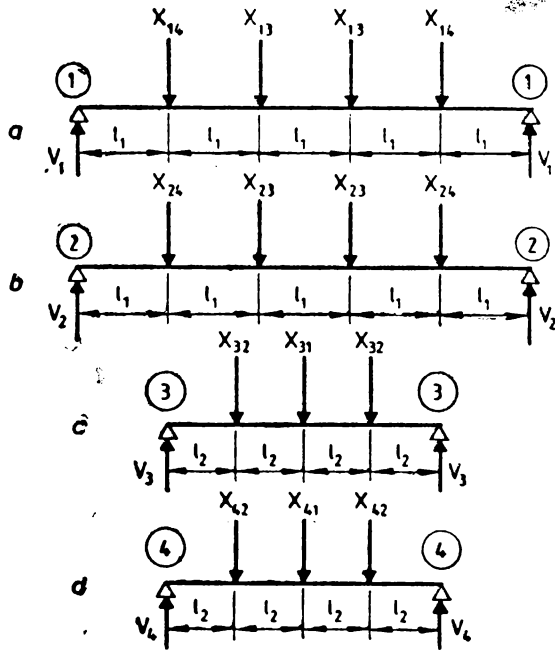


Fig. 12.4

$X_{21}$ ,  $X_{32}$  — forțele nodale aplicate pe grinda 3—3, la intersecțiile ei cu grinzile 1—1 și 2—2;

$X_{11}$ ,  $X_{12}$  — forțele nodale aplicate pe grinda 4—4, la intersecțiile ei cu grinzile 1—1 și 2—2.

Schemele statice ale celor patru grinzi distincte ale planșeului sînt prezentate în figura 12.4, *a—d*.

Între forțele nodale definite mai înainte există relațiile

$$\begin{aligned}
 X_{13} + X_{31} &= Q; \\
 X_{11} + X_{41} &= Q; \\
 X_{23} + X_{32} &= Q; \\
 X_{24} + X_{42} &= Q.
 \end{aligned}
 \tag{12.16}$$

Din aceste relații se fac următoarele explicitări:

$$\begin{aligned}
 X_{31} &= Q - X_{13}; \\
 X_{41} &= Q - X_{11}; \\
 X_{32} &= Q - X_{23}; \\
 X_{42} &= Q - X_{24}.
 \end{aligned}
 \tag{12.17}$$

Forțele nodale necunoscute sînt deci  $X_{13}$ ,  $X_{14}$ ,  $X_{23}$ , și  $X_{24}$  ele fiind în număr de patru. Pentru determinarea mărimii lor se folosesc egalitățile dintre momentele încovoietoare produse în secțiunile critice ale grinzilor de forțele nodale aplicate asupra acestora și momentele capabile ale acestor secțiuni.

Se notează reacțiunile dintre reazemele grinzilor 1—1, 2—2, 3—3 și 4—4 cu  $V_1, V_2, V_3$  și  $V_4$  și momentele încovoitoare produse de forțele nodale în secțiunile critice ale grinzilor 1—1, 2—2, 3—3 și 4—4 cu  $M_1, M_2, M_3, M_4$ .

Pe baza schemelor statice din figura 12.4 a—d, se obțin următoarele expresii ale acestor mărimi :

$$\begin{aligned} V_1 &= X_{13} + X_{14} ; \\ V_2 &= X_{23} + X_{24} ; \\ V_3 &= \frac{X_{31}}{2} + X_{32} ; \\ V_4 &= \frac{X_{41}}{2} + X_{42} . \end{aligned} \tag{12.18}$$

și

$$\begin{aligned} M_1 &= (2X_{13} + X_{14})l_1 ; \\ M_2 &= (2X_{23} + X_{24})l_1 ; \\ M_3 &= (X_{31} + X_{32})l_2 ; \\ M_4 &= (X_{41} + X_{42})l_2 . \end{aligned} \tag{12.19}$$

Ținînd seama de relațiile (12.17) și (12.19), egalitățile

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{k1} ; M_2 = M_{k2} ; \\ M_3 &= M_{k3} ; M_4 = M_{k4} , \end{aligned} \tag{12.20}$$

devin

$$\begin{aligned} 2X_{13} + X_{14} &= \frac{M_{k1}}{l_1} ; \\ 2X_{23} + X_{24} &= \frac{M_{k2}}{l_1} ; \\ X_{31} + X_{32} &= 2Q - \frac{M_{k3}}{l_2} ; \\ X_{41} + X_{42} &= 2Q - \frac{M_{k4}}{l_2} . \end{aligned} \tag{12.21}$$

Dintre aceste patru ecuații numai trei sînt independente. Într-adevăr, dacă se înmulțesc cu  $-2$  ecuația a treia și cu  $-1$  ecuația a patra și dacă se adună apoi, membru cu membru, cele patru ecuații din grupul (12.21), se ajunge la eliminarea tuturor forțelor nodale, operația efectuată avînd ca rezultat obținerea relației

$$[Q = \frac{1}{6} \left[ \frac{M_{k1} + M_{k2}}{l_1} + \frac{M_{k3} + M_{k4}}{l_2} \right] , \tag{12.22}$$

care reprezintă forma explicită a ecuației de echilibru limită (12.7) al întregului planșeu.

Problema determinării mărimilor forțelor nodale, la planșeul considerat, este deci o dată static nedeterminată. Nodul care furnizează nedeterminarea statică este cel în care se intersectează grinzile 2—2 și 4—4, deoarece în dreptul acestui nod nu se formează nici o articulație plastică. Potrivit celor

expuse mai înainte, forțele nodale corespunzătoare acestui nod se iau egale cu jumătate din încărcarea echivalentă  $Q$ , rezultând :

$$X_{24} = X_{42} = \frac{Q}{2}. \quad (12.23)$$

În această situație, din sistemul de ecuații (12.21) se obține succesiv :

$$\begin{aligned} X_{23} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{M_{k2}}{l_1} - \frac{Q}{2} \right]; \\ X_{14} &= \frac{3Q}{2} - \frac{M_{k4}}{l_2}; \\ X_{13} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{M_{k1}}{l_1} - X_{14} \right]. \end{aligned} \quad (12.24)$$

Relațiile (12.17), (12.23) și (12.24) furnizează valorile tuturor forțelor nodale ale planșului.

b) *Planșee casetate cu grinzi diagonale*

Forța nodală care acționează pe grinda  $i-i'$  într-unul dintre punctele de intersecție ale acesteia cu celelalte grinzi ale unui planșeu diagonal se notează cu  $X_{ik}$ , indicele  $k$  reprezentând numărul de ordine al punctelor de intersecție, numerotate de la capătul  $i$  spre capătul  $i'$  ale grinzii ( $k = 1, 2, \dots$ ).

În mod asemănător, momentele încovoietoare care acționează în secțiunile grinzii  $i-i'$  corespunzătoare punctelor de intersecție ale acesteia cu celelalte grinzi ale unui planșeu diagonal, în stadiul de cedare al acestuia, se notează cu  $M_{ik}$ , indicele  $k$  avind aceeași semnificație.

În sfârșit, reacțiunile din reazemele  $i$  și  $i'$  ale grinzii  $i-i'$  se notează cu  $V_i$  și  $V_{i'}$ .

Pentru prezentarea modului de determinare a forțelor nodale la planșeele cu grinzi diagonale, se face referință, din nou, la planșeul cu  $5 \times 3$  diviziuni din figura 12.2, a, a cărui rețea este alcătuită din grinziile distincte 1-1', 2-2', 3-3' și 4-4'. Schemele de calcul ale acestor grinzi, în care apar forțele nodale care acționează asupra lor, sînt prezentate în figura 12.5 a-d.

— grinda 1-1'

Reacțiunile  $V_1$  și  $V_{1'}$  sînt

$$V_1 = V_{1'} = \frac{X_{11}}{2}. \quad (12.25)$$

Forța nodală  $X_{11}$  se obține din egalitatea  $M_{11} = M_{k1}$ , deoarece în secțiunea 11 se formează o articulație plastică în stadiul de cedare al planșeului.

$$M_{11} = \frac{X_{11} l_3}{4} \quad (12.26)$$

și deci

$$X_{11} = \frac{4 M_{k1}}{l_3}. \quad (12.27)$$

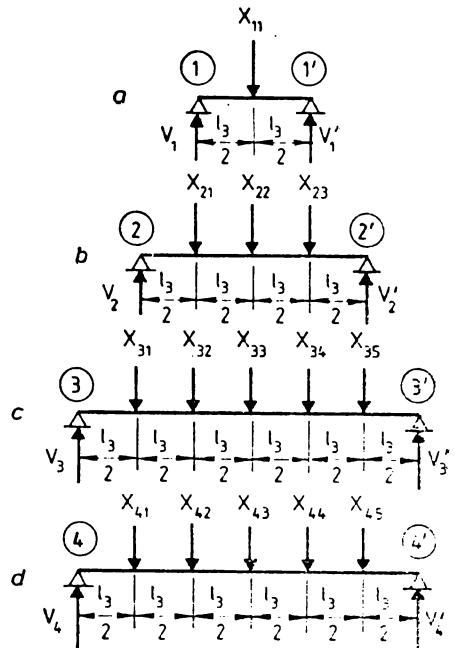


Fig. 12.5

— grinda 2—2'

Reacțiunile  $V_2$  și  $V'_2$  au expresiile

$$V_2 = \frac{3 X_{21} + 2 X_{22} + X_{23}}{4}; \quad (12.28)$$

$$V'_2 = \frac{X_{21} + 2 X_{22} + 3 X_{23}}{4}.$$

Secțiunea 21 se găsește pe una dintre axele de simetrie ale planșei. Ca urmare, forța nodală corespunzătoare acestei secțiuni este egală cu jumătate din încărcarea  $Q$ , deci

$$X_{21} = \frac{Q}{2}. \quad (12.29)$$

Forța nodală din dreptul secțiunii 23 este nedeterminată, deoarece în această secțiune nu se formează o articulație plastică în stadiul de cedare a planșei. Potrivit celor expuse mai înainte, forțele nodale care acționează în dreptul unor astfel de secțiuni se iau egale cu jumătate din încărcarea  $Q$ , și deci

$$X_{23} = \frac{Q}{2}. \quad (12.30)$$

Forța nodală din dreptul secțiunii 22 se obține din egalitatea  $M_{22} = M_{k2}$ , deoarece în această secțiune se formează o articulație plastică în stadiul de cedare al planșei.

$$M_{22} = V_2 l_3 - \frac{X_{21} l_3}{2} \quad (12.31)$$

și deci

$$X_{22} = \frac{1}{2} \left[ \frac{4 M_{k2}}{l_3} - X_{21} - X_{23} \right]. \quad (12.32)$$

— grinda 3—3'

Reacțiunile  $V_3$  și  $V'_3$  au expresiile

$$V_3 = \frac{5 X_{31} + 4 X_{32} + 3 X_{33} + 2 X_{34} + X_{35}}{6}; \quad (12.33)$$

$$V'_3 = \frac{X_{31} + 2 X_{32} + 3 X_{33} + 4 X_{34} + 5 X_{35}}{6}.$$

Secțiunea 31 se găsește la intersecția grinzii 3—3' cu o grindă identică cu grinda 1—1'. Ca urmare, forța nodală din dreptul acestei secțiuni este dată de relația

$$X_{31} = Q - X_{11}, \quad (12.34)$$

în care forța nodală  $X_{11}$  se determină cu relația (12.27).

Secțiunea 32 se găsește la intersecția grinzii 3—3' cu o grindă identică cu grinda 2—2', în secțiunea 22 a acesteia. În consecință, forța nodală  $X_{32}$  este dată de relația

$$X_{32} = Q - X_{22}. \quad (12.35)$$

Secțiunile 33 și 35 sînt situate pe cele două axe de simetrie ale planșei. De aceea, forțele nodale corespunzătoare acestor două secțiuni se iau egale cu jumătate din încărcarea  $Q$ , deci

$$X_{33} = X_{35} = \frac{Q}{2}. \quad (12.36)$$



Forța nodală din dreptul secțiunii 3-4 se obține din egalitatea  $M_{33} = M_{k3}$ , deoarece în secțiunea 33 se formează o articulație plastică în stadiul de cedare al planșeului.

$$M_{33} = \frac{3 V_3 l_3}{2} - X_{31} l_3 - \frac{X_{32} l_3}{2} \quad (12.37)$$

și deci

$$X_{34} = \frac{1}{2} \left[ \frac{4 M_{k3}}{l_3} - X_{31} - 2 X_{32} - 3 X_{33} - X_{35} \right]. \quad (12.38)$$

— grinda 4—4'

Reacțiunile  $V_4$  și  $V'_4$  au expresiile

$$V_4 = \frac{5 X_{41} - 4 X_{42} + 3 X_{43} + 2 X_{44} + X_{45}}{6}; \quad (12.39)$$

$$V'_4 = \frac{X_{41} + 2 X_{42} - 3 X_{43} + 4 X_{44} + 5 X_{45}}{6}.$$

Secțiunile 41 și 45 se găsesc la intersecția grinzii 4—4' cu două grinzi identice cu grinda 2—2', în secțiunea 23 a acestora. Ca urmare, forțele nodale  $X_{41}$  și  $X_{45}$  sînt date de relațiile :

$$X_{41} = X_{45} = Q - X_{23}. \quad (12.40)$$

Secțiunile 42 și 44 se găsesc la intersecția grinzii 4—4' cu două grinzi identice cu grinda 3—3', în secțiunea 34 a acestora. În consecință, forțele nodale  $X_{42}$  și  $X_{44}$  sînt date de relațiile

$$X_{42} = X_{44} = Q - X_{34}. \quad (12.41)$$

În sfîrșit, secțiunea 43 este situată la intersecția celor două axe de simetrie ale planșeului. De aceea, forța nodală corespunzătoare acestei secțiuni se ia egală cu jumătate din încărcarea  $Q$ , deci

$$X_{43} = \frac{Q}{2}. \quad (12.42)$$

## 12.5. MOMENTE ÎNCOVOIETOARE

Operația de determinare a forțelor nodale a condus în mod necesar la obținerea mărimilor reacțiunilor din reazemele grinzilor, atât la planșeele ortogonale cit și la planșeele diagonale. În consecință, se dispune de toate forțele necesare pentru stabilirea expresiilor momentelor încovoietoare în toate secțiunile grinzilor corespunzătoare nodurilor rețelei, în stadiul de cedare al planșeelor, denumite *secțiuni caracteristice*.

a) *Planșee caselate cu grinzi ortogonale*

Momentele încovoietoare care acționează în secțiunile grinzilor corespunzătoare nodurilor rețelei se notează cu  $M_{ij}$  și  $M_{ji}$ .

Momentul  $M_{ij}$  acționează în secțiunea grinzii  $i-i$  de pe direcția laturilor lungi, situată la intersecția cu grinda  $j-j$  de pe direcția laturilor scurte ale planșeelor.

Momentul  $M_{ji}$  acționează în secțiunea grinzii  $j-j$ , de pe direcția laturilor scurte, situată la intersecția cu grinda  $i-i$  de pe direcția laturilor lungi ale planșeelor.

Astfel, momentele încovoietoare în secțiunile caracteristice ale grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului ortogonal cu  $5 \times 4$  casete (fig. 12.1, *a*), sînt :

$M_{13}, M_{14}$  — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 1—1 situate la intersecțiile cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

$M_{23}, M_{24}$  — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 2—2 situate la intersecțiile cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

$M_{31}, M_{32}$  — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 3—3 situate la intersecțiile cu grinzile 1—1 și 2—2 ;

$M_{41}, M_{42}$  — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 4—4 situate la intersecțiile cu grinzile 1—1 și 2—2.

Pe baza schemelor statice ale grinzilor planșeului considerat, prezentate în figura 12.4, *a—d*, se obțin următoarele expresii ale momentelor încovoietoare definite mai înainte :

$$\begin{aligned} M_{13} &= M_{k1} ; M_{14} = V_1 l_1 ; \\ M_{23} &= M_{k2} ; M_{24} = V_2 l_1, \end{aligned} \quad (12.43)$$

și

$$\begin{aligned} M_{31} &= M_{k3} ; M_{32} = V_3 l_2 ; \\ M_{41} &= M_{k4} ; M_{42} = V_4 l_2. \end{aligned} \quad (12.44)$$

#### b) Planșee casetate cu grinzi diagonale

Momentele încovoietoare care acționează în secțiunile grinzii  $i-i'$ , situate la intersecțiile cu celelalte grinzi ale planșeului, se notează cu  $M_{ik}$ , indicele  $k$  reprezentînd numărul de ordine al punctelor de intersecție, numerotate de la capătul  $i$  spre capătul  $i'$  al grinzii ( $k = 1, 2, \dots$ ).

Considerînd planșeul diagonal cu  $5 \times 3$  diviziuni (fig. 12.2 *a*), pe baza schemelor statice ale celor patru grinzi distincte care alcătuiesc rețeaua planșeului, prezentate în figura 12.5, se obțin următoarele expresii ale momentelor încovoietoare din secțiunile caracteristice ale acestor grinzi :

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{k1} ; M_{21} = \frac{V_2 l_1}{2} ; \\ M_{22} &= M_{k2} ; M_{23} = \frac{V_2' l_2}{2} ; \\ M_{31} &= \frac{V_3 l_3}{2} ; M_{32} = \left( V_3 - \frac{N_{31}}{2} \right) l_3 ; \\ M_{33} &= M_{k3} ; M_{34} = \left( V_3' - \frac{N_{35}}{2} \right) l_3 ; \\ M_{35} &= \frac{V_3' l_3}{2} ; M_{41} = \frac{V_4 l_3}{2} ; \\ M_{42} &= \left( V_4 - \frac{N_{41}}{2} \right) l_3 ; M_{43} = M_{k4} \\ M_{44} &= \left( V_4' - \frac{N_{45}}{2} \right) l_3 ; M_{45} = \frac{V_4' l_3}{2}. \end{aligned} \quad (12.45)$$

*Observație.* La ambele tipuri de planșee, diagramele forțelor tăietoare se trasează fără nici un fel de dificultate, pe baza reacțiunilor din rezemări și a forțelor nodale aplicate pe fiecare grindă.

## 12.6. EXEMPLE NUMERICE

*Exemplul 1.* Se consideră un planșeu casetat cu grinzi ortogonale avind  $5 \times 4$  casete pătrate de dimensiuni  $l_1 = l_2 = 2$  m. Planșeul este solicitat de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lui, a cărei intensitate de calcul este  $q = 10$  kN/m<sup>2</sup>. Schema generală de calcul a planșeului este prezentată în figura 12.1, a.

Coefficienții prin intermediul cărora se exprimă momentele capabile ale grinzilor 1—1, 2—2 și 3—3 în funcție de momentul capabil al grinzii 4—4 se iau cu valorile

$$k_1 = 1; k_2 = 0,75; k_3 = 1,25 \quad (12.46)$$

și relațiile (12.1) devin

$$M_{k1} = M_{k4}; M_{k2} = 0,75 M_{k4}; M_{k3} = 1,25 M_{k4}. \quad (12.47)$$

Mărimea momentului capabil de referință este dată de relația (12.8), care a fost stabilită pe baza schemei de cedare a planșeului reprezentată în figura 12.1, b :

$$M_{k4} = 96,51 \text{ kNm} \quad (12.48)$$

și din egalitățile (12.47) rezultă

$$M_{k1} = 96,51 \text{ kNm}; M_{k2} = 73,38 \text{ kNm}; M_{k3} = 120,63 \text{ kNm}. \quad (12.49)$$

Încărcarea echivalentă  $Q$ , aplicată în fiecare nod al rețelei de grinzi, se determină cu relația (12.13), valoarea ei fiind în acest caz :

$$Q = 42,22 \text{ kN}. \quad (12.50)$$

Mărimile forțelor nodale care solicită grinzile planșeului în conformitate cu schemele de calcul ale acestora reprezentate în figura 12.4 sînt date de relațiile (12.23), (12.24) și (12.17), ele fiind

$$\begin{aligned} X_{24} &= X_{42} = 21,11 \text{ kN}; \\ X_{23} &= 7,79 \text{ kN}; X_{14} = 15,08 \text{ kN}; \\ X_{13} &= 16,59 \text{ kN}; X_{31} = 25,63 \text{ kN}; \\ X_{41} &= 27,14 \text{ kN}; X_{32} = 34,43 \text{ kN}. \end{aligned} \quad [(12.51)]$$

Reacțiunile din reazemele grinzilor se calculează cu relațiile (12.18), care furnizează următoarele valori :

$$\begin{aligned} V_1 &= 31,67 \text{ kN}; V_2 = 28,90 \text{ kN}; \\ V_3 &= 47,25 \text{ kN}; V_4 = 34,68 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (12.52)$$

Momentele încovoietoare produse de forțele nodale în secțiunile corespunzătoare intersecțiilor fiecărei grinzi cu celelalte grinzi ale planșeului sînt date de egalitățile (12.43) și (12.44). Ele au următoarele valori :

$$M_{13} = 96,51 \text{ kNm}; M_{14} = 63,34 \text{ kNm} \quad (12.53)$$

la grinda 1—1 ;

$$M_{23} = 73,38 \text{ kNm}; M_{24} = 57,80 \text{ kNm} \quad (12.54)$$

la grinda 2—2 ;

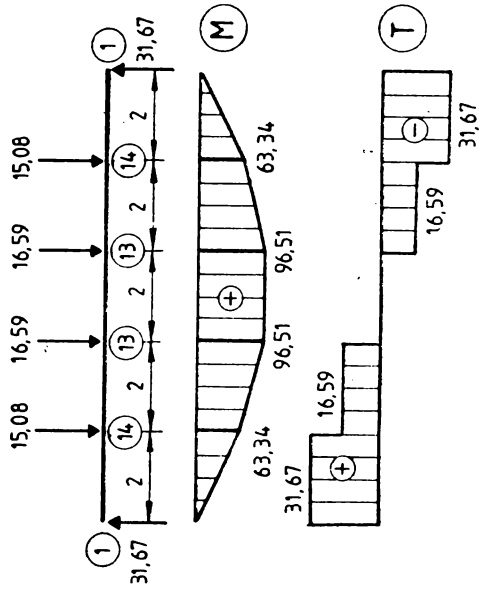


Fig. 12.6

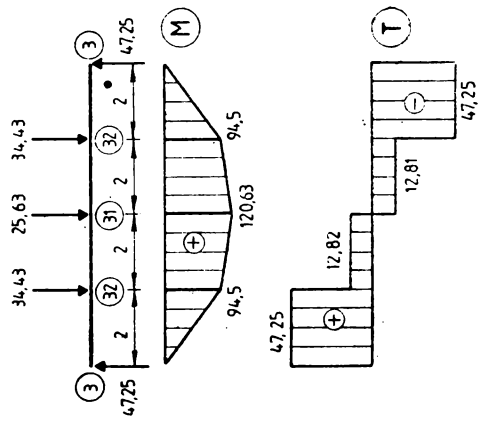


Fig. 12.8

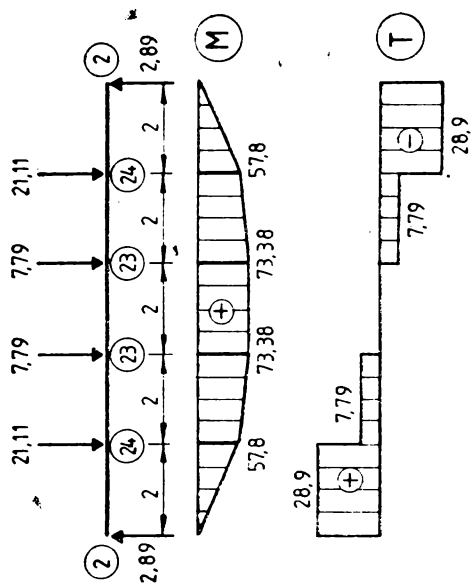


Fig. 12.7

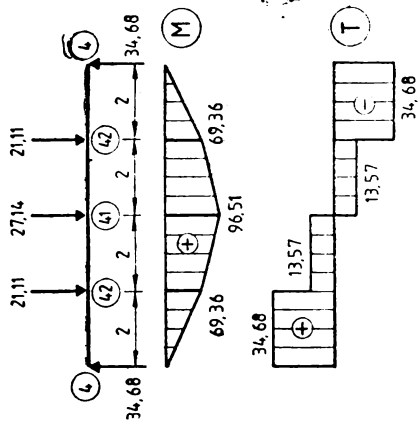


Fig. 12.9

$$M_{31} = 120,63 \text{ kNm} ; M_{32} = 94,50 \text{ kNm} \quad (12.55)$$

la grinda 3—3 ;

$$M_{41} = 96,51 \text{ kNm} ; M_{42} = 69,36 \text{ kNm} \quad (12.56)$$

la grinda 4—4.

Diagramele momentelor încovoietoare și ale forțelor tăietoare în stadiul de cedare, corespunzătoare celor patru grinzi caracteristice ale planșeului considerat, sînt trasate în figurile 12.6—12.9.

*Exemplul 2.* Se consideră un planșeu casetat cu grinzi diagonale avînd  $5 \times 3$  diviziuni de dimensiuni  $l_1 = l_2 = 2$  m. Planșeul este solicitat de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lui, a cărei intensitate de calcul este  $q = 10 \text{ kN/m}^2$ . Schema generală de calcul a planșeului este prezentată în figura 12.2, a.

Coeficienții prin intermediul cărora se exprimă momentele capabile ale grinzilor 1—1', 2—2' și 3—3' în funcție de momentul capabil al grinzii 4—4' se iau cu valorile

$$k_1 = 0,5 ; k_2 = 0,75 ; k_3 = 1 \quad (12.57)$$

și relațiile (12.1) devin

$$M_{k1} = 0,5 M_{k4} ; M_{k2} = 0,75 M_{k4} ; M_{k3} = M_{k4}. \quad (12.58)$$

Mărimea momentului capabil de referință este dată de relația (12.11), care a fost stabilită pe baza schemei de cedare a planșeului, reprezentată în figura 12.2, b, în care  $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = 2,83 \text{ m}$ , ea fiind

$$M_{k4} = 46,31 \text{ kNm}. \quad (12.59)$$

Din egalitățile (12.58) rezultă

$$M_{k1} = 23,15 \text{ kNm} ; M_{k2} = 34,73 \text{ kNm} ; M_{k3} = 46,31 \text{ kNm}. \quad (12.60)$$

Încărcarea echivalentă  $Q$ , aplicată în fiecare nod al rețelei de grinzi se determină cu relația (12.15), valoarea ei fiind în acest caz

$$Q = 19,46 \text{ kN}. \quad (12.61)$$

Mărimile forțelor nodale care solicită grinzile planșeului în conformitate cu schemele de calcul ale acestora reprezentate în figura 12.5, sînt date de relațiile (12.27), (12.29), (12.30), (12.32), (12.34)—(12.36), (12.38) și (12.40)—(12.42), ele fiind

$$\begin{aligned} X_{11} &= 32,72 \text{ kN} ; & X_{21} &= 9,73 \text{ kN} ; \\ X_{23} &= 9,73 \text{ kN} ; & X_{22} &= 14,81 \text{ kN} ; \\ X_{31} &= -13,26 \text{ kN} ; & X_{32} &= 4,65 \text{ kN} ; \\ X_{33} &= 9,73 \text{ kN} ; & X_{35} &= 9,73 \text{ kN} ; \\ X_{34} &= 15,25 \text{ kN} ; & X_{41} &= 9,73 \text{ kN} ; \\ X_{45} &= 9,73 \text{ kN} ; & X_{42} &= 4,21 \text{ kN} ; \\ X_{44} &= 4,21 \text{ kN} ; & X_{43} &= 9,73 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (12.62)$$

Reacțiunile din reazemele grinzilor se calculează cu relațiile (12.25), (12.28), (12.33) și (12.39), care furnizează următoarele valori:

$$\begin{aligned} V_1 &= 16,36 \text{ kN}; & V'_1 &= 16,36 \text{ kN}; \\ V_2 &= 17,14 \text{ kN}; & V'_2 &= 17,14 \text{ kN}; \\ V_3 &= 3,62 \text{ kN}; & V'_3 &= 22,48 \text{ kN}; \\ V_4 &= 18,81 \text{ kN}; & V'_4 &= 18,81 \text{ kN}. \end{aligned} \tag{12.63}$$

Momentele încovoietoare produse de forțele nodale în secțiunile corespunzătoare intersecțiilor fiecărei grinzi cu celelalte grinzi ale planșeului sînt date de egalitățile (12.45). Ele au următoarele valori:

$$\begin{aligned} M_{11} &= 23,15 \text{ kNm}; & M_{21} &= 24,25 \text{ kNm}; \\ M_{22} &= 34,73 \text{ kNm}; & M_{23} &= -24,25 \text{ kNm}; \\ M_{31} &= 5,12 \text{ kNm}; & M_{32} &= -29,01 \text{ kNm}; \\ M_{33} &= 46,31 \text{ kNm}; & M_{34} &= 49,85 \text{ kNm}; \\ M_{35} &= 31,81 \text{ kNm}; & M_{41} &= 26,62 \text{ kNm}; \\ M_{42} &= 39,46 \text{ kNm}; & M_{43} &= 46,31 \text{ kNm}; \\ M_{44} &= 39,46 \text{ kNm}; & M_{45} &= 26,62 \text{ kNm}. \end{aligned} \tag{12.64}$$

*Observație.* Conform teoremei unicității încărcării de cedare din teoria plastică simplă a structurilor, deși pentru momentul încovoietor  $M_{34}$  a rezultat o valoare mai mare decît cea a momentului capabil  $M_{34}$ , totuși schema de cedare a planșeului nu se modifică și deci rezultatele obținute rămîn neschimbate dacă secțiunea 34 se armează astfel încît ea să suporte un moment încovoietor cel puțin egal cu momentul  $M_{34}$ .

Diagramele momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare corespunzătoare celor patru grinzi caracteristice ale planșeului considerat sînt trasate în figurile 12.10—12.13.

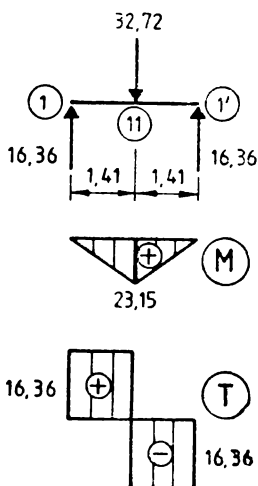


Fig. 12.10

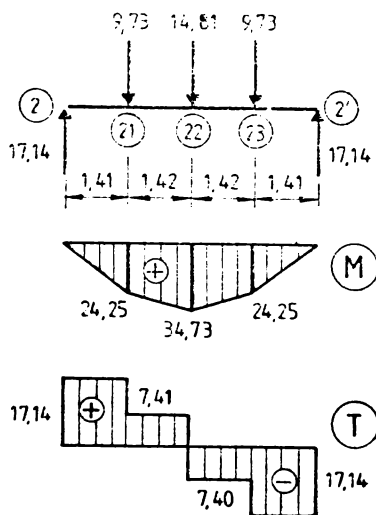


Fig. 12.11

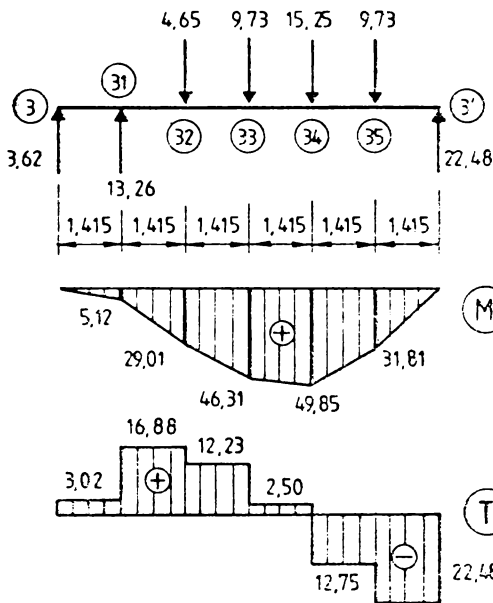


Fig. 12.12

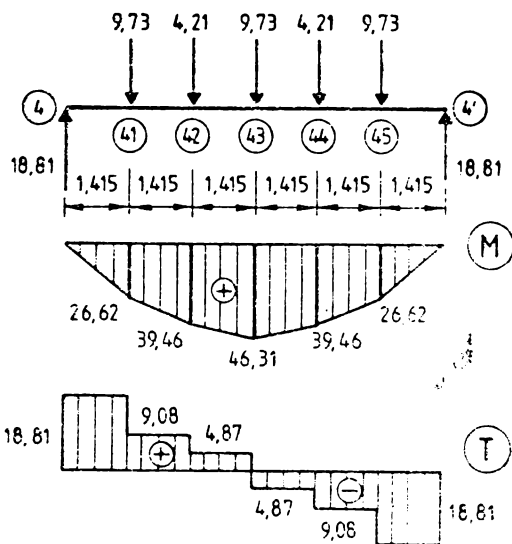


Fig. 12.13

## 12.7. NOTAȚII

Notațiile folosite în studiul comportării plastice a planșelor casetate cu grinzi ortogonale și a planșelor casetate cu grinzi diagonale din cuprinsul acestui volum, precum și în construirea organigramelor și elaborarea programelor de calcul automat corespunzătoare acestora, sînt prezentate alfabetic, codificate și definite în tabelul 12.1.

Tabelul 12.1

Notații	Codificări	Definiții
$i$	$i$	Numărul de ordine al unui planșeu casetat.
$k_1$	$K1$	Mărima raportului dintre momentul capabil al grinzii 1-1 la planșeele ortogonale sau al grinzii 1-1' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
$k_2$	$K2$	Mărima raportului dintre momentul capabil al grinzii 2-2 la planșeele ortogonale sau al grinzii 2-2' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
$k_3$	$K3$	Mărima raportului dintre momentul capabil al grinzii 3-3 la planșeele ortogonale sau al grinzii 3-3' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
$k_4$	$K4$	Mărima raportului dintre momentul capabil al grinzii 4-4 la planșeele ortogonale sau al grinzii 4-4' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
$k_5$	$K5$	Mărima raportului dintre momentul capabil al grinzii 5-5 la planșeele ortogonale sau al grinzii 5-5' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.

Notații	Codificări	Definiții
$k_6$	K6	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 6-6 la planșeele ortogonale sau al grinzii 6-6' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
$k_7$	K7	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 7-7 la planșeele ortogonale sau al grinzii 7-7' la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
$l_1$	L1	1. Lungimea deschiderii unei casete pe direcția laturilor lungi ale unui planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Lungimea unei diviziuni a laturilor lungi ale unui planșeu casetat cu grinzi diagonale.
$l_2$	L2	1. Lungimea deschiderii unei casete pe direcția laturilor scurte ale unui planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Lungimea unei diviziuni a laturilor scurte ale unui planșeu casetat cu grinzi diagonale.
$l_3$	L3	Lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic ale cărui catete au lungimile diviziunilor de pe cele două direcții ale unui planșeu casetat cu grinzi diagonale.
$l_0$	$L\emptyset$	$l_0 = \frac{l_0'}{l_1}$ (EP-32-01, EP-32-02).
$M_{k_0}$	$M\emptyset$	Momentul capabil de referință, egal cu momentul capabil al grinzii cu numărul de ordine cel mai mare.
$M_{k_1}$	M1	Momentul capabil al grinzii 1-1 la planșeele ortogonale sau a grinzii 1-1' la planșeele diagonale.
$M_{k_2}$	M2	Momentul capabil al grinzii 2-2 la planșeele ortogonale sau al grinzii 2-2' la planșeele diagonale.
$M_{k_3}$	M3	Momentul capabil al grinzii 3-3 la planșeele ortogonale sau al grinzii 3-3' la planșeele diagonale.
$M_{k_4}$	M4	Momentul capabil al grinzii 4-4 la planșeele ortogonale sau al grinzii 4-4' la planșeele diagonale.
$M_{k_5}$	M5	Momentul capabil al grinzii 5-5 la planșeele ortogonale sau al grinzii 5-5' la planșeele diagonale.
$M_{k_6}$	M6	Momentul capabil al grinzii 6-6 la planșeele ortogonale sau al grinzii 6-6' la planșeele diagonale.
$M_{k_7}$	M7	Momentul capabil al grinzii 7-7 la planșeele ortogonale sau al grinzii 7-7' la planșeele diagonale.
$M_{k_8}$	M8	Momentul capabil al grinzii 8-8 la planșeele ortogonale sau al grinzii 8-8' la planșeele diagonale.
$M_{ij}$	$M(I, J)$	1. Momentul încovoierilor în grinda $i-i$ a unui planșeu casetat cu grinzi ortogonale la intersecția ei cu grinda $j-j$ , ( $i = 1, 2, \dots$ ; $j = 1, 2, \dots$ ; $i \neq j$ ). 2. Momentul încovoierilor în grinda $i-i'$ a unui planșeu casetat cu grinzi diagonale în punctul de diviziune $ij$ ( $i = 1, 2, \dots$ ; $j = 1, 2, \dots$ ).
$n_1$	N1	1. Numărul casetelor pe direcția laturilor lungi la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Numărul de diviziuni ale laturilor lungi la un planșeu casetat cu grinzi diagonale.



Notații	Codificări	Definiții
$n_2$	N2	1. Numărul casetelor pe direcția laturilor scurte la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Numărul de diviziuni ale laturilor scurte la un planșeu casetat cu grinzi diagonale.
$q$	Q1	Intensitatea de calcul a unei încărcări de suprafață distribuite uniform.
$Q$	QØ	Încărcarea echivalentă de calcul aplicată concentrat în fiecare nod al rețelei de grinzi la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale sau cu grinzi diagonale.
$s$	S	Numărul total de planșee ortogonale sau de planșee diagonale.
$V_1$	V1	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 1-1 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 1 al grinzii 1-1' la planșeele diagonale.
$V_2$	V2	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 2-2 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 2 al grinzii 2-2' la planșeele diagonale.
$V_3$	V3	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 3-3 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 3 al grinzii 3-3' la planșeele diagonale.
$V_4$	V4	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 4-4 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 4 al grinzii 4-4' la planșeele diagonale.
$V_5$	V5	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 5-5 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 5 al grinzii 5-5' la planșeele diagonale.
$V_6$	V6	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 6-6 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 6 al grinzii 6-6' la planșeele diagonale.
$V_7$	V7	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 7-7 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 7 al grinzii 7-7' la planșeele diagonale.
$V_8$	V8	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii 8-8 la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul 8 al grinzii 8-8' la planșeele diagonale.
$V_1'$	W1	Reacțiunea din reazemul 1' al grinzii 1-1' la planșeele diagonale.
$V_2'$	W2	Reacțiunea din reazemul 2' al grinzii 2-2' la planșeele diagonale.
$V_3'$	W3	Reacțiunea din reazemul 3' al grinzii 3-3' la planșeele diagonale.
$V_4'$	W4	Reacțiunea din reazemul 4' al grinzii 4-4' la planșeele diagonale.
$V_5'$	W5	Reacțiunea din reazemul 5' al grinzii 5-5' la planșeele diagonale.
$V_6'$	W6	Reacțiunea din reazemul 6' al grinzii 6-6' la planșeele diagonale.
$V_7'$	W7	Reacțiunea din reazemul 7' al grinzii 7-7' la planșeele diagonale.
$V_8'$	W8	Reacțiunea din reazemul 8' al grinzii 8-8' la planșeele diagonale.
$X_{ij}$	$X(i, j)$	1. Forța nodală aplicată pe grinda $i-i$ în punctul de intersecție cu grinda $j-j$ de pe cealaltă direcție, la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Forța nodală aplicată pe grinda $i-i'$ în punctul de diviziune $ij$ la un planșeu casetat cu grinzi diagonale.

# 13. PLANȘEE CASETATE CU GRINZI ORTOGONALE

## 13.1. CARACTERISTICI DE ALCĂTUIRE

Planșeele casetate cu grinzi ortogonale se identifică prin indicativul  $n_1 \times n_2$ , în care  $n_1$  este numărul de casete pe direcția laturilor lungi iar  $n_2$  este numărul de casete pe direcția laturilor scurte ale planșeelor ( $n_1 \geq n_2$ ).

În această lucrare sînt considerate 20 de planșee casetate, separate în două grupuri notate cu I și II, în funcție de numărul de casete de pe direcția laturii scurte.

*Grupul I* cuprinde 12 planșee mici și mijlocii, la care numărul de casete pe direcția laturilor scurte este cel mult egal cu 5, ( $n_2 \leq 5$ ). Ele au următoarele indicative:  $2 \times 2$ ,  $3 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 3$ ,  $5 \times 3$ ,  $4 \times 4$ ,  $5 \times 4$ ,  $6 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $6 \times 5$ ,  $7 \times 5$  și  $8 \times 5$ . Schemele acestor planșee sînt prezentate în figurile 13.1–13.4.

*Grupul II* cuprinde 8 planșee mari, la care numărul de casete de pe direcția laturilor scurte este 6 sau 7. Ele au indicativele:  $6 \times 6$ ,  $7 \times 6$ ,  $8 \times 6$ ,  $7 \times 7$ ,  $8 \times 7$ ,  $9 \times 7$  și  $10 \times 7$ . Schemele acestor planșee sînt prezentate în figurile 13.5 și 13.6.

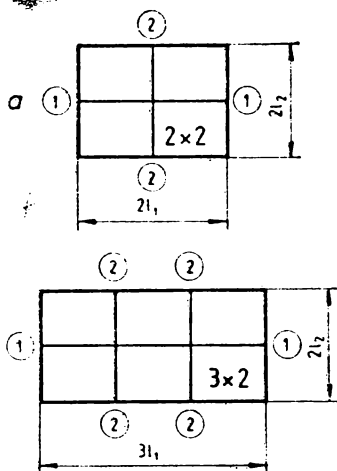


Fig. 13.1

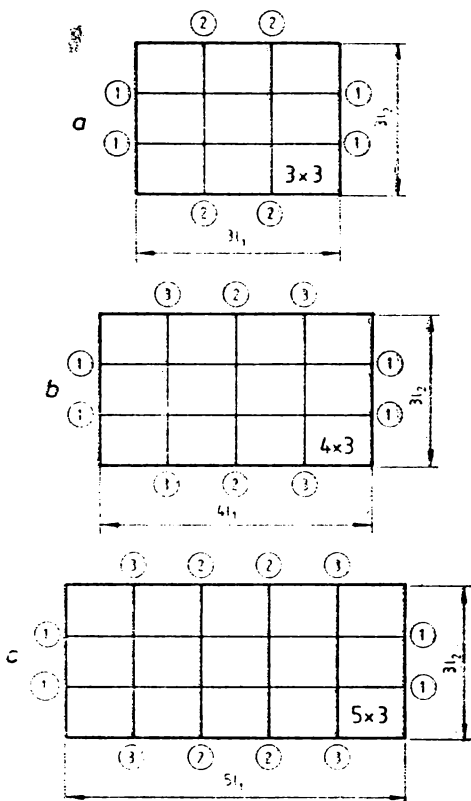


Fig. 13.2

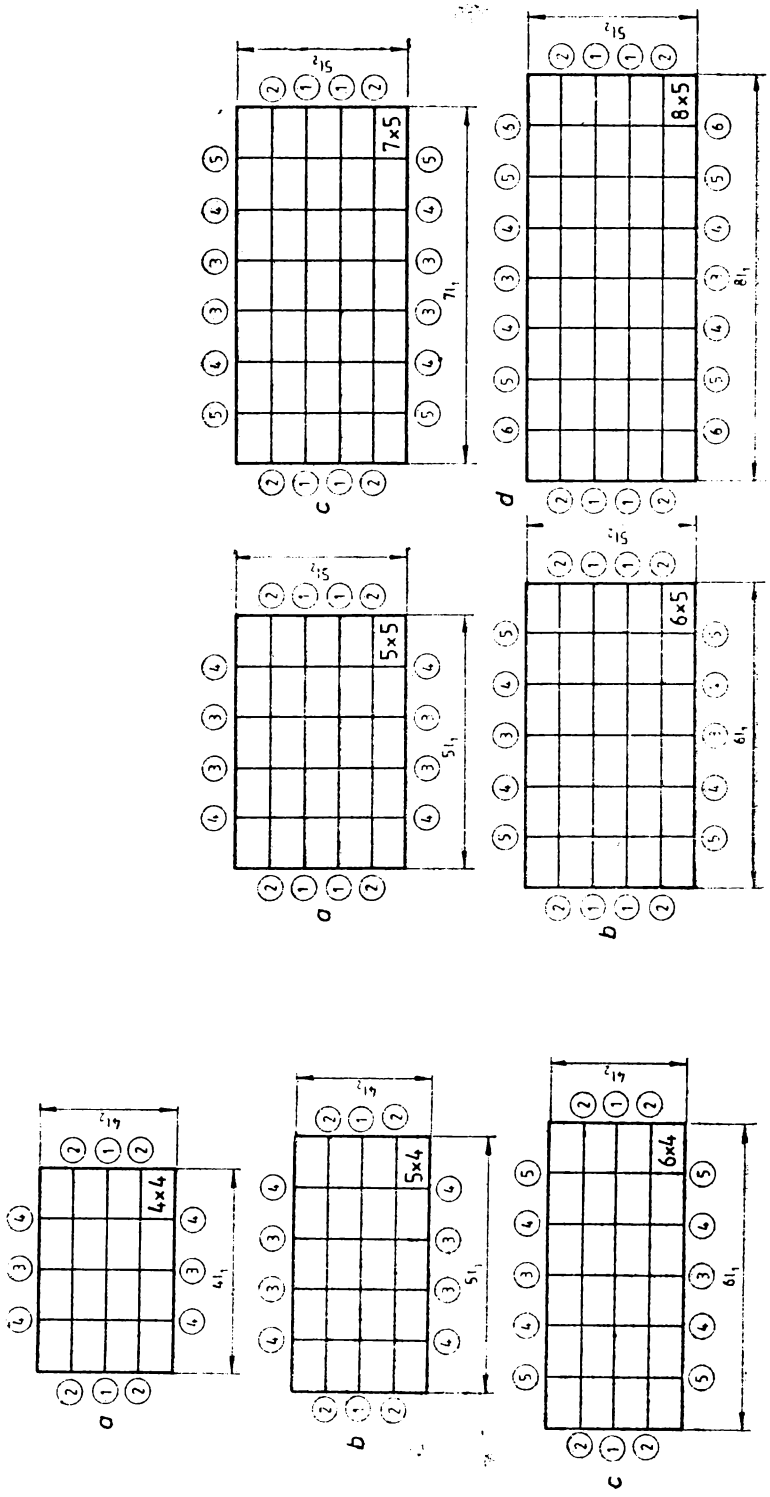


Fig. 13.3

Fig. 13.4

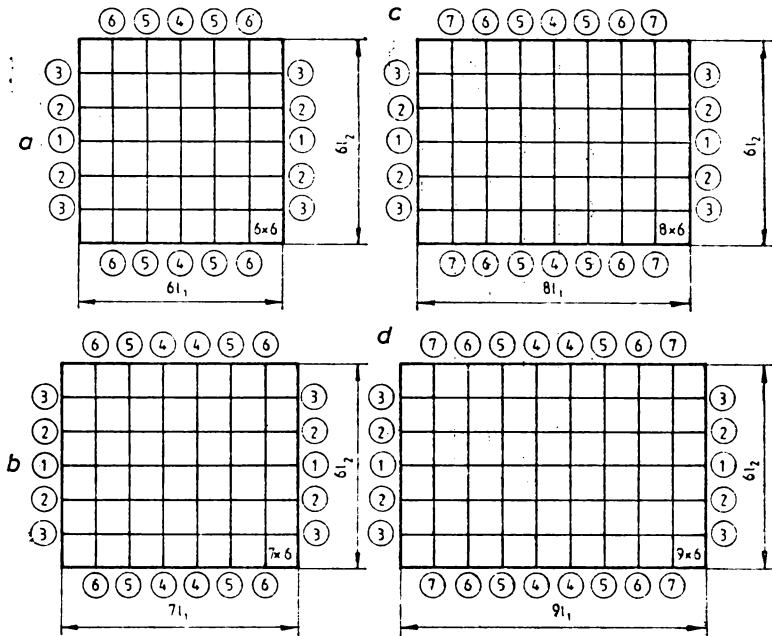


Fig. 13.5

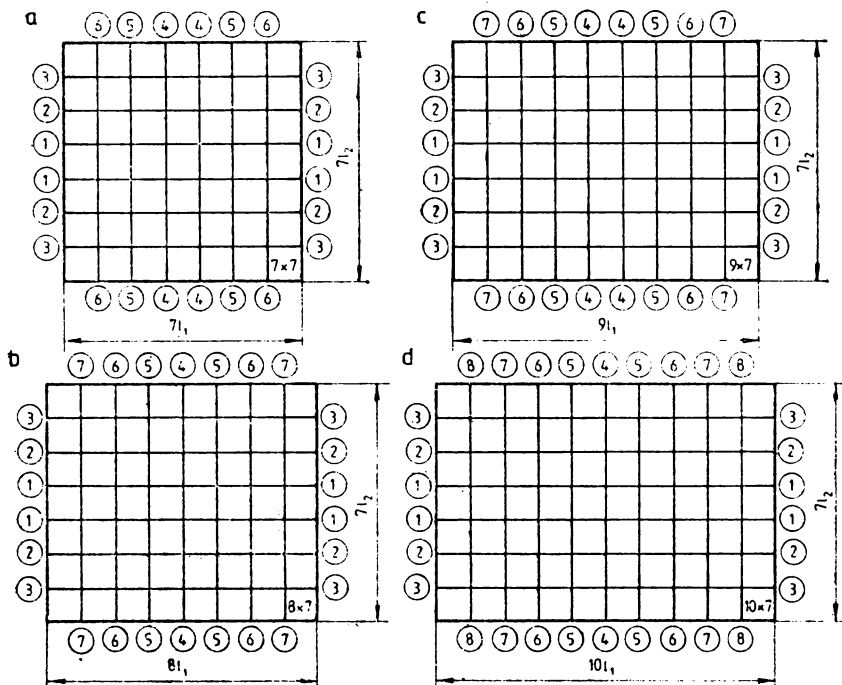


Fig. 13.6

## 13.2. ORGANIGRAME DE CALCUL

La fiecare dintre planșeele ortogonale considerate, încărcarea echivalentă, momentul capabil de referință, forțele nodale, reacțiunile din rezemări și momentele încovoietoare din secțiunile caracteristice ale grinzilor au fost determinate în conformitate cu procedeele de calcul expuse și exemplificate în capitolul 12 pentru acest tip de planșee.

Pe baza rezultatelor obținute au fost elaborate două organigrame de calcul, dintre care prima se referă la planșeele din grupul I (planșee mici și mijlocii, cu  $2 \times 2, \dots, 8 \times 5$  casete), iar a doua la planșeele din grupul II (planșee mari, cu  $6 \times 6, \dots, 10 \times 7$  casete).

*Pentru exemplificare*, în anexa 13.1 este prezentată prima dintre aceste organigrame.

## 13.3. PROGRAME DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigramele de calcul sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind limbajul de programare BASIC și codificările cuprinse în tabelul 12.1, s-au obținut programele de calcul automat *EP-32-01* și *EP-32-02*, listate în anexele 13.2 și 13.4.

*Partea fixă* a programelor este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2 920 în cazul programului *EP-32-01* și de la 10 la 2 970 în cazul programului *EP-32-02*, în ambele cazuri adăugându-se și instrucțiunea END cu eticheta 4 000.

*Partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2 921 și 3 999 la programul *EP-32-01* și între 2 971 și 3 999 la programul *EP-32-02*.

La ambele programe, prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de planșee ortogonale care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unui singur planșeu, scrise în următoarea ordine :

- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1$  la planșeele cu  $2 \times 2, 3 \times 2$  și  $3 \times 3$  casete ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2$  la planșeele cu  $4 \times 3$  și  $5 \times 3$  casete ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3$  la planșeele cu  $4 \times 4, 5 \times 4$  și  $5 \times 5$  casete ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4$  la planșeele cu  $6 \times 4, 6 \times 5$  și  $7 \times 5$  casete ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  la planșeele cu  $8 \times 5, 6 \times 6, 7 \times 6$  și  $7 \times 7$  casete ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$  la planșeele cu  $8 \times 6, 9 \times 6, 8 \times 7$  și  $9 \times 7$  casete ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7$  la planșeul cu  $10 \times 7$  casete.

Pentru fiecare planșeu, programul respectiv furnizează :

- valorile momentelor încovoietoare care acționează în secțiunile grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului, situate în dreptul nodurilor rețelei;
- mărimile forțelor nodale care acționează pe fiecare grindă a rețelei, în dreptul nodurilor acesteia;
- mărimile reacțiunilor din reazemele grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, primul program a fost aplicat unui număr de 3 planșee, iar cel de al doilea program a fost aplicat unui singur planșeu, caracteristicile de calcul ale acestora fiind date în tabelul 13.1.

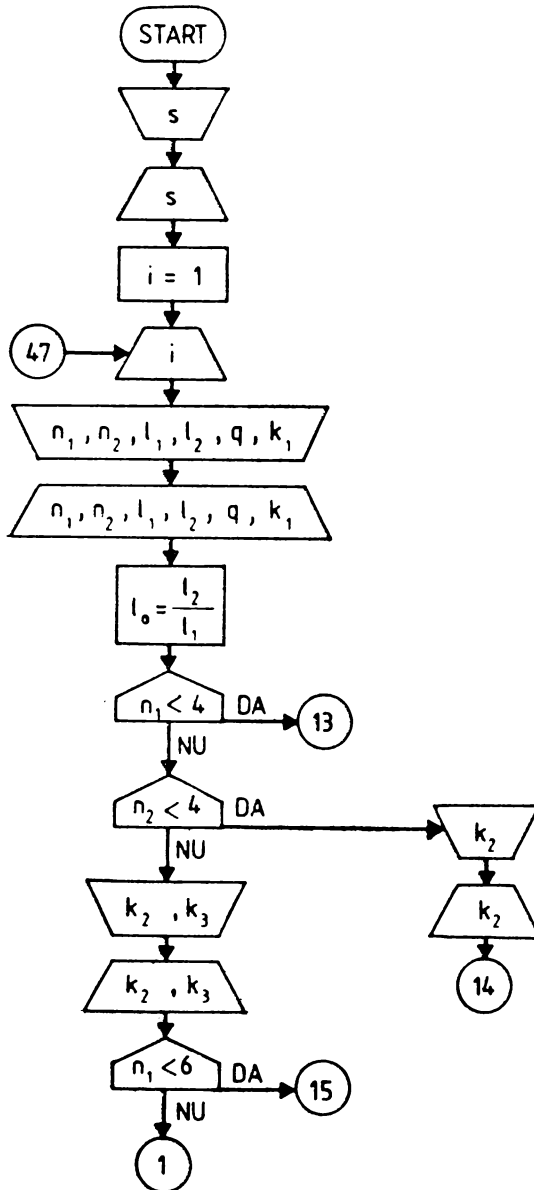
Tabelul 13.1

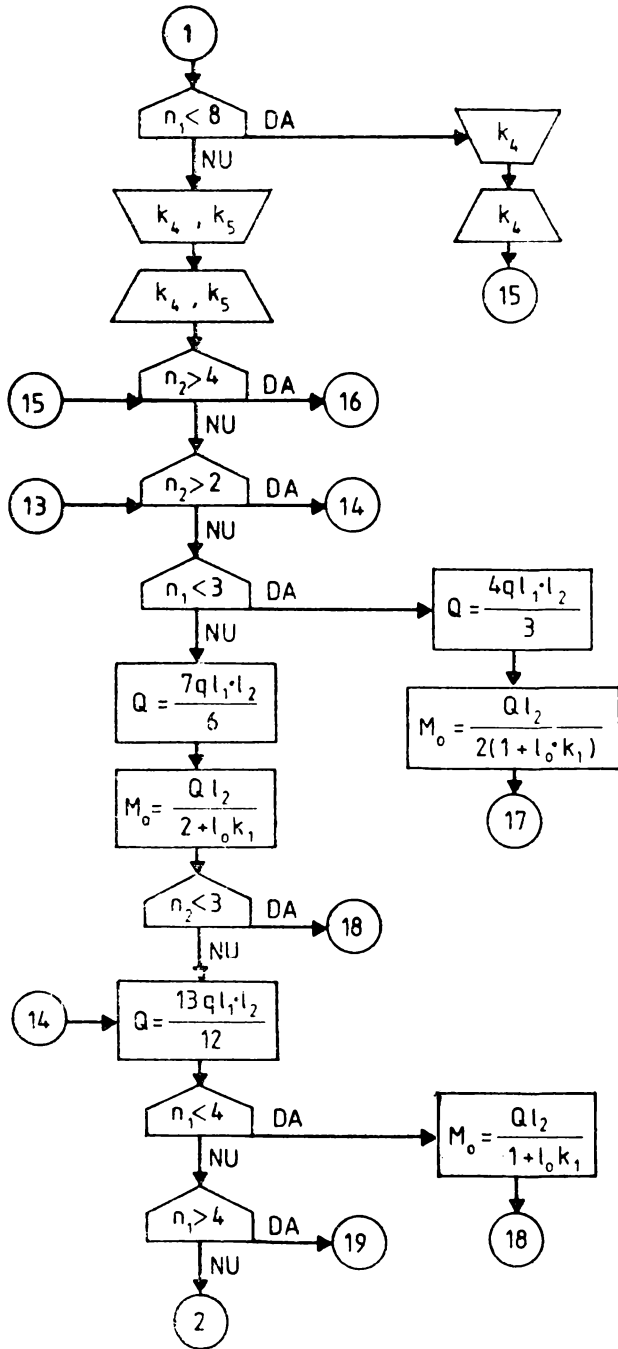
Date	EP-32-01			EP-32-02
	Planșeul			Planșeul
	1	2	3	1
$n_1$	3	5	8	10
$n_2$	3	4	5	7
$l_1$	3	2	2	2
$l_2$	2	2	2	2
$q$	10	10	10	10
$k_1$	0,75	1	1,25	1,5
$k_2$	—	0,75	0,75	1,25
$k_3$	—	1,25	2	0,75
$k_4$	—	—	1,5	2
$k_5$	—	—	1,25	2
$k_6$	—	—	—	1,5
$k_7$	—	—	—	1,25

Partea mobilă a programului EP-32-01 este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3 000, 3 010, 3 020 și 3 030, iar partea mobilă a programului EP-32-02 este alcătuită din 2 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3 000 și 3 010, așa cum se poate vedea în listările conținute de anexele 13.2 și 13.4.

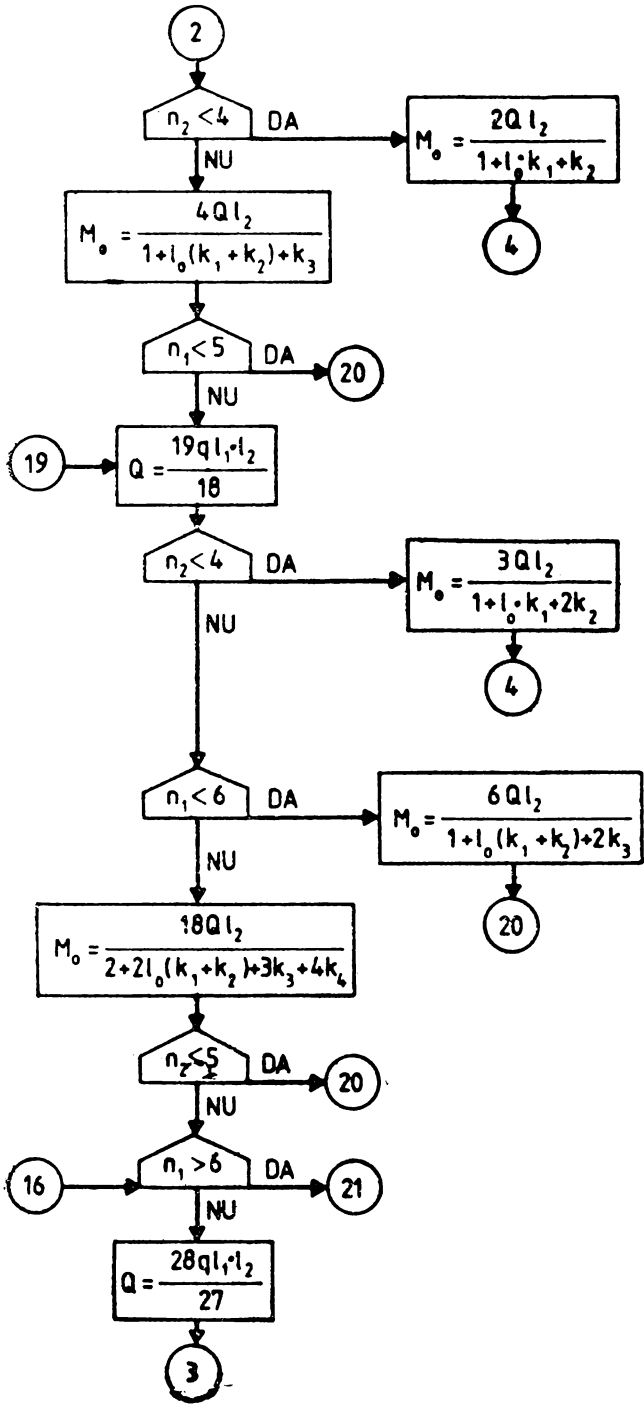
În anexele 13.3 și 13.5 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programelor de calcul pentru cele 4 planșee considerate.

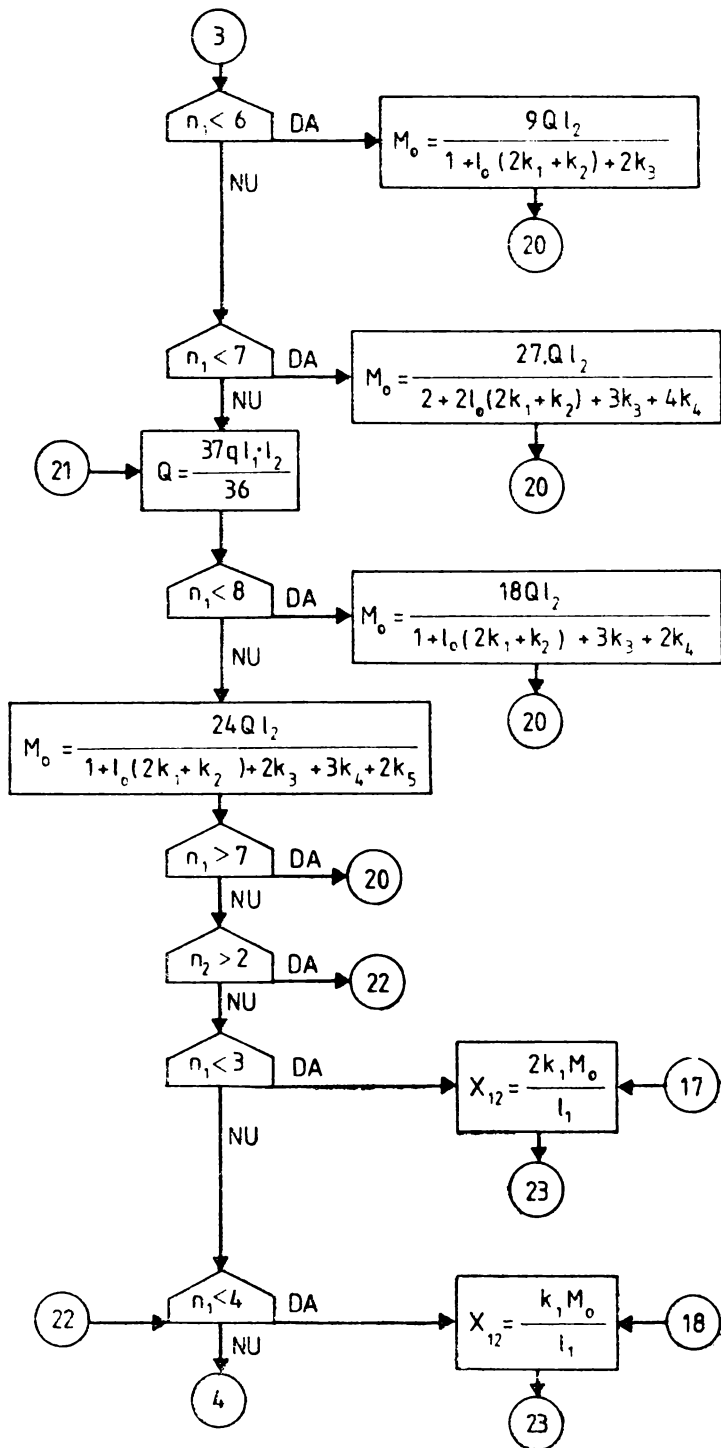
ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLANȘELOR  
 CASETATE DIN BETON ARMAT CU GRINZI ORTOGONALE,  
 ALCĂTUIND  $2 \times 2 \dots 8 \times 5$  CASETE

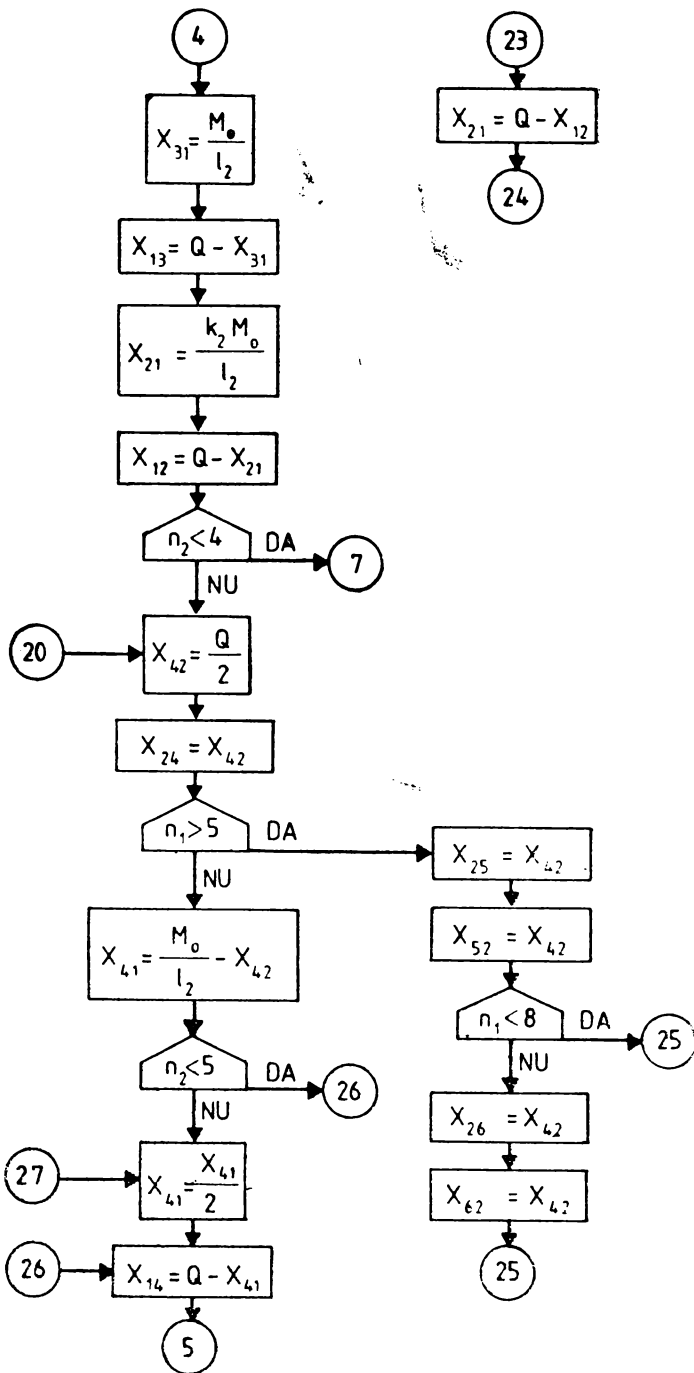


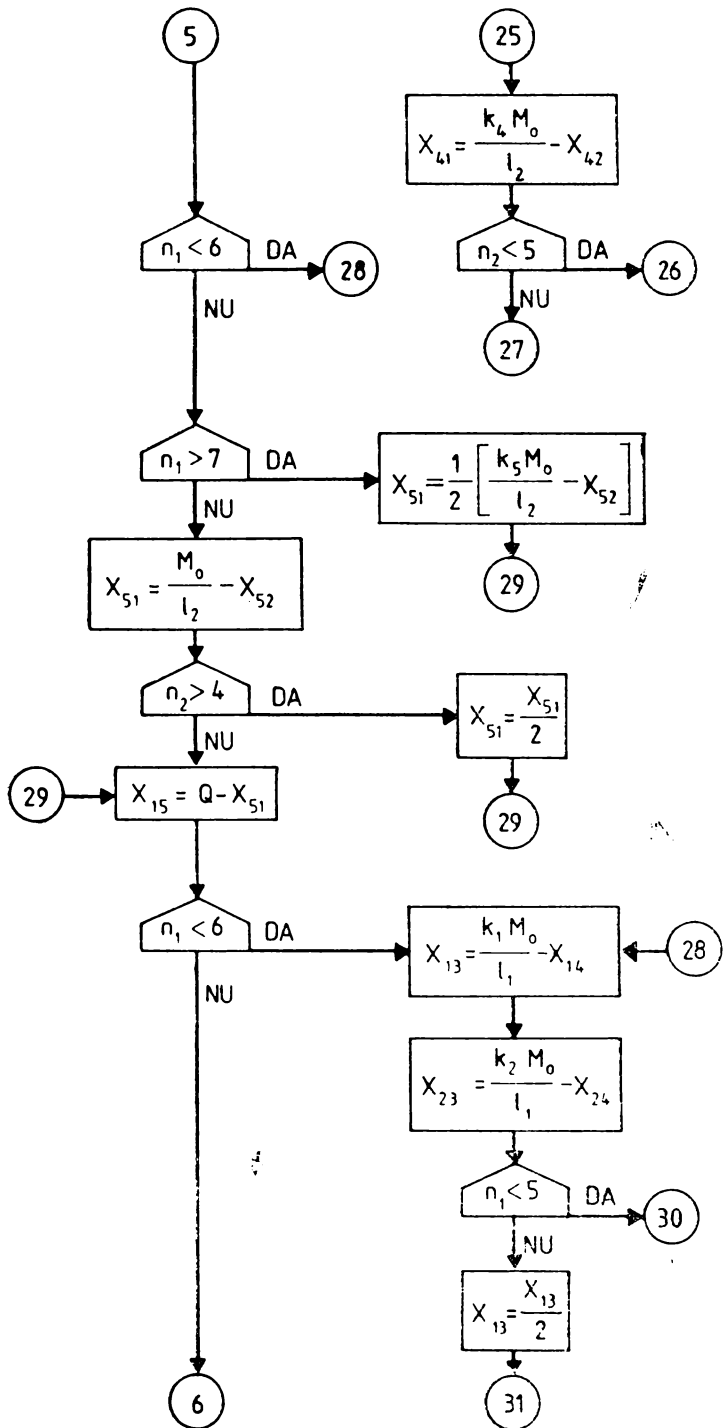


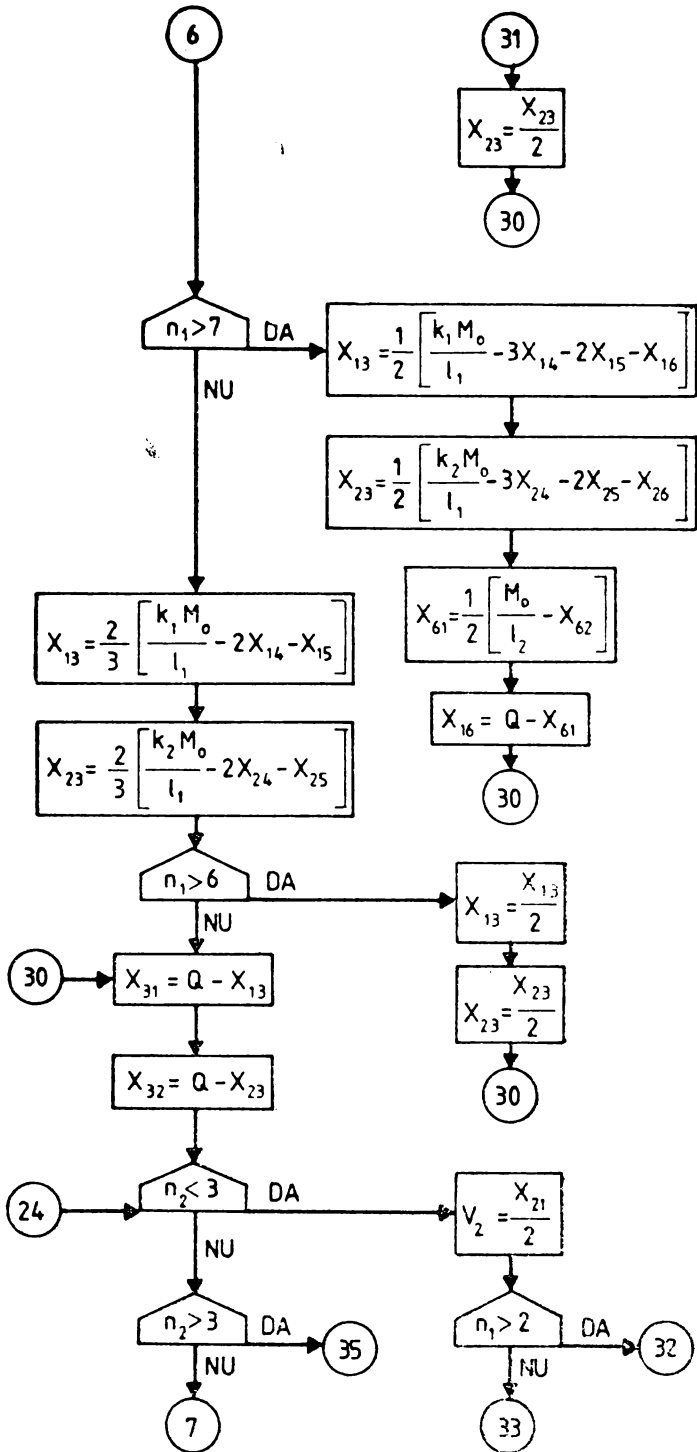


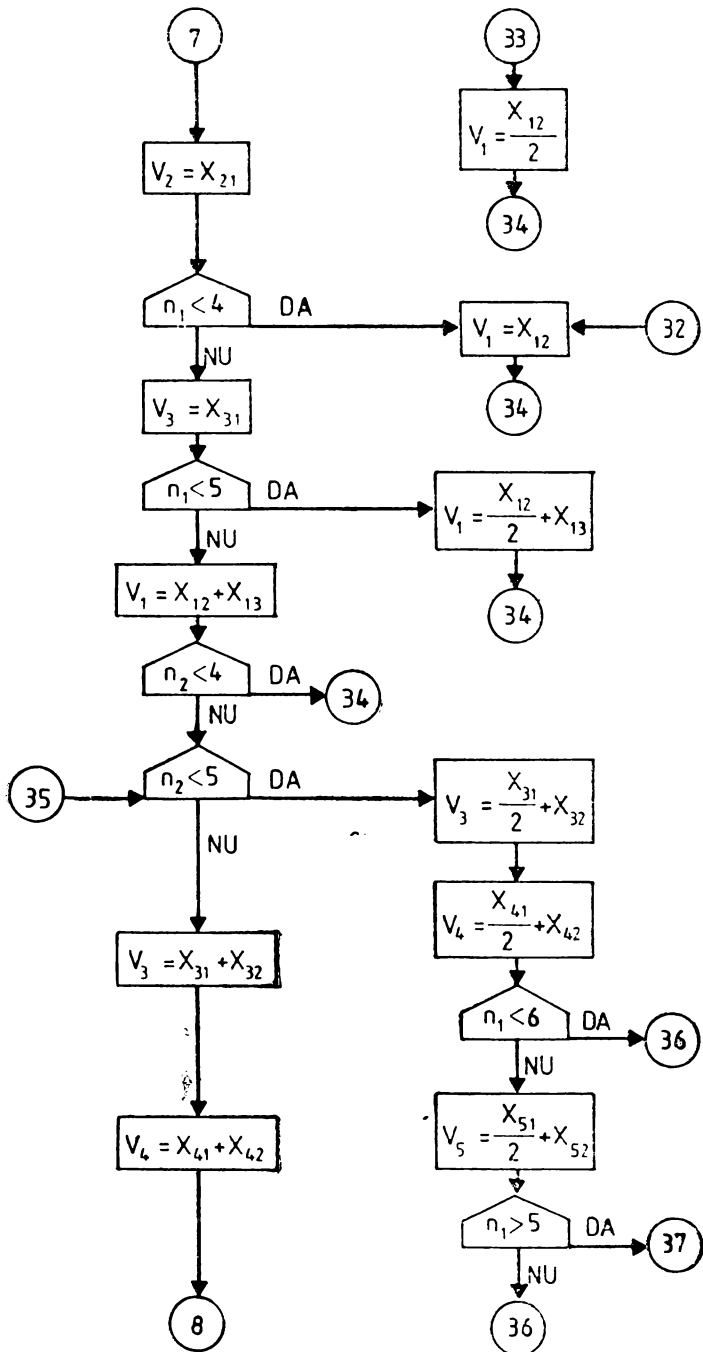


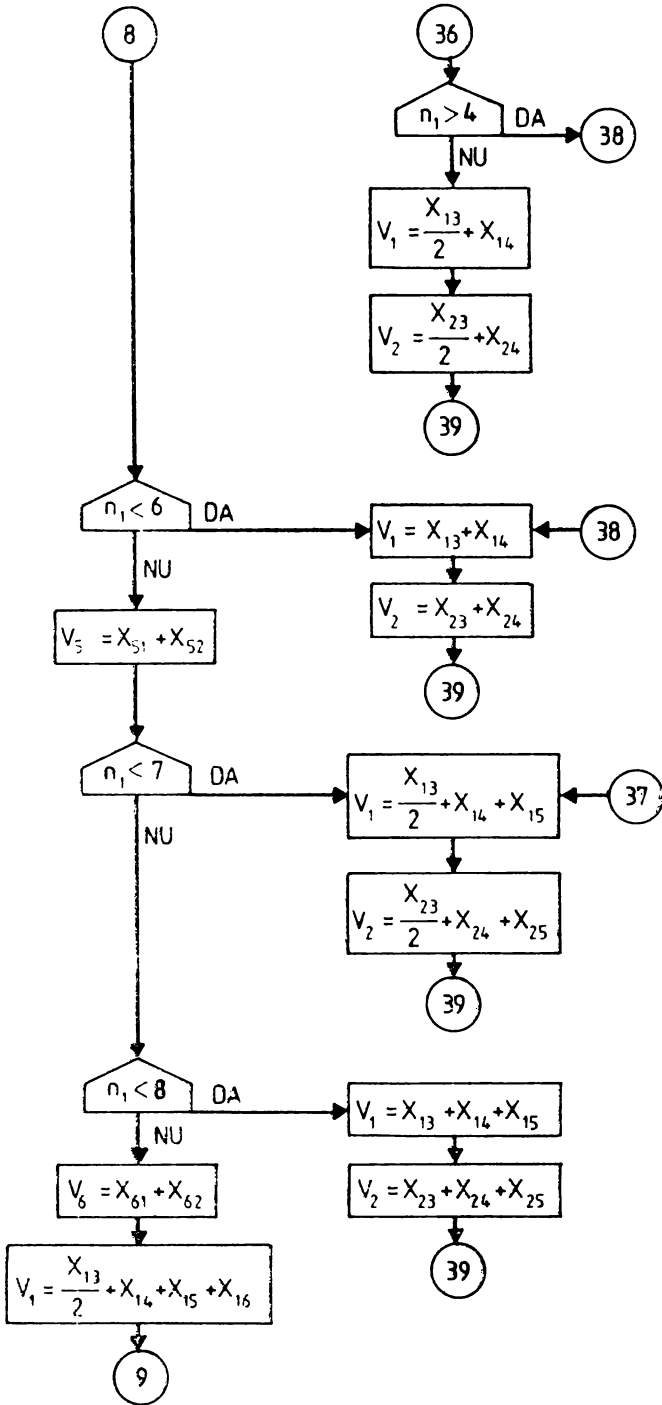


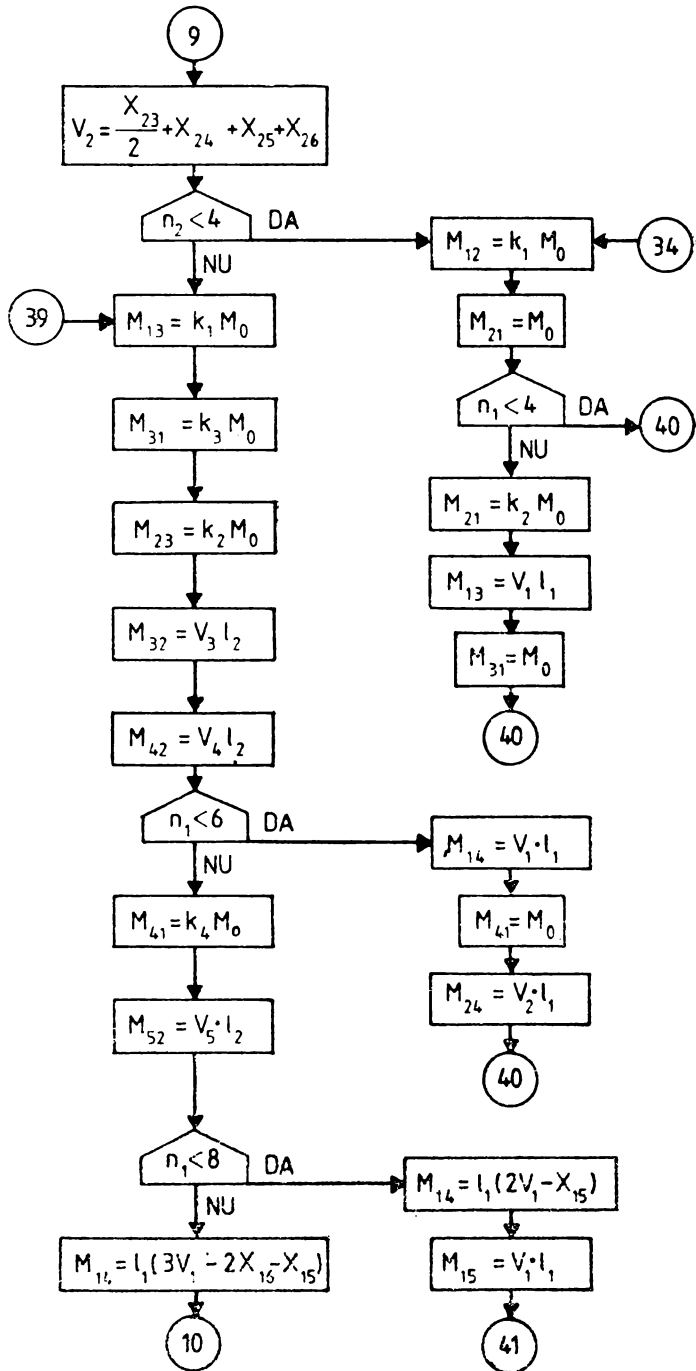




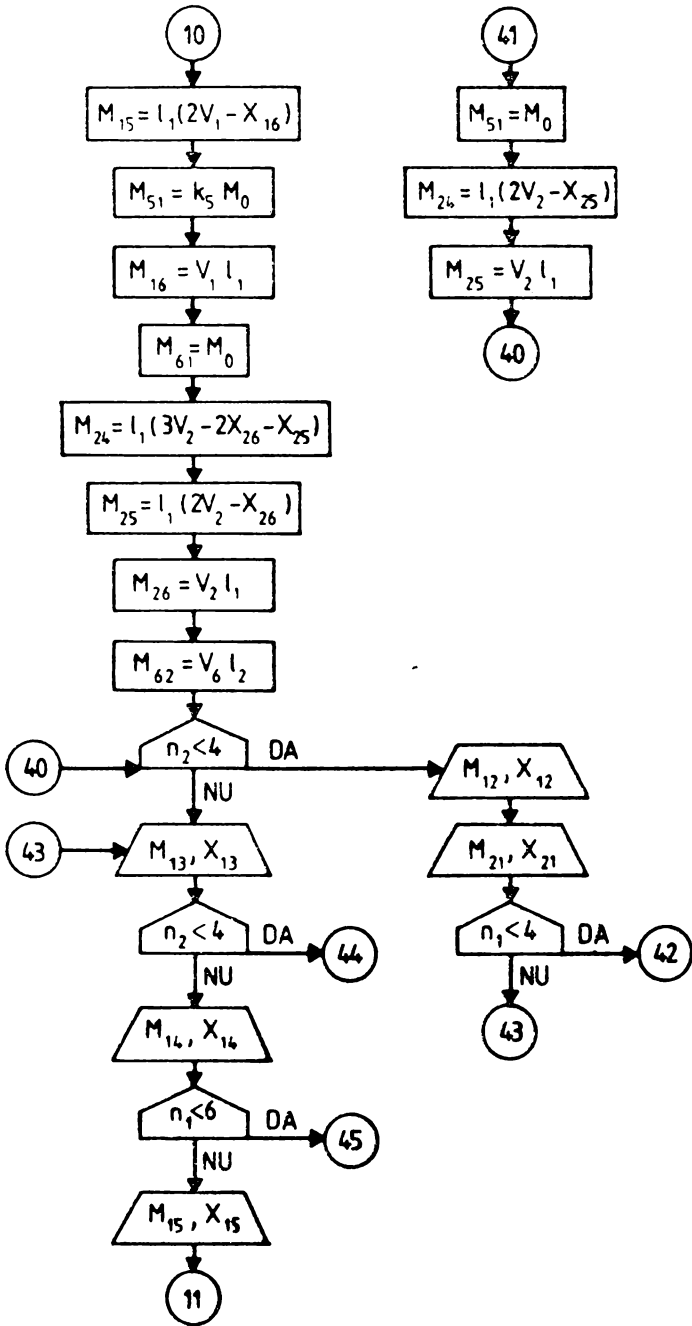


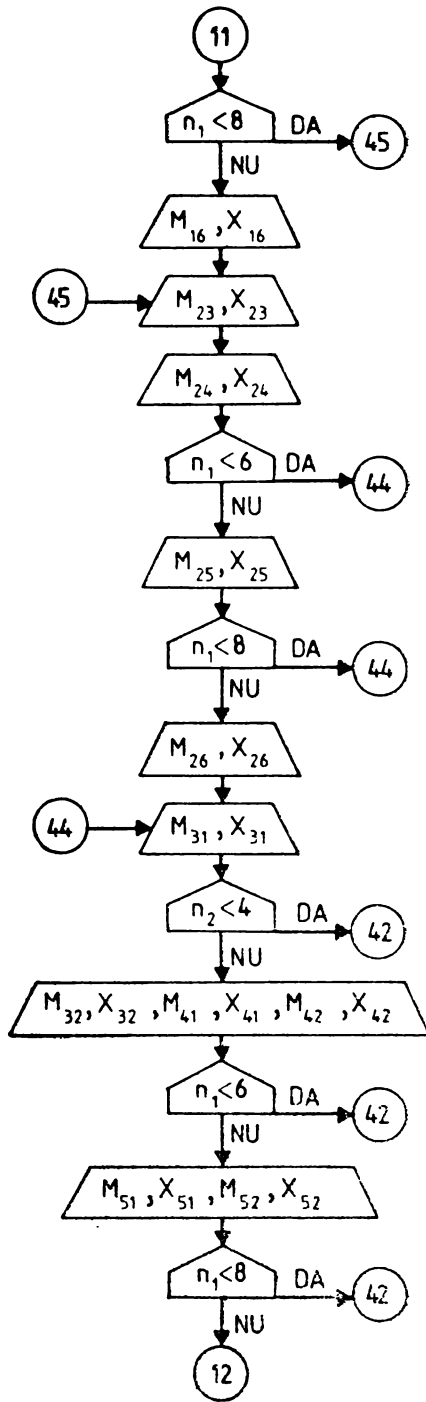


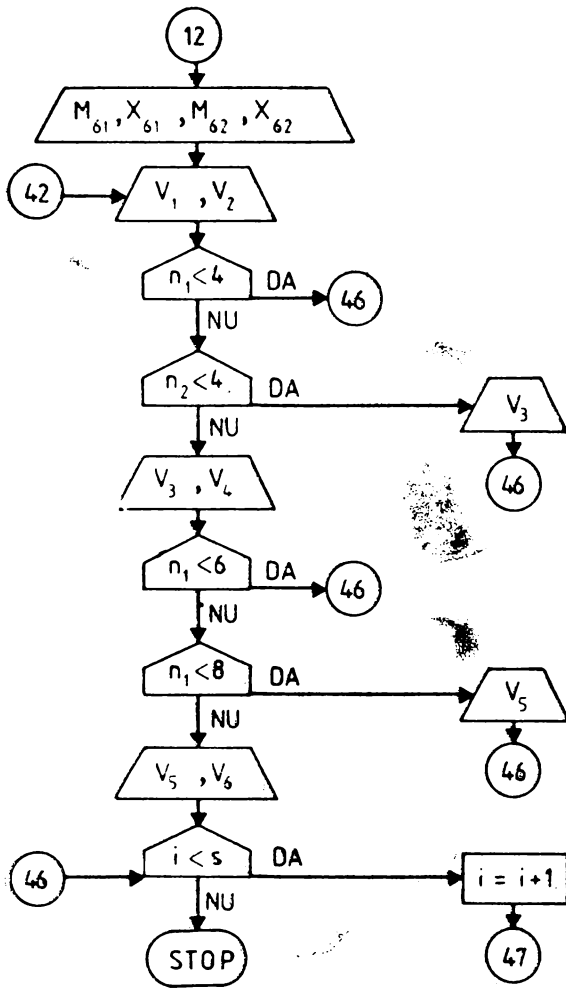












```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-32-01

20 REM *
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE *
60 REM * ALCATUIND 2 X 2 ... 8 X 5 CASETE *
70 REM *
80 REM *
90 REM *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *
220 REM *
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
250 REM * PE MICROCALCULATORUL EELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 2 X 2 ... 8 X 5 CASETE"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(6,6),X(6,6)
380 READ S
390 PRINT:TAB(5):"NUMARUL PLANSEELOR ESTE S ="S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT:TAB(15):"PLANSEUL "I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1,K1
460 PRINT:TAB(21):"DATE"
470 PRINT:TAB(4):"N1 ="N1:TAB(28):"N2 ="N2
480 PRINT:TAB(4):"L1 ="L1:TAB(28):"L2 ="L2
490 PRINT:TAB(4):"Q1 ="Q1:TAB(28):"K1 ="K1
500 LET L0=L2/L1
510 IF N1<4 THEN 600
520 IF N2<4 THEN 1860
530 READ K2,K3
540 PRINT:TAB(4):"K2 ="K2:TAB(28):"K3 ="K3
550 IF N1<6 THEN 590
560 IF N1<8 THEN 1890
570 READ K4,K5
580 PRINT:TAB(4):"K4 ="K4:TAB(28):"K5 ="K5
590 IF N2>4 THEN 760
600 IF N2>2 THEN 650

```

```

610 IF N1<3 THEN 1920
620 LET Q0=7*Q1*L1*L2/6
630 LET M0=Q0*L2/(2+L0*K1)
640 IF N2<3 THEN 2110
650 LET Q0=13*Q1*L1*L2/12
660 IF N1<4 THEN 1950
670 IF N1>4 THEN 710
680 IF N2<4 THEN 1970
690 LET M0=4*Q0*L2/(1+L0*(K1+K2)+K3)
700 IF N1<5 THEN 920
710 LET Q0=19*Q1*L1*L2/18
720 IF N2<4 THEN 1990
730 IF N1<6 THEN 2010
740 LET M0=18*Q0*L2/(2+2*L0*(K1+K2)+3*K3+4*K4)
750 IF N2<5 THEN 920
760 IF N1>6 THEN 800
770 LET Q0=23*Q1*L1*L2/27
780 IF N1<6 THEN 2030
790 IF N1<7 THEN 2050
800 LET Q0=37*Q1*L1*L2/36
810 IF N1<8 THEN 2070
820 LET M0=24*Q0*L2/(1+L0*(2*K1+K2)+2*K3+3*K4+2*K5)
830 IF N1>7 THEN 920
840 IF N2>2 THEN 860
850 IF N1<3 THEN 2090
860 IF N1<4 THEN 2110
870 LET X(3,1)=M0/L2
880 LET X(1,3)=Q0-X(3,1)
890 LET X(2,1)=K2*M0/L2
900 LET X(1,2)=Q0-X(2,1)
910 IF N2<4 THEN 1130
920 LET X(4,2)=Q0/2
930 LET X(2,4)=X(4,2)
940 IF N1>5 THEN 2140
950 LET X(4,1)=M0/L2-X(4,2)
960 IF N2<5 THEN 980
970 LET X(4,1)=X(4,1)/2
980 LET X(1,4)=Q0-X(4,1)
990 IF N1<6 THEN 2260
1000 IF N1>7 THEN 2220
1010 LET X(5,1)=M0/L2-X(5,2)
1020 IF N2>4 THEN 2240
1030 LET X(1,5)=Q0-X(5,1)
1040 IF N1<6 THEN 2260
1050 IF N1>7 THEN 2320
1060 LET X(1,3)=2*(K1*M0/L1-2*X(1,4)-X(1,5))/3
1070 LET X(2,3)=2*(K2*M0/L1-2*X(2,4)-X(2,5))/3
1080 IF N1>6 THEN 2370
1090 LET X(3,1)=Q0-X(1,3)
1100 LET X(3,2)=Q0-X(2,3)
1110 IF N2<3 THEN 2400
1120 IF N2>3 THEN 1190
1130 LET V2=X(2,1)
1140 IF N1<4 THEN 2440
1150 LET V3=X(3,1)
1160 IF N1<5 THEN 2460
1170 LET V1=X(1,2)+X(1,3)
1180 IF N2<4 THEN 2660
1190 IF N2<5 THEN 2480
1200 LET V3=X(3,1)+X(3,2)
1210 LET V4=X(4,1)+X(4,2)
1220 IF N1<6 THEN 2570

```

```

1230 LET V5=X(5,1)+X(5,2)
1240 IF N1<7 THEN 2600
1250 IF N1<8 THEN 2630
1260 LET V6=X(6,1)+X(6,2)
1270 LET V1=X(1,3)/2+X(1,4)+X(1,5)+X(1,6)
1280 LET V2=X(2,3)/2+X(2,4)+X(2,5)+X(2,6)
1290 IF N2<4 THEN 2660
1300 LET M(1,3)=K1*M0
1310 LET M(3,1)=K3*M0
1320 LET M(2,3)=K2*M0
1330 LET M(3,2)=V3*L2
1340 LET M(4,2)=V4*L2
1350 IF N1<6 THEN 2730
1360 LET M(4,1)=K4*M0
1370 LET M(5,2)=V5*L2
1380 IF N1<8 THEN 2770
1390 LET M(1,4)=L1*(3*V1-2*X(1,6)-X(1,5))
1400 LET M(1,5)=L1*(2*V1-X(1,6))
1410 LET M(5,1)=K5*M0
1420 LET M(1,6)=V1*L1
1430 LET M(6,1)=M0
1440 LET M(2,4)=L1*(3*V2-2*X(2,6)-X(2,5))
1450 LET M(2,5)=L1*(2*V2-X(2,6))
1460 LET M(2,6)=V2*L1
1470 LET M(6,2)=V6*L2
1480 PRINT
1490 PRINT:TAB(8):"MOMENTE":TAB(33):"FORTE"
1500 IF N2<4 THEN 2830
1510 PRINT:TAB(4):"M(1,3)=":M(1,3):TAB(28):"X(1,3)=":X(1,3)
1520 IF N2<4 THEN 1640
1530 PRINT:TAB(4):"M(1,4)=":M(1,4):TAB(28):"X(1,4)=":X(1,4)
1540 IF N1<6 THEN 1580
1550 PRINT:TAB(4):"M(1,5)=":M(1,5):TAB(28):"X(1,5)=":X(1,5)
1560 IF N1<8 THEN 1580
1570 PRINT:TAB(4):"M(1,6)=":M(1,6):TAB(28):"X(1,6)=":X(1,6)
1580 PRINT:TAB(4):"M(2,3)=":M(2,3):TAB(28):"X(2,3)=":X(2,3)
1590 PRINT:TAB(4):"M(2,4)=":M(2,4):TAB(28):"X(2,4)=":X(2,4)
1600 IF N1<6 THEN 1640
1610 PRINT:TAB(4):"M(2,5)=":M(2,5):TAB(28):"X(2,5)=":X(2,5)
1620 IF N1<8 THEN 1640
1630 PRINT:TAB(4):"M(2,6)=":M(2,6):TAB(28):"X(2,6)=":X(2,6)
1640 PRINT:TAB(4):"M(3,1)=":M(3,1):TAB(28):"X(3,1)=":X(3,1)
1650 IF N2<4 THEN 1750
1660 PRINT:TAB(4):"M(3,2)=":M(3,2):TAB(28):"X(3,2)=":X(3,2)
1670 PRINT:TAB(4):"M(4,1)=":M(4,1):TAB(28):"X(4,1)=":X(4,1)
1680 PRINT:TAB(4):"M(4,2)=":M(4,2):TAB(28):"X(4,2)=":X(4,2)
1690 IF N1<6 THEN 1750
1700 PRINT:TAB(4):"M(5,1)=":M(5,1):TAB(28):"X(5,1)=":X(5,1)
1710 PRINT:TAB(4):"M(5,2)=":M(5,2):TAB(28):"X(5,2)=":X(5,2)
1720 IF N1<8 THEN 1750
1730 PRINT:TAB(4):"M(6,1)=":M(6,1):TAB(28):"X(6,1)=":X(6,1)
1740 PRINT:TAB(4):"M(6,2)=":M(6,2):TAB(28):"X(6,2)=":X(6,2)
1750 PRINT
1760 PRINT:TAB(19):"REACTIUNI"
1770 PRINT:TAB(4):"V1      "=:V1:TAB(28):"V2      "=:V2
1780 IF N1<4 THEN 1840
1790 IF N2<4 THEN 2870
1800 PRINT:TAB(4):"V3      "=:V3:TAB(28):"V4      "=:V4
1810 IF N1<6 THEN 1840
1820 IF N1<8 THEN 2890
1830 PRINT:TAB(4):"V5      "=:V5:TAB(28):"V6      "=:V6
1840 IF I<5 THEN 2910

```

```

1850 GOTO 4000
1860 READ K2
1870 PRINT TAB(4);"K2      =" ;K2
1880 GOTO 650
1890 READ K4
1900 PRINT TAB(4);"K4      =" ;K4
1910 GOTO 590
1920 LET Q0=4*Q1*L1*L2/3
1930 LET M0=Q0*L2/(2*(1+L0*K1))
1940 GOTO 2090
1950 LET M0=Q0*L2/(1+L0*K1)
1960 GOTO 2110
1970 LET M0=2*Q0*L2/(1+L0*K1+K2)
1980 GOTO 870
1990 LET M0=3*Q0*L2/(1+L0*K1+2*K2)
2000 GOTO 870
2010 LET M0=6*Q0*L2/(1+L0*(K1+K2)+2*K3)
2020 GOTO 920
2030 LET M0=9*Q0*L2/(1+L0*(2*K1+K2)+2*K3)
2040 GOTO 920
2050 LET M0=27*Q0*L2/(2+2*L0*(2*K1+K2)+3*K3+4*K4)
2060 GOTO 920
2070 LET M0=18*Q0*L2/(1+L0*(2*K1+K2)+3*K3+2*K4)
2080 GOTO 920
2090 LET X(1,2)=2*K1*M0/L1
2100 GOTO 2120
2110 LET X(1,2)=K1*M0/L1
2120 LET X(2,1)=Q0-X(1,2)
2130 GOTO 1110
2140 LET X(2,5)=X(4,2)
2150 LET X(5,2)=X(4,2)
2160 IF N1<8 THEN 2190
2170 LET X(2,6)=X(4,2)
2180 LET X(6,2)=X(4,2)
2190 LET X(4,1)=K4*M0/L2-X(4,2)
2200 IF N2<5 THEN 980
2210 GOTO 970
2220 LET X(5,1)=(K5*M0/L2-X(5,2))/2
2230 GOTO 1030
2240 LET X(5,1)=X(5,1)/2
2250 GOTO 1030
2260 LET X(1,3)=K1*M0/L1-X(1,4)
2270 LET X(2,3)=K2*M0/L1-X(2,4)
2280 IF N1<5 THEN 1090
2290 LET X(1,3)=X(1,3)/2
2300 LET X(2,3)=X(2,3)/2
2310 GOTO 1090
2320 LET X(6,1)=(M0/L2-X(6,2))/2
2330 LET X(1,6)=Q0-X(6,1)
2340 LET X(1,3)=(K1*M0/L1-3*X(1,4)-2*X(1,5)-X(1,6))/2
2350 LET X(2,3)=(K2*M0/L1-3*X(2,4)-2*X(2,5)-X(2,6))/2
2360 GOTO 1090
2370 LET X(1,3)=X(1,3)/2
2380 LET X(2,3)=X(2,3)/2
2390 GOTO 1090
2400 LET V2=X(2,1)/2
2410 IF N1>2 THEN 2440
2420 LET V1=X(1,2)/2
2430 GOTO 2660
2440 LET V1=X(1,2)
2450 GOTO 2660
2460 LET V1=X(1,2)/2+X(1,3)

```

```

2470 GOTO 2660
2480 LET V3=X(3,1)/2+X(3,2)
2490 LET V4=X(4,1)/2+X(4,2)
2500 IF N1<6 THEN 2530
2510 LET V5=X(5,1)/2+X(5,2)
2520 IF N1>5 THEN 2600
2530 IF N1>4 THEN 2570
2540 LET V1=X(1,3)/2+X(1,4)
2550 LET V2=X(2,3)/2+X(2,4)
2560 GOTO 1300
2570 LET V1=X(1,3)+X(1,4)
2580 LET V2=X(2,3)+X(2,4)
2590 GOTO 1300
2600 LET V1=X(1,3)/2+X(1,4)+X(1,5)
2610 LET V2=X(2,3)/2+X(2,4)+X(2,5)
2620 GOTO 1300
2630 LET V1=X(1,3)+X(1,4)+X(1,5)
2640 LET V2=X(2,3)+X(2,4)+X(2,5)
2650 GOTO 1300
2660 LET M(1,2)=K1*M0
2670 LET M(2,1)=M0
2680 IF N1<4 THEN 1480
2690 LET M(2,1)=K2*M0
2700 LET M(1,3)=V1*L1
2710 LET M(3,1)=M0
2720 GOTO 1480
2730 LET M(1,4)=V1*L1
2740 LET M(4,1)=M0
2750 LET M(2,4)=V2*L1
2760 GOTO 1480
2770 LET M(1,4)=L1*(2*V1-X(1,5))
2780 LET M(1,5)=V1*L1
2790 LET M(5,1)=M0
2800 LET M(2,4)=L1*(2*V2-X(2,5))
2810 LET M(2,5)=V2*L1
2820 GOTO 1480
2830 PRINT;TAB(4);"M(1,2)=";M(1,2);TAB(28);"X(1,2)=";X(1,2)
2840 PRINT;TAB(4);"M(2,1)=";M(2,1);TAB(28);"X(2,1)=";X(2,1)
2850 IF N1<4 THEN 1750
2860 GOTO 1510
2870 PRINT;TAB(4);"V3      =" ;V3
2880 GOTO 1840
2890 PRINT;TAB(4);"V5      =" ;V5
2900 GOTO 1840
2910 LET I=I+1
2920 GOTO 410
3000 DATA 3
3010 DATA 3,3,3,2,10,0,75
3020 DATA 5,4,2,2,10,1,0,75,1,25
3030 DATA 8,5,2,2,10,1,25,0,75,2,1,5,1,25
4000 END

```



ANEXA 13.3 (continuare)

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR  
 CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE  
 ALCATUITO 2 X 2 ... 8 X 5 CASETE

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
 FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
 SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE

NUMARUL PLANSEELOR ESTE S = 3.00000

PLANSEUL 1.00000

DATE	
N1 = 3.00000	N2 = 3.00000
L1 = 3.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	K1 = .750000

MOMENTE	FORTE
M(1,2) = 65.0000	X(1,2) = 21.6667
M(2,1) = 86.6667	X(2,1) = 43.3333

REACTIUNI	
V1 = 21.6667	V2 = 43.3333

PLANSEUL 2.00000

DATE	
N1 = 5.00000	N2 = 4.00000
L1 = 2.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	K1 = 1.00000
K2 = .750000	K3 = 1.25000

MOMENTE	FORTE
M(1,3) = 96.5078	X(1,3) = 16.5873
M(1,4) = 63.3334	X(1,4) = 15.0794
M(2,3) = 72.3809	X(2,3) = 7.53970
M(2,4) = 57.3016	X(2,4) = 21.1111
M(3,1) = 120.635	X(3,1) = 25.6349
M(3,2) = 95.0000	X(3,2) = 34.6825
M(4,1) = 96.5078	X(4,1) = 27.1428
M(4,2) = 69.3650	X(4,2) = 21.1111

REACTIUNI	
V1 = 31.6667	V2 = 28.6508
V3 = 47.5000	V4 = 34.6825

PLANSEUL 3.00000

DATE	
N1 = 8.00000	N2 = 5.00000
L1 = 2.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	K1 = 1.25000
K2 = .750000	K3 = 2.00000
K4 = 1.50000	K5 = 1.25000

ANEXA 13.3 (continuare)

MOMENTE		FORTE	
M(1.3)	= 161.749	X(1.3)	= 15.6700
M(1.4)	= 146.079	X(1.4)	= 2.85410
M(1.5)	= 124.681	X(1.5)	= 10.9516
M(1.6)	= 81.3796	X(1.6)	= 19.0391
M(2.3)	= 97.0493	X(2.3)	= -37.4045
M(2.4)	= 134.455	X(2.4)	= 20.5556
M(2.5)	= 130.747	X(2.5)	= 20.5556
M(2.6)	= 85.9290	X(2.6)	= 20.5556
M(3.1)	= 258.798	X(3.1)	= 25.4411
M(3.2)	= 207.914	X(3.2)	= 78.5154
M(4.1)	= 194.099	X(4.1)	= 38.2470
M(4.2)	= 117.605	X(4.2)	= 20.5556
M(5.1)	= 161.749	X(5.1)	= 30.1595
M(5.2)	= 101.430	X(5.2)	= 20.5556
M(6.1)	= 129.399	X(6.1)	= 22.0720
M(6.2)	= 85.2552	X(6.2)	= 20.5556

REACTIUNI			
V1	= 40.6898	V2	= 42.9645
V3	= 103.957	V4	= 58.8026
V5	= 50.7151	V6	= 42.6276

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-32-02

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE *
60 REM * ALCATUIND 6 X 6 ... 10 X 7 CASETE *
70 REM *
80 REM *****
90 REM *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *
220 REM *****
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *****

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 6 X 6 ... 10 X 7 CASETE"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(8,8),X(8,8)
380 READ S
390 PRINT:TAB(5);"NUMARUL PLANSEELOR ESTE S =" :S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT:TAB(15);"PLANSEUL " :I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1,K1,K2,K3,K4,K5
460 PRINT:TAB(21);"DATE"
470 PRINT:TAB(4);"N1      =" :N1:TAB(28);"N2      =" :N2
480 PRINT:TAB(4);"L1      =" :L1:TAB(28);"L2      =" :L2
490 PRINT:TAB(4);"Q1      =" :Q1:TAB(28);"K1      =" :K1
500 PRINT:TAB(4);"K2      =" :K2:TAB(28);"K3      =" :K3
510 PRINT:TAB(4);"K4      =" :K4:TAB(28);"K5      =" :K5
520 LET L0=L2/L1
530 IF N1<8 THEN 570
540 IF N1<10 THEN 1980
550 READ K6,K7
560 PRINT:TAB(4);"K6      =" :K6:TAB(29);"K7      =" :K7
570 IF N2>6 THEN 640
580 IF N1<7 THEN 2010
590 IF N1>8 THEN 2050
600 LET Q0=37*Q1*L1*L2/36

```

```

610 IF N1<8 THEN 2090
620 LET M0=72*Q0*L2/(2+L0*(3*K1+4*K2+2*K3)+4*K4+6*K5+4*K6)
630 IF N2<7 THEN 720
640 IF N1>8 THEN 2110
650 LET Q0=49*Q1*L1*L2/48
660 IF N1<8 THEN 2130
670 LET M0=48*Q0*L2/(1+L0*(3*K1+2*K2+K3)+2*K4+3*K5+2*K6)
680 IF N1<9 THEN 720
690 IF N1<10 THEN 2150
700 LET M0=150*Q0*L2
710 LET M0=M0/(2+2*L0*(3*K1+2*K2+K3)+5*K4+8*K5+6*K6+4*K7)
720 LET X(6,2)=Q0/2
730 LET X(2,6)=X(6,2)
740 LET X(2,5)=X(6,2)
750 LET X(5,2)=X(6,2)
760 LET X(3,6)=X(6,2)
770 LET X(6,3)=X(6,2)
780 LET X(3,5)=X(6,2)
790 LET X(5,3)=X(6,2)
800 IF N1>7 THEN 2180
810 LET X(5,1)=2*(K5*M0/L2-2*X(5,2)-X(5,3))/3
820 IF N2<7 THEN 840
830 LET X(5,1)=X(5,1)/2
840 LET X(1,5)=Q0-X(5,1)
850 IF N1<8 THEN 2370
860 LET X(6,1)=2*(K6*M0/L2-2*X(6,2)-X(6,3))/3
870 IF N2>6 THEN 2390
875 LET X(1,6)=Q0-X(6,1)
880 IF N1<8 THEN 2410
890 IF N1>9 THEN 2300
900 LET X(7,1)=2*(M0/L2-2*X(7,2)-X(7,3))/3
910 IF N2<7 THEN 925
920 LET X(7,1)=X(7,1)/2
925 LET X(1,7)=Q0-X(7,1)
930 IF N1<8 THEN 2410
940 LET X(1,4)=(K1*M0/L1-3*X(1,5)-2*X(1,6)-X(1,7))/2
950 LET X(2,4)=(K2*M0/L1-3*X(2,5)-2*X(2,6)-X(2,7))/2
960 LET X(3,4)=(K3*M0/L1-3*X(3,5)-2*X(3,6)-X(3,7))/2
970 IF N1>8 THEN 2450
980 LET X(4,1)=Q0-X(1,4)
990 LET X(4,2)=Q0-X(2,4)
1000 LET X(4,3)=Q0-X(3,4)
1030 IF N2>6 THEN 2510
1040 LET V4=X(4,1)/2+X(4,2)+X(4,3)
1050 LET V5=X(5,1)/2+X(5,2)+X(5,3)
1060 LET V6=X(6,1)/2+X(6,2)+X(6,3)
1070 IF N1>7 THEN 2570
1080 IF N1<7 THEN 2590
1090 IF N1<8 THEN 2630
1100 IF N1<9 THEN 2670
1110 IF N1<10 THEN 2710
1120 LET V1=X(1,4)/2+X(1,5)+X(1,6)+X(1,7)+X(1,8)
1130 LET V2=X(2,4)/2+X(2,5)+X(2,6)+X(2,7)+X(2,8)
1140 LET V3=X(3,4)/2+X(3,5)+X(3,6)+X(3,7)+X(3,8)
1150 LET V8=X(8,1)+X(8,2)+X(8,3)
1160 LET M(1,4)=K1*M0
1170 LET M(4,1)=K4*M0
1180 LET M(5,1)=K5*M0
1190 LET M(2,4)=K2*M0
1200 LET M(4,2)=L2*(2*V4-X(4,3))
1210 LET M(5,2)=L2*(2*V5-X(5,3))
1220 LET M(6,2)=L2*(2*V6-X(6,3))

```

```

1230 LET M(3,4)=K3*M0
1240 LET M(4,3)=V4*L2
1250 LET M(5,3)=V5*L2
1260 LET M(6,3)=V6*L2
1270 IF N1<8 THEN 2750
1280 LET M(6,1)=K6*M0
1290 LET M(7,2)=L2*(2*V7-X(7,3))
1300 LET M(7,3)=V7*L2
1310 IF N1<10 THEN 2830
1320 LET M(1,5)=L1*(4*V1-X(1,6)-2*X(1,7)-3*X(1,8))
1330 LET M(1,6)=L1*(3*V1-X(1,7)-2*X(1,8))
1340 LET M(2,5)=L1*(4*V2-X(2,6)-2*X(2,7)-3*X(2,8))
1350 LET M(2,6)=L1*(3*V2-X(2,7)-2*X(2,8))
1360 LET M(3,5)=L1*(4*V3-X(3,6)-2*X(3,7)-3*X(3,8))
1370 LET M(3,6)=L1*(3*V3-X(3,7)-2*X(3,8))
1380 LET M(1,7)=L1*(2*V1-X(1,8))
1390 LET M(7,1)=K7*M0
1400 LET M(2,7)=L1*(2*V2-X(2,8))
1410 LET M(3,7)=L1*(2*V3-X(3,8))
1420 LET M(1,8)=V1*L1
1430 LET M(8,1)=M0
1440 LET M(2,8)=V2*L1
1450 LET M(8,2)=L2*(2*V8-X(8,3))
1460 LET M(3,8)=V3*L1
1470 LET M(8,3)=V8*L2
1480 PRINT
1490 PRINT: TAB(8) : "MOMENTE" : TAB(33) : "FORTE"
1500 PRINT: TAB(4) : "M(1,4) =" : M(1,4) : TAB(28) : "X(1,4) =" : X(1,4)
1510 PRINT: TAB(4) : "M(1,5) =" : M(1,5) : TAB(28) : "X(1,5) =" : X(1,5)
1520 PRINT: TAB(4) : "M(1,6) =" : M(1,6) : TAB(28) : "X(1,6) =" : X(1,6)
1530 IF N1<8 THEN 1570
1540 PRINT: TAB(4) : "M(1,7) =" : M(1,7) : TAB(28) : "X(1,7) =" : X(1,7)
1550 IF N1<10 THEN 1570
1560 PRINT: TAB(4) : "M(1,8) =" : M(1,8) : TAB(28) : "X(1,8) =" : X(1,8)
1570 PRINT: TAB(4) : "M(2,4) =" : M(2,4) : TAB(28) : "X(2,4) =" : X(2,4)
1580 PRINT: TAB(4) : "M(2,5) =" : M(2,5) : TAB(28) : "X(2,5) =" : X(2,5)
1590 PRINT: TAB(4) : "M(2,6) =" : M(2,6) : TAB(28) : "X(2,6) =" : X(2,6)
1600 IF N1<8 THEN 1640
1610 PRINT: TAB(4) : "M(2,7) =" : M(2,7) : TAB(28) : "X(2,7) =" : X(2,7)
1620 IF N1<10 THEN 1640
1630 PRINT: TAB(4) : "M(2,8) =" : M(2,8) : TAB(28) : "X(2,8) =" : X(2,8)
1640 PRINT: TAB(4) : "M(3,4) =" : M(3,4) : TAB(28) : "X(3,4) =" : X(3,4)
1650 PRINT: TAB(4) : "M(3,5) =" : M(3,5) : TAB(28) : "X(3,5) =" : X(3,5)
1660 PRINT: TAB(4) : "M(3,6) =" : M(3,6) : TAB(28) : "X(3,6) =" : X(3,6)
1670 IF N1<8 THEN 1710
1680 PRINT: TAB(4) : "M(3,7) =" : M(3,7) : TAB(28) : "X(3,7) =" : X(3,7)
1690 IF N1<10 THEN 1710
1700 PRINT: TAB(4) : "M(3,8) =" : M(3,8) : TAB(28) : "X(3,8) =" : X(3,8)
1710 PRINT: TAB(4) : "M(4,1) =" : M(4,1) : TAB(28) : "X(4,1) =" : X(4,1)
1720 PRINT: TAB(4) : "M(4,2) =" : M(4,2) : TAB(28) : "X(4,2) =" : X(4,2)
1730 PRINT: TAB(4) : "M(4,3) =" : M(4,3) : TAB(28) : "X(4,3) =" : X(4,3)
1740 PRINT: TAB(4) : "M(5,1) =" : M(5,1) : TAB(28) : "X(5,1) =" : X(5,1)
1750 PRINT: TAB(4) : "M(5,2) =" : M(5,2) : TAB(28) : "X(5,2) =" : X(5,2)
1760 PRINT: TAB(4) : "M(5,3) =" : M(5,3) : TAB(28) : "X(5,3) =" : X(5,3)
1770 PRINT: TAB(4) : "M(6,1) =" : M(6,1) : TAB(28) : "X(6,1) =" : X(6,1)
1780 PRINT: TAB(4) : "M(6,2) =" : M(6,2) : TAB(28) : "X(6,2) =" : X(6,2)
1790 PRINT: TAB(4) : "M(6,3) =" : M(6,3) : TAB(28) : "X(6,3) =" : X(6,3)
1800 IF N1<8 THEN 1880
1810 PRINT: TAB(4) : "M(7,1) =" : M(7,1) : TAB(28) : "X(7,1) =" : X(7,1)
1820 PRINT: TAB(4) : "M(7,2) =" : M(7,2) : TAB(28) : "X(7,2) =" : X(7,2)
1830 PRINT: TAB(4) : "M(7,3) =" : M(7,3) : TAB(28) : "X(7,3) =" : X(7,3)
1840 IF N1<10 THEN 1880

```

```

1850 PRINT TAB(4) ; "M(8,1) = " ; M(8,1) ; TAB(28) ; "X(8,1) = " ; X(8,1)
1860 PRINT TAB(4) ; "M(8,2) = " ; M(8,2) ; TAB(28) ; "X(8,2) = " ; X(8,2)
1870 PRINT TAB(4) ; "M(8,3) = " ; M(8,3) ; TAB(28) ; "X(8,3) = " ; X(8,3)
1880 PRINT
1890 PRINT TAB(19) ; "REACTIUNI"
1900 PRINT TAB(4) ; "V1      = " ; V1 ; TAB(28) ; "V2      = " ; V2
1910 PRINT TAB(4) ; "V3      = " ; V3 ; TAB(28) ; "V4      = " ; V4
1920 PRINT TAB(4) ; "V5      = " ; V5 ; TAB(28) ; "V6      = " ; V6
1930 IF N1 < 8 THEN 1960
1940 IF N1 < 10 THEN 2940
1950 PRINT TAB(4) ; "V7      = " ; V7 ; TAB(28) ; "V8      = " ; V8
1960 IF I < S THEN 2960
1970 GOTO 4000
1980 READ K6
1990 PRINT TAB(4) ; "K6      = " ; K6
2000 GOTO 570
2010 LET Q0 = 28 * Q1 * L1 * L2 / 27
2020 LET M0 = 81 * Q0 * L2
2030 LET M0 = M0 / (2 * (2 + L0 * (3 * K1 + 4 * K2 + 2 * K3) + 3 * K4 + 4 * K5))
2040 GOTO 720
2050 LET Q0 = 46 * Q1 * L1 * L2 / 45
2060 LET M0 = 90 * Q0 * L2
2070 LET M0 = M0 / (2 + L0 * (3 * K1 + 4 * K2 + 2 * K3) + 8 * K4 + 6 * K5 + 4 * K6)
2080 GOTO 720
2090 LET M0 = 54 * Q0 * L2 / (2 + L0 * (3 * K1 + 4 * K2 + 2 * K3) + 6 * K4 + 4 * K5)
2100 GOTO 720
2110 LET Q0 = 61 * Q1 * L1 * L2 / 60
2120 GOTO 690
2130 LET M0 = 36 * Q0 * L2 / (1 + L0 * (3 * K1 + 2 * K2 + K3) + 3 * K4 + 2 * K5)
2140 GOTO 720
2150 LET M0 = 60 * Q0 * L2
2160 LET M0 = M0 / (1 + L0 * (3 * K1 + 2 * K2 + K3) + 4 * K4 + 3 * K5 + 2 * K6)
2170 GOTO 720
2180 LET X(2,7) = X(6,2)
2190 LET X(7,2) = X(6,2)
2200 LET X(3,7) = X(6,2)
2210 LET X(7,3) = X(6,2)
2220 IF N1 < 10 THEN 810
2230 LET X(2,8) = X(6,2)
2240 LET X(8,2) = X(6,2)
2250 LET X(3,8) = X(6,2)
2260 LET X(8,3) = X(6,2)
2270 LET X(7,1) = (K7 * M0 / L2 - 2 * X(7,2) - X(7,3)) / 3
2280 LET X(8,1) = (M0 / L2 - 2 * X(8,2) - X(8,3)) / 3
2285 LET X(1,8) = Q0 - X(8,1)
2290 LET X(1,7) = Q0 - X(7,1)
2295 GOTO 810
2300 LET X0 = 4 * X(1,5) + 3 * X(1,6) + 2 * X(1,7) + X(1,8)
2310 LET X(1,4) = 2 * (K1 * M0 / L1 - X0) / 5
2320 LET X0 = 4 * X(2,5) + 3 * X(2,6) + 2 * X(2,7) + X(2,8)
2330 LET X(2,4) = 2 * (K2 * M0 / L1 - X0) / 5
2340 LET X0 = 4 * X(3,5) + 3 * X(3,6) + 2 * X(3,7) + X(3,8)
2350 LET X(3,4) = 2 * (K3 * M0 / L1 - X0) / 5
2360 GOTO 980
2370 LET X(6,1) = 2 * (M0 / L2 - 2 * X(6,2) - X(6,3)) / 3
2380 GOTO 870
2390 LET X(6,1) = X(6,1) / 2
2400 GOTO 875
2410 LET X(1,4) = 2 * (K1 * M0 / L1 - 2 * X(1,5) - X(1,6)) / 3
2420 LET X(2,4) = 2 * (K2 * M0 / L1 - 2 * X(2,5) - X(2,6)) / 3
2430 LET X(3,4) = 2 * (K3 * M0 / L1 - 2 * X(3,5) - X(3,6)) / 3
2440 IF N1 < 7 THEN 980

```

```

2450 LET X(1,4)=X(1,4)/2
2460 LET X(2,4)=X(2,4)/2
2470 LET X(3,4)=X(3,4)/2
2480 GOTO 980
2490 LET X(1,7)=00-X(7,1)
2500 GOTO 1030
2510 LET V4=X(4,1)+X(4,2)+X(4,3)
2520 LET V5=X(5,1)+X(5,2)+X(5,3)
2530 LET V6=X(6,1)+X(6,2)+X(6,3)
2540 IF N1<8 THEN 1090
2550 LET V7=X(7,1)+X(7,2)+X(7,3)
2560 GOTO 1090
2570 LET V7=X(7,1)/2+X(7,2)+X(7,3)
2580 GOTO 1100
2590 LET V1=X(1,4)/2+X(1,5)+X(1,6)
2600 LET V2=X(2,4)/2+X(2,5)+X(2,6)
2610 LET V3=X(3,4)/2+X(3,5)+X(3,6)
2620 GOTO 1160
2630 LET V1=X(1,4)+X(1,5)+X(1,6)
2640 LET V2=X(2,4)+X(2,5)+X(2,6)
2650 LET V3=X(3,4)+X(3,5)+X(3,6)
2660 GOTO 1160
2670 LET V1=X(1,4)/2+X(1,5)+X(1,6)+X(1,7)
2680 LET V2=X(2,4)/2+X(2,5)+X(2,6)+X(2,7)
2690 LET V3=X(3,4)/2+X(3,5)+X(3,6)+X(3,7)
2700 GOTO 1160
2710 LET V1=X(1,4)+X(1,5)+X(1,6)+X(1,7)
2720 LET V2=X(2,4)+X(2,5)+X(2,6)+X(2,7)
2730 LET V3=X(3,4)+X(3,5)+X(3,6)+X(3,7)
2740 GOTO 1160
2750 LET M(1,5)=L1*(2*V1-X(1,6))
2760 LET M(1,6)=V1*L1
2770 LET M(6,1)=M0
2780 LET M(2,5)=L1*(2*V2-X(2,6))
2790 LET M(2,6)=V2*L1
2800 LET M(3,5)=L1*(2*V3-X(3,6))
2810 LET M(3,6)=V3*L1
2820 GOTO 1480
2830 LET M(1,5)=L1*(3*V1-X(1,6)-2*X(1,7))
2840 LET M(1,6)=L1*(2*V1-X(1,7))
2850 LET M(2,5)=L1*(3*V2-X(2,6)-2*X(2,7))
2860 LET M(2,6)=L1*(2*V2-X(2,7))
2870 LET M(3,5)=L1*(3*V3-X(3,6)-2*X(3,7))
2880 LET M(3,6)=L1*(2*V3-X(3,7))
2890 LET M(1,7)=V1*L1
2900 LET M(7,1)=M0
2910 LET M(2,7)=V2*L1
2920 LET M(3,7)=V3*L1
2930 GOTO 1480
2940 PRINT TAB(4); "V7      =" ; V7
2950 GOTO 1960
2960 LET I=I+1
2970 GOTO 410
3000 DATA 1
3010 DATA 10,7,2,2,10,1.5,1.25,0,75,2,2,1.5,1.25
4000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR  
 CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE  
 ALCATUIND 6 X 6 ... 10 X 7 CASETE

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
 FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
 SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE

NUMARUL PLANSEELOR ESTE S = 1.00000

PLANSEUL 1.00000

DATE

N1	=	10.0000	N2	=	7.00000
L1	=	2.00000	L2	=	2.00000
Q1	=	10.0000	K1	=	1.50000
K2	=	1.25000	K3	=	.750000
K4	=	2.00000	K5	=	2.00000
K6	=	1.50000	K7	=	1.25000

MOMENTE

M(1,4)	=	318.261
M(1,5)	=	272.292
M(1,6)	=	245.768
M(1,7)	=	203.334
M(1,8)	=	127.305
M(2,4)	=	265.218
M(2,5)	=	293.508
M(2,6)	=	281.132
M(2,7)	=	228.088
M(2,8)	=	134.377
M(3,4)	=	159.131
M(3,5)	=	208.640
M(3,6)	=	217.480
M(3,7)	=	185.654
M(3,8)	=	113.160
M(4,1)	=	424.348
M(4,2)	=	434.956
M(4,3)	=	307.652
M(5,1)	=	424.348
M(5,2)	=	323.568
M(5,3)	=	182.117
M(6,1)	=	318.261
M(6,2)	=	252.842
M(6,3)	=	146.754
M(7,1)	=	265.218
M(7,2)	=	217.480
M(7,3)	=	129.073
M(8,1)	=	212.174
M(8,2)	=	182.116
M(8,3)	=	111.391

FORTE

X(1,4)	=	45.9716
X(1,5)	=	-9.72480
X(1,6)	=	7.95630
X(1,7)	=	16.7972
X(1,8)	=	25.6378
X(2,4)	=	-28.2900
X(2,5)	=	20.3334
X(2,6)	=	20.3334
X(2,7)	=	20.3334
X(2,8)	=	20.3334
X(3,4)	=	-49.5072
X(3,5)	=	20.3334
X(3,6)	=	20.3334
X(3,7)	=	20.3334
X(3,8)	=	20.3334
X(4,1)	=	-5.30490
X(4,2)	=	68.9567
X(4,3)	=	90.1739
X(5,1)	=	50.3915
X(5,2)	=	20.3334
X(5,3)	=	20.3334
X(6,1)	=	32.7104
X(6,2)	=	20.3334
X(6,3)	=	20.3334
X(7,1)	=	23.8695
X(7,2)	=	20.3334
X(7,3)	=	20.3334
X(8,1)	=	15.0289
X(8,2)	=	20.3334
X(8,3)	=	20.3334

REACTIUNI

V1	=	63.6523	V2	=	67.1886
V3	=	56.5800	V4	=	153.822
V5	=	91.0583	V6	=	73.3772
V7	=	64.5363	V8	=	55.6957



## 14. PLANȘEE CASETATE CU GRINZI DIAGONALE

### 14.1. CARACTERISTICI DE ALCĂTUIRE

Planșeele casetate cu grinzi diagonale se identifică prin indicativul  $n_1 \times n_2$ , în care  $n_1$  este numărul de diviziuni ale laturilor lungi, iar  $n_2$  este numărul de diviziuni ale laturilor scurte ale planșeelor ( $n_1 \geq n_2$ ).

În această lucrare sînt considerate 24 de planșee casetate cu grinzi diagonale, separate în două grupuri notate cu I și II, în funcție de numărul de diviziuni de pe direcția laturilor scurte.

*Grupul I* cuprinde 15 planșee mici și mijlocii, la care numărul de diviziuni ale laturilor scurte este cel mult egal cu 3, ( $n_2 \leq 3$ ). Ele au următoarele indicative:  $1 \times 1$ ,  $2 \times 1$ ,  $3 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 2$ ,  $4 \times 2$ ,  $5 \times 2$ ,  $6 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 3$ ,  $5 \times 3$ ,  $6 \times 3$ ,  $7 \times 3$ ,  $8 \times 3$ , și  $9 \times 3$ . Schemele acestor planșee sînt prezentate în figurile 14.1–14.3.

*Grupul II* cuprinde 9 planșee mari, la care numărul de diviziuni ale laturii scurte este egal cu 4, ( $n_2 = 4$ ). Ele au indicativele  $4 \times 4$ ,  $5 \times 4$ ,  $6 \times 4$ ,  $7 \times 4$ ,  $8 \times 4$ ,  $9 \times 4$ ,  $10 \times 4$ ,  $11 \times 4$  și  $12 \times 4$ . Schemele acestor planșee sînt rezentate în figurile 14.4 și 14.5.

### 14.2. ORGANIGrame DE CALCUL

La fiecare dintre planșeele diagonale considerate, încărcarea echivalentă, momentul capabil de referință, forțele nodale, reacțiunile din rezemări și momentele încovoietoare din secțiunile caracteristice ale grinzilor au fost determinate în conformitate cu procedeele de calcul expuse și exemplificate în capitolul 12 pentru acest tip de planșee.

Pe baza rezultatelor obținute au fost elaborate două organigrame de calcul, dintre care prima se referă la planșeele din grupul I (planșee mici și mijlocii cu  $1 \times 1 \dots 9 \times 3$  diviziuni), iar a doua la planșeele din grupul II (planșee mari cu  $4 \times 4 \dots 12 \times 4$  diviziuni).

### 14.3. PROGRAME DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigramele de calcul sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 12.1,

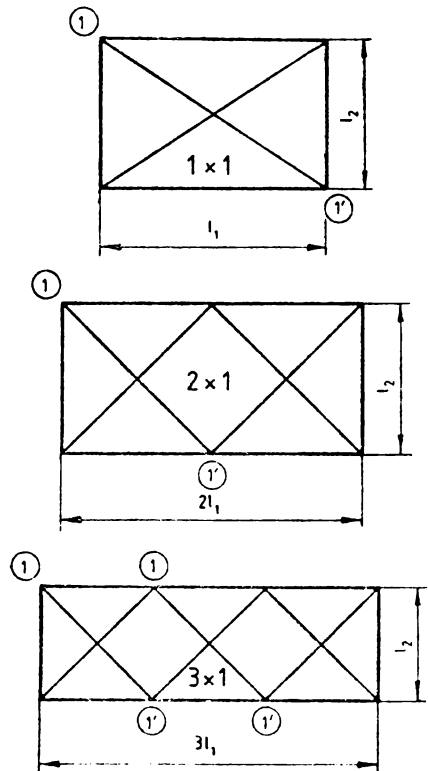


Fig. 14.1

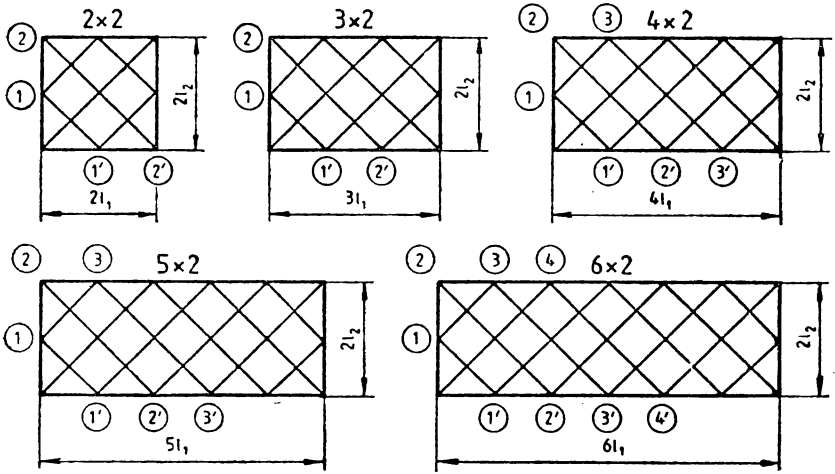


Fig. 14.2

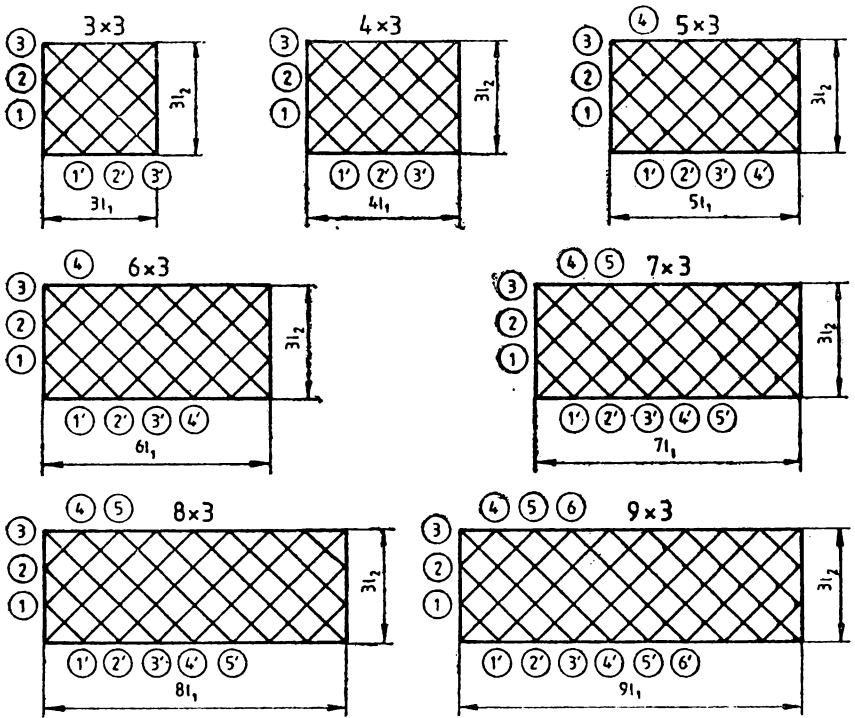


Fig. 14.3

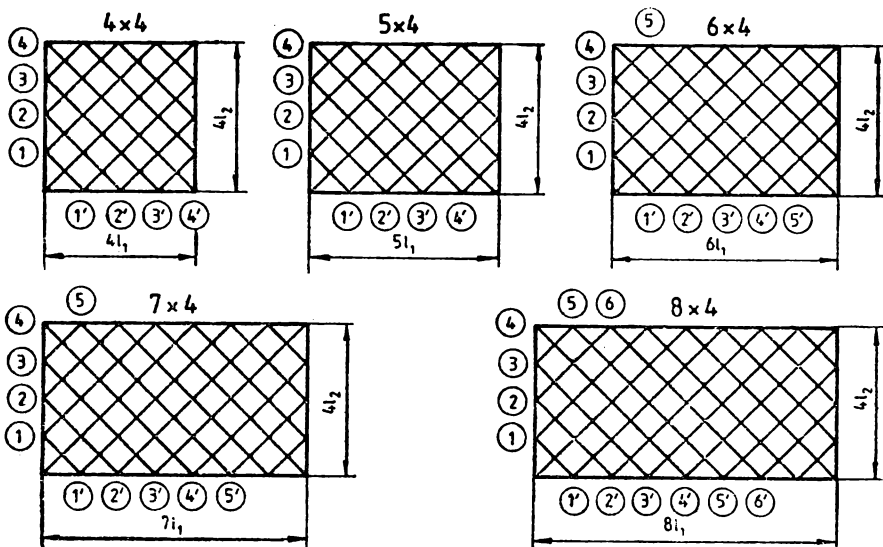


Fig. 14.4

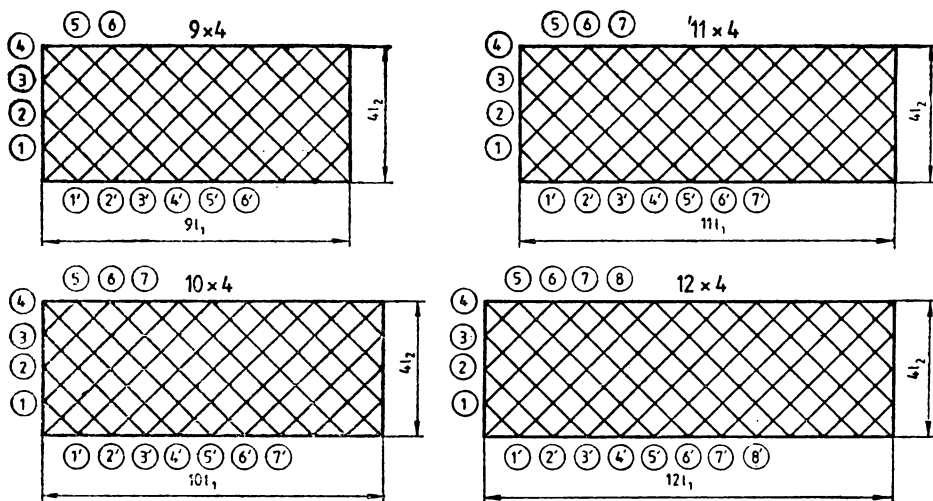


Fig. 14.5

a condus la obținerea programelor de calcul automat cu indicativele *EP-32-03* și *EP-32-04*, listate în anexele 14.1 și 14.3.

*Partea fixă* a programelor este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 3 460 în cazul programului *EP-32-03* și de la 10 la 3 490 în cazul programului *EP-32-04*, în ambele cazuri adăugându-se și instrucțiunea *END* cu eticheta 5 000.

*Partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 3 461 și 4 999 la programul *EP-32-03* și între 3 491 și 4 999 la programul *EP-32-04*.

La ambele programe, prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de planșee diagonale care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare

dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unui singur planșeu, scrise în următoarea ordine :

- $n_1, n_2, l_1, l_2, q$  la planșeele cu  $1 \times 1, 2 \times 1$  și  $3 \times 1$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1$  la planșeele cu  $2 \times 2$  și  $3 \times 2$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2$  la planșeele cu  $4 \times 2, 5 \times 2, 3 \times 3$  și  $4 \times 3$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3$  la planșeele cu  $6 \times 2, 5 \times 3, 6 \times 3, 4 \times 4$  și  $5 \times 4$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4$  la planșeele cu  $7 \times 3, 8 \times 3, 6 \times 4$  și  $7 \times 4$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  la planșeele cu  $9 \times 3, 8 \times 4,$  și  $9 \times 4$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$  la planșeele cu  $10 \times 4,$  și  $11 \times 4$  diviziuni ;
- $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7$  la planșeul cu  $12 \times 4$  diviziuni.

Pentru fiecare planșeu, programul respectiv furnizează :

- valorile momentelor încovoietoare care acționează în secțiunile grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului, situate în dreptul nodurilor rețelei ;
- mărimile forțelor nodale care acționează pe fiecare grindă a rețelei, în dreptul nodurilor acesteia ;
- mărimile reacțiunilor din reazemele grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, primul program a fost aplicat unui număr de 2 planșee, iar cel de al doilea program a fost aplicat unui singur planșeu, caracteristicile de calcul ale acestora fiind date în tabelul 14.1.

Tabelul 14.1

Date	EP-32-03		EP-32-04
	Planșeul 1		Planșeul
	1	2	1
$n_1$	5	9	10
$n_2$	3	3	4
$l_1$	2	2	2
$l_2$	2	2	2
$q$	10	10	10
$k_1$	0,5	0,5	0,5
$k_2$	0,75	0,75	0,75
$k_3$	0,75	0,75	0,75
$k_4$	—	1	1
$k_5$	—	1	1
$k_6$	—	—	1

Partea mobilă a programului EP-32-03 este alcătuită în acest caz din 3 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 4 000, 4 010 și 4 020, iar partea mobilă a programului EP-32-04 este alcătuită din 2 instrucțiuni DATA avînd etichetele 4 000 și 4 010, așa cum se poate vedea în listările conținute de anexele 14.1 și 14.3.

În anexele 14.2 și 14.4 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programelor de calcul pentru cele 3 planșee considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-32-03

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE *
60 REM * ALCATUIND 1 X 1 ... 9 X 3 DIVIZIUNI *
70 REM *
80 REM *****
90 REM *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *
220 REM *****
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *****

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 1 X 1 ... 9 X 3 DIVIZIUNI"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(6,5),X(6,5)
380 READ S
390 PRINT:TAB(5):"NUMARUL PLANSEELOR ESTE S =" :S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT:TAB(16):"PLANSEUL" :I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1
460 LET L3=SQR(L1^2+L2^2)
465 PRINT:TAB(21):"DATE"
470 PRINT:TAB(4):"N1" =":N1: :TAB(28):"N2" =":N2
480 PRINT:TAB(4):"L1" =":L1: :TAB(28):"L2" =":L2
490 PRINT:TAB(4):"L3" =":L3: :TAB(28):"Q1" =":Q1
500 IF N2<2 THEN 620
510 READ K1
520 IF N2<3 THEN 2400
530 READ K2
540 PRINT:TAB(4):"K1" =":K1: :TAB(28):"K2" =":K2
550 IF N2<3 THEN 2430
560 IF N1<5 THEN 680
570 READ K3
580 IF N1<7 THEN 2450
590 READ K4

```

```

600 PRINT: TAB(4): "K3" = "K3: TAB(2A): "K4" = "K4
610 IF N1>8 THEN 2470
620 IF N2>1 THEN 680
630 IF N1<2 THEN 2500
640 IF N1<3 THEN 2520
650 LET Q0=4*Q1*L1*L2/9
660 LET M0=Q0*L3/8
670 IF N2<2 THEN 2820
680 IF N2>2 THEN 760
690 IF N1<3 THEN 2540
700 IF N1<4 THEN 2570
710 IF N1<5 THEN 2600
720 IF N1<6 THEN 2630
730 LET Q0=16*Q1*L1*L2/33
740 LET M0=11*Q0*L3/(4*(1+2*(K1+K2+K3)))
750 IF N2<3 THEN 860
760 IF N1<4 THEN 2660
780 IF N1<5 THEN 2685
790 IF N1<6 THEN 2705
800 IF N1<7 THEN 2730
810 IF N1<8 THEN 2760
820 IF N1<9 THEN 2790
830 LET Q0=36*Q1*L1*L2/73
840 LET M0=73*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5)))
850 IF N2<2 THEN 2820
860 LET X(1,1)=4*K1*M0/L3
870 IF N2>2 THEN 1020
880 LET X(2,1)=Q0-X(1,1)
890 LET X(2,2)=Q0/2
900 IF N1<3 THEN 2840
910 IF N1<4 THEN 2860
920 LET X(2,3)=4*K2*M0/L3-X(2,1)-2*X(2,2)
930 LET X(3,1)=Q0-X(2,3)
940 LET X(3,2)=Q0/2
950 IF N1<5 THEN 2880
960 IF N1<6 THEN 2900
970 LET X(3,3)=4*K3*M0/L3-X(3,1)-2*X(3,2)
980 LET X(4,1)=Q0-X(3,3)
990 LET X(4,2)=Q0/2
1000 LET X(4,3)=X(4,1)
1010 IF N2<3 THEN 1320
1020 LET X(2,1)=Q0/2
1040 LET X(2,3)=Q0/2
1050 LET X(2,2)=(4*K2*M0/L3-X(2,1)-X(2,3))/2
1060 LET X(3,1)=Q0-X(1,1)
1070 LET X(3,2)=Q0-X(2,2)
1080 LET X(3,3)=Q0/2
1090 IF N1<4 THEN 2950
1100 IF N1<5 THEN 2980
1110 LET X(3,5)=Q0/2
1115 LET X0=X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3)+X(3,5)
1120 LET X(3,4)=(4*K3*M0/L3-X0)/2
1130 LET X(4,1)=Q0-X(2,3)
1140 LET X(4,2)=Q0-X(3,4)
1150 LET X(4,3)=Q0/2
1160 IF N1<6 THEN 3010
1170 LET X(4,5)=Q0/2
1180 IF N1<7 THEN 3040
1190 LET X0=X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+X(4,5)
1195 LET X(4,4)=(4*K4*M0/L3-X0)/2
1200 LET X(5,1)=Q0-X(3,5)
1210 LET X(5,2)=Q0-X(4,4)

```

```

1220 LET X(5,3)=Q0/2
1230 IF N1<8 THEN 3060
1240 LET X(5,5)=Q0/2
1250 IF N1<9 THEN 3090
1260 LET X0=X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+X(5,5)
1265 LET X(5,4)=(4*K5*M0/L3-X0)/2
1270 LET X(6,1)=Q0-X(4,5)
1280 LET X(6,2)=Q0-X(5,4)
1290 LET X(6,3)=Q0/2
1300 LET X(6,4)=X(6,2)
1310 LET X(6,5)=X(6,1)
1320 LET V1=X(1,1)/2
1330 LET W1=V1
1340 IF N2<2 THEN 3180
1350 LET V2=(3*X(2,1)+2*X(2,2)+X(2,3))/4
1360 LET W2=(X(2,1)+2*X(2,2)+3*X(2,3))/4
1370 IF N2<3 THEN 3110
1380 LET V3=(5*X(3,1)+4*X(3,2)+3*X(3,3)+2*X(3,4)+X(3,5))/6
1390 LET W3=(X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3)+4*X(3,4)+5*X(3,5))/6
1400 IF N1<5 THEN 1500
1410 LET V4=(5*X(4,1)+4*X(4,2)+3*X(4,3)+2*X(4,4)+X(4,5))/6
1420 LET W4=(X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+4*X(4,4)+5*X(4,5))/6
1430 IF N1<7 THEN 1500
1440 LET V5=(5*X(5,1)+4*X(5,2)+3*X(5,3)+2*X(5,4)+X(5,5))/6
1450 LET W5=(X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+4*X(5,4)+5*X(5,5))/6
1460 IF N1<9 THEN 1500
1470 LET V6=(5*X(6,1)+4*X(6,2)+3*X(6,3)+2*X(6,4)+X(6,5))/6
1480 LET W6=(X(6,1)+2*X(6,2)+3*X(6,3)+4*X(6,4)+5*X(6,5))/6
1490 IF N2<2 THEN 3180
1500 LET M(1,1)=K1*M0
1510 LET M(2,1)=V2*L3/2
1520 IF N2>2 THEN 1650
1540 LET M(2,3)=W2*L3/2
1550 IF N1<4 THEN 3200
1560 LET M(2,2)=K2*M0
1570 LET M(3,1)=V3*L3/2
1580 LET M(3,3)=W3*L3/2
1590 IF N1<6 THEN 3250
1600 LET M(3,2)=K3*M0
1610 LET M(4,1)=V4*L3/2
1620 LET M(4,2)=M0
1630 LET M(4,3)=W4*L3/2
1640 IF N2<3 THEN 1910
1650 LET M(2,2)=K2*M0
1655 LET M(2,3)=W2*L3/2
1660 LET M(3,1)=V3*L3/2
1670 LET M(3,2)=L3*(V3-X(3,1))/2)
1675 LET M(3,4)=L3*(W3-X(3,5))/2)
1680 LET M(3,5)=W3*L3/2
1690 IF N1<5 THEN 3280
1700 LET M(3,3)=K3*M0
1740 LET M(4,1)=V4*L3/2
1750 LET M(4,2)=L3*(V4-X(4,1))/2)
1760 LET M(4,4)=L3*(W4-X(4,5))/2)
1770 LET M(4,5)=W4*L3/2
1780 IF N1<7 THEN 3330
1790 LET M(4,3)=K4*M0
1800 LET M(5,1)=V5*L3/2
1810 LET M(5,2)=L3*(V5-X(5,1))/2)
1820 LET M(5,4)=L3*(W5-X(5,5))/2)
1830 LET M(5,5)=W5*L3/2
1840 IF N1<9 THEN 3350

```

```

1850 LET M(5,3)=K5*H0
1860 LET M(6,1)=V6*L3/2
1870 LET M(6,2)=L3*(V6-X(6,1)/2)
1880 LET M(6,3)=M0
1890 LET M(6,4)=L3*(W6-X(6,5)/2)
1900 LET M(6,5)=W6*L3/2
1910 PRINT
1920 PRINT TAB(8) ; "MOMENTE" ; TAB(33) ; "FORTE"
1930 PRINT TAB(4) ; "M(1,1)=" ; M(1,1) ; TAB(28) ; "X(1,1)=" ; X(1,1)
1940 IF N2<2 THEN 2240
1950 PRINT TAB(4) ; "M(2,1)=" ; M(2,1) ; TAB(28) ; "X(2,1)=" ; X(2,1)
1960 PRINT TAB(4) ; "M(2,2)=" ; M(2,2) ; TAB(28) ; "X(2,2)=" ; X(2,2)
1970 PRINT TAB(4) ; "M(2,3)=" ; M(2,3) ; TAB(28) ; "X(2,3)=" ; X(2,3)
1980 IF N2<3 THEN 3370
1990 PRINT TAB(4) ; "M(3,1)=" ; M(3,1) ; TAB(28) ; "X(3,1)=" ; X(3,1)
2000 PRINT TAB(4) ; "M(3,2)=" ; M(3,2) ; TAB(28) ; "X(3,2)=" ; X(3,2)
2010 PRINT TAB(4) ; "M(3,3)=" ; M(3,3) ; TAB(28) ; "X(3,3)=" ; X(3,3)
2020 IF N2<3 THEN 3390
2030 PRINT TAB(4) ; "M(3,4)=" ; M(3,4) ; TAB(28) ; "X(3,4)=" ; X(3,4)
2040 PRINT TAB(4) ; "M(3,5)=" ; M(3,5) ; TAB(28) ; "X(3,5)=" ; X(3,5)
2050 IF N1<5 THEN 2240
2060 PRINT TAB(4) ; "M(4,1)=" ; M(4,1) ; TAB(28) ; "X(4,1)=" ; X(4,1)
2070 PRINT TAB(4) ; "M(4,2)=" ; M(4,2) ; TAB(28) ; "X(4,2)=" ; X(4,2)
2080 PRINT TAB(4) ; "M(4,3)=" ; M(4,3) ; TAB(28) ; "X(4,3)=" ; X(4,3)
2090 IF N2<3 THEN 2240
2100 PRINT TAB(4) ; "M(4,4)=" ; M(4,4) ; TAB(28) ; "X(4,4)=" ; X(4,4)
2110 PRINT TAB(4) ; "M(4,5)=" ; M(4,5) ; TAB(28) ; "X(4,5)=" ; X(4,5)
2120 IF N1<7 THEN 2240
2130 PRINT TAB(4) ; "M(5,1)=" ; M(5,1) ; TAB(28) ; "X(5,1)=" ; X(5,1)
2140 PRINT TAB(4) ; "M(5,2)=" ; M(5,2) ; TAB(28) ; "X(5,2)=" ; X(5,2)
2150 PRINT TAB(4) ; "M(5,3)=" ; M(5,3) ; TAB(28) ; "X(5,3)=" ; X(5,3)
2160 PRINT TAB(4) ; "M(5,4)=" ; M(5,4) ; TAB(28) ; "X(5,4)=" ; X(5,4)
2170 PRINT TAB(4) ; "M(5,5)=" ; M(5,5) ; TAB(28) ; "X(5,5)=" ; X(5,5)
2180 IF N1<9 THEN 2240
2190 PRINT TAB(4) ; "M(6,1)=" ; M(6,1) ; TAB(28) ; "X(6,1)=" ; X(6,1)
2200 PRINT TAB(4) ; "M(6,2)=" ; M(6,2) ; TAB(28) ; "X(6,2)=" ; X(6,2)
2210 PRINT TAB(4) ; "M(6,3)=" ; M(6,3) ; TAB(28) ; "X(6,3)=" ; X(6,3)
2220 PRINT TAB(4) ; "M(6,4)=" ; M(6,4) ; TAB(28) ; "X(6,4)=" ; X(6,4)
2230 PRINT TAB(4) ; "M(6,5)=" ; M(6,5) ; TAB(28) ; "X(6,5)=" ; X(6,5)
2240 PRINT
2250 PRINT TAB(19) ; "REACTIUNI"
2260 PRINT TAB(4) ; "V1" ; TAB(28) ; "W1" ; TAB(28) ; "W1"
2270 IF N2<2 THEN 2380
2280 PRINT TAB(4) ; "V2" ; TAB(28) ; "W2" ; TAB(28) ; "W2"
2290 IF N2<3 THEN 3410
2300 PRINT TAB(4) ; "V3" ; TAB(28) ; "W3" ; TAB(28) ; "W3"
2310 IF N1<5 THEN 2380
2320 IF N2<3 THEN 3430
2330 PRINT TAB(4) ; "V4" ; TAB(28) ; "W4" ; TAB(28) ; "W4"
2340 IF N1<7 THEN 2380
2350 PRINT TAB(4) ; "V5" ; TAB(28) ; "W5" ; TAB(28) ; "W5"
2360 IF N1<9 THEN 2380
2370 PRINT TAB(4) ; "V6" ; TAB(28) ; "W6" ; TAB(28) ; "W6"
2380 IF I<5 THEN 3450
2390 GOTO 5000
2400 IF N1>3 THEN 530
2410 PRINT TAB(4) ; "K1" ; TAB(28) ; "K1"
2420 GOTO 680
2430 IF N1<6 THEN 680
2440 GOTO 570
2450 PRINT TAB(4) ; "K3" ; TAB(28) ; "K3"
2460 GOTO 680

```



## ANEXA 14.1 (continuare)

```

2470 READ K5
2480 PRINT: TAB(4): "K5      =" : K5
2490 GOTO 660
2500 LET Q0=Q1*L1*L2/3
2510 GOTO 660
2520 LET Q0=5*Q1*L1*L2/12
2530 GOTO 660
2540 LET Q0=4*Q1*L1*L2/9
2550 LET M0=3*Q0*L3/(4*(1+2*K1))
2560 GOTO 860
2570 LET Q0=14*Q1*L1*L2/30
2580 LET M0=5*Q0*L3/(8*(1+K1))
2590 GOTO 860
2600 LET Q0=10*Q1*L1*L2/21
2610 LET M0=7*Q0*L3/(4*(1+2*(K1+K2)))
2620 GOTO 860
2630 LET Q0=13*Q1*L1*L2/27
2640 LET M0=9*Q0*L3/(8*(1+K1+K2))
2650 GOTO 860
2660 LET Q0=9*Q1*L1*L2/19
2670 LET M0=19*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2)))
2680 GOTO 860
2685 LET Q0=27*Q1*L1*L2/56
2690 LET M0=7*Q0*L3/(4*(1+K1+K2))
2700 GOTO 860
2705 LET Q0=36*Q1*L1*L2/74
2710 LET M0=37*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2+K3)))
2720 GOTO 860
2730 LET Q0=45*Q1*L1*L2/92
2740 LET M0=23*Q0*L3/(8*(1+K1+K2+K3))
2750 GOTO 860
2760 LET Q0=54*Q1*L1*L2/110
2770 LET M0=55*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2+K3+K4)))
2780 GOTO 860
2790 LET Q0=63*Q1*L1*L2/128
2800 LET M0=4*Q0*L3/(1+K1+K2+K3+K4)
2810 GOTO 860
2820 LET X(1,1)=Q0/2
2830 GOTO 1320
2840 LET X(2,3)=Q0-X(1,1)
2850 GOTO 1320
2860 LET X(2,3)=Q0/2
2870 GOTO 1320
2880 LET X(3,3)=Q0-X(2,3)
2890 GOTO 1320
2900 LET X(3,3)=Q0/2
2910 GOTO 1320
2950 LET X(3,4)=X(3,2)
2960 LET X(3,5)=X(3,1)
2970 GOTO 1320
2980 LET X(3,4)=Q0/2
2990 LET X(3,5)=Q0-X(2,3)
3000 GOTO 1320
3010 LET X(4,4)=X(4,2)
3020 LET X(4,5)=X(4,1)
3030 GOTO 1320
3040 LET X(4,4)=Q0/2
3050 GOTO 1320
3060 LET X(5,4)=X(5,2)
3070 LET X(5,5)=X(5,1)
3080 GOTO 1320
3090 LET X(5,4)=Q0/2

```

## ANEXA 14.1 (continuare)

```
3100 GOTO 1320
3110 IF N1<4 THEN 1500
3120 LET V3=(3*X(3,1)+2*X(3,2)+X(3,3))/4
3130 LET W3=(X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3))/4
3140 IF N1<6 THEN 1500
3150 LET V4=(3*X(4,1)+2*X(4,2)+X(4,3))/4
3160 LET W4=(X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3))/4
3170 GOTO 1500
3180 LET M(1,1)=M0
3190 GOTO 1910
3200 LET M(2,2)=M0
3220 GOTO 1910
3250 LET M(3,2)=M0
3260 GOTO 1910
3280 LET M(3,3)=M0
3300 GOTO 1910
3330 LET M(4,3)=M0
3340 GOTO 1910
3350 LET M(5,3)=M0
3360 GOTO 1910
3370 IF N1<4 THEN 2240
3380 GOTO 1990
3390 IF N1<6 THEN 2240
3400 GOTO 2060
3410 IF N1<4 THEN 2380
3420 GOTO 2300
3430 IF N1<6 THEN 2380
3440 GOTO 2330
3450 LET I=I+1
3460 GOTO 410
4000 DATA 2
4010 DATA 5,3,2,2,10,0,5,0,75,0,75
4020 DATA 9,3,2,2,10,0,5,0,75,0,75,1,1
5000 END
```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSELOR  
 CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE  
 ALCATUIND 1 X 1 ... 9 X 3 DIVIZIUNI

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
 FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
 SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE

NUMARUL PLANSEELOR ESTE S = 2.00000

PLANSEUL 1.00000

DATE

N1	= 5.00000	N2	= 3.00000
L1	= 2.00000	L2	= 2.00000
L3	= 2.82843	Q1	= 10.00000
K1	= .500000	K2	= .750000
K3	= .750000		

MOMENTE

M(1,1) = 25.4560  
 M(2,1) = 25.9721  
 M(2,2) = 38.1840  
 M(2,3) = 25.9721  
 M(3,1) = -1.83476  
 M(3,2) = 19.7226  
 M(3,3) = 38.1840  
 M(3,4) = 42.8855  
 M(3,5) = 28.3228  
 M(4,1) = 28.8955  
 M(4,2) = 44.0310  
 M(4,3) = 50.9120  
 M(4,4) = 44.0310  
 M(4,5) = 28.8955

FORTE

X(1,1) = 36.0002  
 X(2,1) = 9.72975  
 X(2,2) = 17.2704  
 X(2,3) = 9.72975  
 X(3,1) = -16.5407  
 X(3,2) = 2.18910  
 X(3,3) = 9.72975  
 X(3,4) = 13.6219  
 X(3,5) = 9.72975  
 X(4,1) = 9.72970  
 X(4,2) = 5.83760  
 X(4,3) = 9.72975  
 X(4,4) = 5.83760  
 X(4,5) = 9.72970

REACTIUNI

V1	= 18.0001	W1	= 18.0001
V2	= 18.3650	W2	= 18.3650
V3	= -1.29737	W3	= 20.0272
V4	= 20.4322	W4	= 20.4322

PLANSEUL 2.00000

DATE

N1	= 9.00000	N2	= 3.00000
L1	= 2.00000	L2	= 2.00000
L3	= 2.82843	Q1	= 10.00000
K1	= .500000	K2	= .750000
K3	= .750000	K4	= 1.00000
K5	= 1.00000		

## ANEXA 14.2 (continuare)

MOMENTE		FORTE	
M(1,1)	= 28.2843	X(1,1)	= 39.9999
M(2,1)	= 28.1876	X(2,1)	= 9.86300
M(2,2)	= 42.4265	X(2,2)	= 20.1371
M(2,3)	= 28.1876	X(2,3)	= 9.86300
M(3,1)	= -5.16610	X(3,1)	= -20.2739
M(3,2)	= 18.3395	X(3,2)	= -4.11100
M(3,3)	= 42.4265	X(3,3)	= 9.86300
M(3,4)	= 52.5650	X(3,4)	= 20.8221
M(3,5)	= 33.2567	X(3,5)	= 9.86300
M(4,1)	= 27.6385	X(4,1)	= 9.86300
M(4,2)	= 41.3285	X(4,2)	= -1.09610
M(4,3)	= 56.5686	X(4,3)	= 9.86300
M(4,4)	= 57.8603	X(4,4)	= 16.4386
M(4,5)	= 35.9044	X(4,5)	= 9.86300
M(5,1)	= 29.7049	X(5,1)	= 9.86300
M(5,2)	= 45.4614	X(5,2)	= 3.28740
M(5,3)	= 56.5686	X(5,3)	= 9.86300
M(5,4)	= 53.7274	X(5,4)	= 12.0551
M(5,5)	= 33.8379	X(5,5)	= 9.86300
M(6,1)	= 31.7711	X(6,1)	= 9.86300
M(6,2)	= 49.5937	X(6,2)	= 7.67090
M(6,3)	= 56.5686	X(6,3)	= 9.86300
M(6,4)	= 49.5931	X(6,4)	= 7.67090
M(6,5)	= 31.7708	X(6,5)	= 9.86300

## REACTIUNI

V1	= 20.0000	W1	= 20.0000
V2	= 19.9316	W2	= 19.9316
V3	= -3.65297	W3	= 23.5160
V4	= 19.5433	W4	= 25.3882
V5	= 21.0045	W5	= 23.9270
V6	= 22.4655	W6	= 22.4653

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-32-04

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE *
60 REM * ALCATUIND 4 X 4 ... 12 X 4 DIVIZIUNI *
70 REM *
80 REM *****
90 REM *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *
220 REM *****
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
250 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *****

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 4 X 4 ... 12 X 4 DIVIZIUNI"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(8,7),X(8,7)
380 READ S
390 PRINT:TAB(5);"NUMARUL PLANSEELOR ESTE S ="S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT:TAB(16);"PLANSEUL":I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1,K1,K2,K3
460 LET L3=SQR(L1^2+L2^2)
465 PRINT:TAB(21);"DATE"
470 PRINT:TAB(4);"N1 ="N1:TAB(28);"N2 ="N2
480 PRINT:TAB(4);"L1 ="L1:TAB(28);"L2 ="L2
490 PRINT:TAB(4);"L3 ="L3:TAB(28);"Q1 ="Q1
500 PRINT:TAB(4);"K1 ="K1:TAB(28);"K2 ="K2
510 IF N1<6 THEN 2760
520 READ K4
530 PRINT:TAB(4);"K3 ="K3:TAB(28);"K4 ="K4
540 IF N1<8 THEN 640
550 READ K5
560 IF N1<10 THEN 2780
570 READ K6
580 PRINT:TAB(4);"K5 ="K5:TAB(28);"K6 ="K6
590 IF N1<12 THEN 680

```

```

600 READ K7
610 PRINT: TAB(4) "K7      =" K7
620 IF N1<5 THEN 2800
630 IF N1<6 THEN 2830
640 IF N1<7 THEN 2860
650 IF N1<8 THEN 2890
660 IF N1<9 THEN 2920
670 IF N1<10 THEN 2950
680 IF N1<11 THEN 2980
690 IF N1<12 THEN 3020
700 LET Q0=64*Q1*L1*L2/129
710 LET M0=43*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5+K6+K7)))
730 LET X(1,1)=4*K1*M0/L3
740 LET X(2,1)=Q0/2
745 LET X(2,3)=X(2,1)
750 LET X(3,1)=X(2,1)
760 LET X(3,2)=X(2,1)
765 LET X(3,4)=X(2,1)
770 LET X(3,5)=X(2,1)
780 LET X(4,1)=Q0-X(1,1)
790 LET X(4,4)=X(2,1)
800 LET X(2,2)=(4*K2*M0/L3-X(2,1)-X(2,3))/2
820 LET X0=X(3,1)+2*X(3,2)+2*X(3,4)+X(3,5)
830 LET X(3,3)=(4*K3*M0/L3-X0)/3
840 LET X(4,2)=Q0-X(2,2)
850 LET X(4,3)=Q0-X(3,3)
860 IF N1<5 THEN 3120
865 LET X(4,6)=X(2,1)
870 LET X(4,7)=X(2,1)
880 IF N1<6 THEN 3150
890 LET X0=X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+4*X(4,4)
900 LET X(4,5)=(4*K4*M0/L3-X0-2*X(4,6)-X(4,7))/3
910 LET X(5,1)=Q0-X(2,3)
920 LET X(5,2)=Q0-X(3,4)
950 LET X(5,3)=Q0-X(4,5)
960 LET X(5,4)=X(2,1)
970 IF N1<7 THEN 3190
980 LET X(5,6)=X(2,1)
990 LET X(5,7)=X(2,1)
1000 IF N1<8 THEN 3230
1010 LET X0=X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+4*X(5,4)
1020 LET X(5,5)=(4*K5*M0/L3-X0-2*X(5,6)-X(5,7))/3
1030 LET X(6,3)=Q0-X(5,5)
1040 LET X(6,4)=X(2,1)
1050 LET X(6,6)=X(2,1)
1060 LET X(6,7)=X(2,1)
1070 IF N1<9 THEN 3250
1080 LET X(6,1)=X(2,1)
1090 LET X(6,2)=X(2,1)
1100 IF N1<10 THEN 3290
1105 LET X0=X(6,1)+2*X(6,2)+3*X(6,3)+4*X(6,4)
1110 LET X(6,5)=(4*K6*M0/L3-X0-2*X(6,6)-X(6,7))/3
1120 LET X(7,1)=X(2,1)
1130 LET X(7,2)=X(2,1)
1140 LET X(7,3)=Q0-X(6,5)
1150 LET X(7,4)=X(2,1)
1160 LET X(7,6)=X(2,1)
1170 LET X(7,7)=X(2,1)
1180 IF N1<11 THEN 3310
1190 IF N1<12 THEN 3330
1195 LET X0=X(7,1)+2*X(7,2)+3*X(7,3)+4*X(7,4)
1200 LET X(7,5)=(4*K7*M0/L3-X0-2*X(7,6)-X(7,7))/3

```

```

1210 LET X(8,1)=X(2,1)
1220 LET X(8,2)=X(2,1)
1230 LET X(8,3)=Q0-X(7,5)
1240 LET X(8,4)=X(2,1)
1250 LET X(8,5)=X(8,3)
1260 LET X(8,6)=X(2,1)
1270 LET X(8,7)=X(2,1)
1280 LET V1=X(1,1)/2
1290 LET W1=V1
1300 LET V2=(3*X(2,1)+2*X(2,2)+X(2,3))/4
1310 LET W2=(X(2,1)+2*X(2,2)+3*X(2,3))/4
1320 LET V3=(5*X(3,1)+4*X(3,2)+3*X(3,3)+2*X(3,4)+X(3,5))/6
1330 LET W3=(X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3)+4*X(3,4)+5*X(3,5))/6
1340 LET V0=7*X(4,1)+6*X(4,2)+5*X(4,3)+4*X(4,4)
1350 LET V4=(V0+3*X(4,5)+2*X(4,6)+X(4,7))/8
1360 LET W0=X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+4*X(4,4)
1370 LET W4=(W0+5*X(4,5)+6*X(4,6)+7*X(4,7))/8
1380 IF N1<6 THEN 1580
1390 LET V0=7*X(5,1)+6*X(5,2)+5*X(5,3)+4*X(5,4)
1400 LET V5=(V0+3*X(5,5)+2*X(5,6)+X(5,7))/8
1410 LET W0=X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+4*X(5,4)
1420 LET W5=(W0+5*X(5,5)+6*X(5,6)+7*X(5,7))/8
1430 IF N1<8 THEN 1580
1440 LET V0=7*X(6,1)+6*X(6,2)+5*X(6,3)+4*X(6,4)
1450 LET V6=(V0+3*X(6,5)+2*X(6,6)+X(6,7))/8
1460 LET W0=X(6,1)+2*X(6,2)+3*X(6,3)+4*X(6,4)
1470 LET W6=(W0+5*X(6,5)+6*X(6,6)+7*X(6,7))/8
1480 IF N1<10 THEN 1580
1490 LET V0=7*X(7,1)+6*X(7,2)+5*X(7,3)+4*X(7,4)
1500 LET V7=(V0+3*X(7,5)+2*X(7,6)+X(7,7))/8
1510 LET W0=X(7,1)+2*X(7,2)+3*X(7,3)+4*X(7,4)
1520 LET W7=(W0+5*X(7,5)+6*X(7,6)+7*X(7,7))/8
1530 IF N1<12 THEN 1580
1540 LET V0=7*X(8,1)+6*X(8,2)+5*X(8,3)+4*X(8,4)
1550 LET V8=(V0+3*X(8,5)+2*X(8,6)+X(8,7))/8
1560 LET W0=X(8,1)+2*X(8,2)+3*X(8,3)+4*X(8,4)
1570 LET W8=(W0+5*X(8,5)+6*X(8,6)+7*X(8,7))/8
1580 LET M(1,1)=K1*M0
1590 LET M(2,1)=V2*L3/2
1600 LET M(2,2)=K2*M0
1605 LET M(2,3)=W2*L3/2
1610 LET M(3,1)=V3*L3/2
1620 LET M(3,2)=L3*(V3-X(3,1))/2
1630 LET M(3,3)=K3*M0
1635 LET M(3,4)=L3*(W3-X(3,5))/2
1640 LET M(3,5)=W3*L3/2
1650 LET M(4,1)=V4*L3/2
1660 LET M(4,2)=L3*(V4-X(4,1))/2
1670 LET M(4,3)=L3*(3*V4-2*X(4,1)-X(4,2))/2
1675 LET M(4,5)=L3*(3*W4-X(4,6)-2*X(4,7))/2
1680 LET M(4,6)=L3*(W4-X(4,7))/2
1690 LET M(4,7)=W4*L3/2
1740 IF N1<6 THEN 3370
1750 LET M(4,4)=K4*M0
1760 LET M(5,1)=V5*L3/2
1770 LET M(5,2)=L3*(V5-X(5,1))/2
1780 LET M(5,3)=L3*(3*V5-2*X(5,1)-X(5,2))/2
1790 LET M(5,5)=L3*(3*W5-X(5,6)-2*X(5,7))/2
1800 LET M(5,6)=L3*(W5-X(5,7))/2
1810 LET M(5,7)=W5*L3/2
1830 IF N1<8 THEN 3420
1840 LET M(5,4)=K5*M0

```

```

1850 LET M(6,1)=V6*L3/2
1860 LET M(6,2)=L3*(V6-X(6,1))/2
1870 LET M(6,3)=L3*(3*V6-2*X(6,1)-X(6,2))/2
1880 LET M(6,5)=L3*(3*W6-X(6,6)-2*X(6,7))/2
1890 LET M(6,6)=L3*(W6-X(6,7))/2
1900 LET M(6,7)=W6*L3/2
1920 IF N1<10 THEN 3440
1930 LET M(6,4)=K6*M0
1940 LET M(7,1)=V7*L3/2
1950 LET M(7,2)=L3*(V7-X(7,1))/2
1960 LET M(7,3)=L3*(3*V7-2*X(7,1)-X(7,2))/2
1970 LET M(7,5)=L3*(3*W7-X(7,6)-2*X(7,7))/2
1980 LET M(7,6)=L3*(W7-X(7,7))/2
1990 LET M(7,7)=W7*L3/2
2010 IF N1<12 THEN 3460
2020 LET M(7,4)=K7*M0
2030 LET M(8,1)=V8*L3/2
2040 LET M(8,2)=L3*(V8-X(8,1))/2
2050 LET M(8,3)=L3*(3*V8-2*X(8,1)-X(8,2))/2
2060 LET M(8,4)=M0
2070 LET M(8,5)=L3*(3*W8-X(8,6)-2*X(8,7))/2
2080 LET M(8,6)=L3*(W8-X(8,7))/2
2090 LET M(8,7)=W8*L3/2
2100 PRINT
2110 PRINT:TAB(8):"MOMENTE";TAB(33):"FORTE"
2120 PRINT:TAB(4):"M(1,1)=",M(1,1);TAB(28):"X(1,1)=",X(1,1)
2130 PRINT:TAB(4):"M(2,1)=",M(2,1);TAB(28):"X(2,1)=",X(2,1)
2140 PRINT:TAB(4):"M(2,2)=",M(2,2);TAB(28):"X(2,2)=",X(2,2)
2150 PRINT:TAB(4):"M(2,3)=",M(2,3);TAB(28):"X(2,3)=",X(2,3)
2160 PRINT:TAB(4):"M(3,1)=",M(3,1);TAB(28):"X(3,1)=",X(3,1)
2170 PRINT:TAB(4):"M(3,2)=",M(3,2);TAB(28):"X(3,2)=",X(3,2)
2180 PRINT:TAB(4):"M(3,3)=",M(3,3);TAB(28):"X(3,3)=",X(3,3)
2190 PRINT:TAB(4):"M(3,4)=",M(3,4);TAB(28):"X(3,4)=",X(3,4)
2200 PRINT:TAB(4):"M(3,5)=",M(3,5);TAB(28):"X(3,5)=",X(3,5)
2210 PRINT:TAB(4):"M(4,1)=",M(4,1);TAB(28):"X(4,1)=",X(4,1)
2220 PRINT:TAB(4):"M(4,2)=",M(4,2);TAB(28):"X(4,2)=",X(4,2)
2230 PRINT:TAB(4):"M(4,3)=",M(4,3);TAB(28):"X(4,3)=",X(4,3)
2240 PRINT:TAB(4):"M(4,4)=",M(4,4);TAB(28):"X(4,4)=",X(4,4)
2250 PRINT:TAB(4):"M(4,5)=",M(4,5);TAB(28):"X(4,5)=",X(4,5)
2260 PRINT:TAB(4):"M(4,6)=",M(4,6);TAB(28):"X(4,6)=",X(4,6)
2270 PRINT:TAB(4):"M(4,7)=",M(4,7);TAB(28):"X(4,7)=",X(4,7)
2280 IF N1<6 THEN 2600
2290 PRINT:TAB(4):"M(5,1)=",M(5,1);TAB(28):"X(5,1)=",X(5,1)
2300 PRINT:TAB(4):"M(5,2)=",M(5,2);TAB(28):"X(5,2)=",X(5,2)
2310 PRINT:TAB(4):"M(5,3)=",M(5,3);TAB(28):"X(5,3)=",X(5,3)
2320 PRINT:TAB(4):"M(5,4)=",M(5,4);TAB(28):"X(5,4)=",X(5,4)
2330 PRINT:TAB(4):"M(5,5)=",M(5,5);TAB(28):"X(5,5)=",X(5,5)
2340 PRINT:TAB(4):"M(5,6)=",M(5,6);TAB(28):"X(5,6)=",X(5,6)
2350 PRINT:TAB(4):"M(5,7)=",M(5,7);TAB(28):"X(5,7)=",X(5,7)
2360 IF N1<8 THEN 2600
2370 PRINT:TAB(4):"M(6,1)=",M(6,1);TAB(28):"X(6,1)=",X(6,1)
2380 PRINT:TAB(4):"M(6,2)=",M(6,2);TAB(28):"X(6,2)=",X(6,2)
2390 PRINT:TAB(4):"M(6,3)=",M(6,3);TAB(28):"X(6,3)=",X(6,3)
2400 PRINT:TAB(4):"M(6,4)=",M(6,4);TAB(28):"X(6,4)=",X(6,4)
2410 PRINT:TAB(4):"M(6,5)=",M(6,5);TAB(28):"X(6,5)=",X(6,5)
2420 PRINT:TAB(4):"M(6,6)=",M(6,6);TAB(28):"X(6,6)=",X(6,6)
2430 PRINT:TAB(4):"M(6,7)=",M(6,7);TAB(28):"X(6,7)=",X(6,7)
2440 IF N1<10 THEN 2600
2450 PRINT:TAB(4):"M(7,1)=",M(7,1);TAB(28):"X(7,1)=",X(7,1)
2460 PRINT:TAB(4):"M(7,2)=",M(7,2);TAB(28):"X(7,2)=",X(7,2)
2470 PRINT:TAB(4):"M(7,3)=",M(7,3);TAB(28):"X(7,3)=",X(7,3)
2480 PRINT:TAB(4):"M(7,4)=",M(7,4);TAB(28):"X(7,4)=",X(7,4)

```



```

2490 PRINT:TAB(4):"M(7,5)=":M(7,5):TAB(28):"X(7,5)=":X(7,5)
2500 PRINT:TAB(4):"M(7,6)=":M(7,6):TAB(28):"X(7,6)=":X(7,6)
2510 PRINT:TAB(4):"M(7,7)=":M(7,7):TAB(28):"X(7,7)=":X(7,7)
2520 IF N1<12 THEN 2600
2530 PRINT:TAB(4):"M(8,1)=":M(8,1):TAB(28):"X(8,1)=":X(8,1)
2540 PRINT:TAB(4):"M(8,2)=":M(8,2):TAB(28):"X(8,2)=":X(8,2)
2550 PRINT:TAB(4):"M(8,3)=":M(8,3):TAB(28):"X(8,3)=":X(8,3)
2560 PRINT:TAB(4):"M(8,4)=":M(8,4):TAB(28):"X(8,4)=":X(8,4)
2570 PRINT:TAB(4):"M(8,5)=":M(8,5):TAB(28):"X(8,5)=":X(8,5)
2580 PRINT:TAB(4):"M(8,6)=":M(8,6):TAB(28):"X(8,6)=":X(8,6)
2590 PRINT:TAB(4):"M(8,7)=":M(8,7):TAB(28):"X(8,7)=":X(8,7)
2600 PRINT
2610 PRINT:TAB(19):"REACTIONI"
2620 PRINT:TAB(4):"V1=":V1:TAB(28):"W1=":W1
2630 PRINT:TAB(4):"V2=":V2:TAB(28):"W2=":W2
2640 PRINT:TAB(4):"V3=":V3:TAB(28):"W3=":W3
2650 PRINT:TAB(4):"V4=":V4:TAB(28):"W4=":W4
2660 IF N1<6 THEN 2740
2670 PRINT:TAB(4):"V5=":V5:TAB(28):"W5=":W5
2680 IF N1<8 THEN 2740
2690 PRINT:TAB(4):"V6=":V6:TAB(28):"W6=":W6
2700 IF N1<10 THEN 2740
2710 PRINT:TAB(4):"V7=":V7:TAB(28):"W7=":W7
2720 IF N1<12 THEN 2740
2730 PRINT:TAB(4):"V8=":V8:TAB(28):"W8=":W8
2740 IF I<S THEN 3480
2750 GOTO 5000
2760 PRINT:TAB(4):"K3=":K3
2770 GOTO 620
2780 PRINT:TAB(4):"K5=":K5
2790 GOTO 660
2800 LET Q0=16*Q1*L1*L2/33
2810 LET M0=11*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3)))
2820 GOTO 730
2830 LET Q0=22*Q1*L1*L2/45
2840 LET M0=15*Q0*L3/(4*(1+K1+K2+K3))
2850 GOTO 730
2860 LET Q0=28*Q1*L1*L2/57
2870 LET M0=19*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4)))
2880 GOTO 730
2890 LET Q0=34*Q1*L1*L2/69
2900 LET M0=23*Q0*L3/(4*(1+K1+K2+K3+K4))
2910 GOTO 730
2920 LET Q0=40*Q1*L1*L2/81
2930 LET M0=27*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5)))
2940 GOTO 730
2950 LET Q0=46*Q1*L1*L2/93
2960 LET M0=31*Q0*L3/(4*(1+K1+K2+K3+K4+K5))
2970 GOTO 730
2980 LET Q0=52*Q1*L1*L2/105
2990 LET M0=35*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5+K6)))
3010 GOTO 730
3020 LET Q0=58*Q1*L1*L2/117
3030 LET M0=117*Q0*L3/(12*(1+K1+K2+K3+K4+K5+K6))
3050 GOTO 730
3120 LET X(4,5)=X(4,3)
3130 LET X(4,6)=X(4,2)
3135 LET X(4,7)=X(4,1)
3140 GOTO 1280
3150 LET X(4,5)=X(2,1)
3180 GOTO 1280
3190 LET X(5,5)=X(5,3)

```

## ANEXA 14.3 (continuare)

```
3200 LET X(5,6)=X(5,2)
3210 LET X(5,7)=X(5,1)
3220 GOTO 1280
3230 LET X(5,5)=X(2,1)
3240 GOTO 1280
3250 LET X(6,1)=00-X(3,5)
3260 LET X(6,2)=00-X(4,6)
3270 LET X(6,5)=00-X(5,5)
3280 GOTO 1280
3290 LET X(6,5)=X(2,1)
3300 GOTO 1280
3310 LET X(7,5)=X(7,3)
3320 GOTO 1280
3330 LET X(7,5)=X(2,1)
3340 GOTO 1280
3370 LET M(4,4)=M0
3390 GOTO 2100
3420 LET M(5,4)=M0
3430 GOTO 2100
3440 LET M(6,4)=M0
3450 GOTO 2100
3460 LET M(7,4)=M0
3470 GOTO 2100
3480 LET I=I+1
3490 GOTO 410
4000 DATA 1
4010 DATA 10,4,2,2,10,0,5,0,75,0,75,1,1,1
5000 END
```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR  
 CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE  
 ALCATUIND 4 X 4 ... 12 X 4 DIVIZIUNI

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
 FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
 SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE INCOVOTETOARE

NUMARUL PLANSEELOR ESTE S = 1.00000

PLANSEUL 1.00000

DATE

N1	= 10.00000	N2	= 4.00000
L1	= 2.00000	L2	= 2.00000
L3	= 2.87843	Q1	= 10.00000
K1	= .500000	K2	= .750000
K3	= .750000	K4	= 1.00000
K5	= 1.00000	K6	= 1.00000

MOMENTE

M(1,1) = 44.5691  
 M(2,1) = 40.4307  
 M(2,2) = 66.8537  
 M(2,3) = 40.4307  
 M(3,1) = 36.2923  
 M(3,2) = 58.5771  
 M(3,3) = 66.8537  
 M(3,4) = 58.5765  
 M(3,5) = 36.2920  
 M(4,1) = -33.1082  
 M(4,2) = -5.09315  
 M(4,3) = 47.7530  
 M(4,4) = 89.1382  
 M(4,5) = 116.515  
 M(4,6) = 91.6847  
 M(4,7) = 52.8460  
 M(5,1) = 33.7452  
 M(5,2) = 53.4828  
 M(5,3) = 59.2135  
 M(5,4) = 89.1382  
 M(5,5) = 105.055  
 M(5,6) = 84.0440  
 M(5,7) = 49.0258  
 M(6,1) = 37.5658  
 M(6,2) = 61.1241  
 M(6,3) = 70.6750  
 M(6,4) = 89.1382  
 M(6,5) = 93.5935  
 M(6,6) = 76.4032  
 M(6,7) = 45.2054  
 M(7,1) = 41.3876  
 M(7,2) = 68.7676  
 M(7,3) = 82.1405  
 M(7,4) = 89.1382  
 M(7,5) = 82.1400  
 M(7,6) = 68.7673  
 M(7,7) = 41.3875

FORTE

X(1,1) = 63.0300  
 X(2,1) = 9.90475  
 X(2,2) = 37.3679  
 X(2,3) = 9.90475  
 X(3,1) = 9.90475  
 X(3,2) = 9.90475  
 X(3,3) = 11.7056  
 X(3,4) = 9.90475  
 X(3,5) = 9.90475  
 X(4,1) = -43.2205  
 X(4,2) = -17.5584  
 X(4,3) = 8.10390  
 X(4,4) = 9.90475  
 X(4,5) = 36.9173  
 X(4,6) = 9.90475  
 X(4,7) = 9.90475  
 X(5,1) = 9.90470  
 X(5,2) = 9.90470  
 X(5,3) = -17.1078  
 X(5,4) = 9.90475  
 X(5,5) = 26.1117  
 X(5,6) = 9.90475  
 X(5,7) = 9.90475  
 X(6,1) = 9.90475  
 X(6,2) = 9.90475  
 X(6,3) = -6.30720  
 X(6,4) = 9.90475  
 X(6,5) = 15.3067  
 X(6,6) = 9.90475  
 X(6,7) = 9.90475  
 X(7,1) = 9.90475  
 X(7,2) = 9.90475  
 X(7,3) = 4.50330  
 X(7,4) = 9.90475  
 X(7,5) = 4.50330  
 X(7,6) = 9.90475  
 X(7,7) = 9.90475

REACTIUNI

V1	= 31.5150	W1	= 31.5150
V2	= 28.5888	W2	= 28.5888
V3	= 25.6625	W3	= 25.6623
V4	= -23.4110	W4	= 37.3678
V5	= 23.8614	W5	= 34.6664
V6	= 26.5630	W6	= 31.9650
V7	= 29.2654	W7	= 29.2653

## **Partea a cincea. PLĂCI PLANE ȘI PLĂCI CURBE SUBȚIRI**

---

### **15. PROBLEMĂ DE CONLUCRARE ÎN STRUCTURI CU PLĂCI CURBE SUBȚIRI**

Schimbarea tehnologiei de ridicare a unui capac de rezervor interior a impus verificarea comportării cupolei (constituind capacul) și a inelului de ridicare. Deoarece prinderea de cupolă a inelului de ridicare s-a făcut în 32 puncte, s-a admis în mod justificat că rezemarea este continuă\*.

Calculul a fost făcut utilizând teoria plăcilor curbe subțiri de rotație.

#### **15.1. INTRODUCERE**

La o placă curbă subțire de rotație, legată cu elemente similare (alte plăci curbe subțiri de rotație, inele, centuri), deplasările radiale și unghiulare nu pot fi neglijate; rezemarea plăcii este o încadrare elastică, al cărei grad depinde de forma și de dimensiunile elementelor în contact.

Datorită simetriei stării de eforturi și de deformații în raport cu axa de rotație, studiul poate fi redus la o secțiune transversală (diametrală), tratarea fiind asemănătoare celei din statica sistemelor de bare. Prin utilizarea metodei eforturilor sau metodei deplasărilor, pot fi determinate valorile necunoscutele marginale corespunzătoare momentelor la noduri din teoria cadrelor. Odată cunoscute aceste valori, fiecare element poate fi tratat separat, după metodele amintite mai înainte.

Dificultatea problemei constă în faptul că nodurile nu sînt fixe astfel încît necunoscutele sînt atît rotiri, cît și deplasări liniare (radiale).

Pentru a ajunge la un sistem de ecuații canonice trebuie să se determine anumiți coeficienți de influență; aceștia au o anumită semnificație fizică, după cum se lucrează cu metoda eforturilor sau cu metoda deplasărilor.

Avantajul față de sistemele de bare constă în faptul că, în cazul de față, amortizarea perturbațiilor este atît de puternică, încît este suficient studiul local al fiecărui nod.

---

\* Această ipoteză este admisibilă pentru  $n \geq 10 \dots 12$  puncte de prindere echidistante

Este mai comod să se plece de la relațiile date prin metoda eforturilor însă se aleg ca necunoscute finale deplasările comune ale elementelor în contact [27].

## 15.2. METODA EFORTURILOR

Este cunoscut că, în metoda eforturilor, ecuațiile canonice exprimă continuitatea deformațiilor. Necunoscutele sînt eforturi și momente, iar coeficienții de influență reprezintă deplasări radiale, respectiv rotații.

Separînd dintr-o structură de rotație complexă o placă curbă subțire, se disting următoarele trei cazuri elementare de solicitare ale marginii inferioare :

- a) acțiunea încărcărilor exterioare în ipoteza că marginea inferioară este liberă de orice legături ;
- b) acțiunea unor eforturi radiale  $R$  la marginea inferioară ;
- c) acțiunea unor momente meridiane  $M$  la marginea inferioară.

Primul caz a) reprezintă o solicitare static determinată, care poate fi reprezentată printr-o soluție particulară din teoria incovoierii sau, cu o foarte bună aproximație, de soluția de membrană ; celelalte două cazuri b) și c) reprezintă acțiunea necunoscutelor static nedeterminate pentru a restabili egalitatea de deformații radiale și de rotații ale plăcii curbe considerate și ale celorlalte elemente în contact. Fie

$\chi_R$  — rotirea marginii inferioare cînd pe conturul respectiv acționează eforturile static nedeterminate  $R = 1$  (fig. 15.1, a) ;

$\xi_R$  — deplasarea radială în cazul de solicitare precedent (fig. 15.1, a) ;

$\chi_M$  — rotirea marginii inferioare cînd pe conturul respectiv acționează momentele static nedeterminate  $M = 1$  (fig. 15.1, b) ;

$\xi_M$  — deplasarea radială în cazul de solicitare precedent (fig. 15.1, b) ;

$\chi_0, \xi_0$  — deformațiile datorite cazului static determinat.

Valorile  $\chi_R, \chi_M, \xi_R, \xi_M$  reprezintă coeficienții de influență. Conform teoremei reciprocității după Maxwell-Betti, este satisfăcută relația

$$\xi_M = \chi_R. \quad (15.1)$$

Aplicînd principiul suprapunerii efectelor, deplasările totale ale cercului paralel inferior se scriu :

$$\xi = R\xi_R + M\xi_M + \xi_0. \quad (15.2)$$

$$\chi = R\chi_R + M\chi_M + \chi_0.$$

Ca o aplicație directă a relațiilor precedente poate fi studiat cazul încadrării perfecte. Pentru aceasta este suficient să se considere  $\xi = 0$  și  $\chi = 0$  în (15.2).

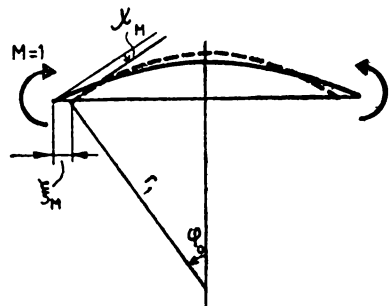
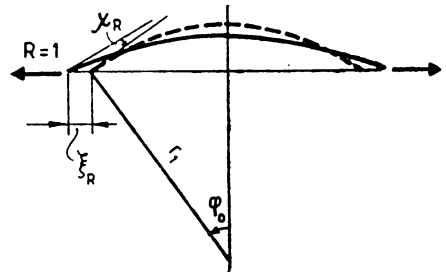


Fig. 15.1

Necunoscutele  $R$  și  $M$ , cu noile notații  $\mathcal{R}$  și respectiv  $\mathcal{M}$ , rezultă sub forma generală

$$R = \mathcal{R} = - \frac{\xi_0 \chi_M - \chi_0 \xi_M}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M}, \quad (15.3)$$

$$M = \mathcal{M} = - \frac{\chi_0 \xi_R - \xi_0 \chi_R}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M}.$$

Se recunoaște că, în cazul legăturii a mai mult de două elemente, numărul necunoscutelor crește și rezolvarea problemei devine foarte laborioasă.

### 15.3. METODA DEPLASĂRILOR

În metoda deplasărilor numărul necunoscutelor poate fi redus la numai două ținând seama că, la un nod, deplasarea radială și rotirea sînt identice oricare ar fi numărul elementelor în contact.

Se pleacă de la relațiile generale (15.2) în care, considerînd necunoscute pe  $R$  și  $M$ , se obține în funcție de  $\xi$  și  $\chi$ :

$$R = \frac{\chi_M}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} \xi - \frac{\xi_M}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} \chi - \frac{\xi_0 \chi_M - \chi_0 \xi_M}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M},$$

$$M = \frac{\xi_R}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} \chi = \frac{\chi_R}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} \xi - \frac{\chi_0 \xi_R - \xi_0 \chi_R}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M}. \quad (15.4)$$

Se observă că termenii liberi reprezintă tocmai mărimile  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{M}$  date de relațiile (15.3) pentru cazul încăstrării perfecte.

Se introduce, ca și în statica sistemelor de bare, noțiunea de rigiditate. Fiind vorba de relații de legătură între eforturi și deformații, intervine și modulul de elasticitate  $E$ . Pentru comoditatea calculului este indicat să se considere  $E = 1$ , atît timp cît nu trebuie calculată adevărata mărime a deplasărilor. Valorile rigidităților care se obțin pentru  $E = 1$  sînt numite în cele ce urmează *rigidități practice*. Se definesc astfel (fig. 15.2):

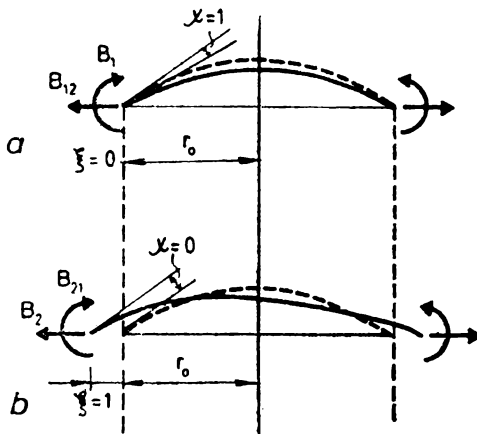


Fig. 15.2

a) rigiditatea la rotire  $B_1$  — momentele uniform distribuite pe contur, care produc o rotire unitate a elementului considerat, deplasările radiale fiind împiedicate (fig. 15.2, a);

b)  $B_{12}$  — eforturile radiale care apar în situația de la punctul a);

c) rigiditatea la translație  $B_2$  — eforturile radiale uniform distribuite pe contur, care produc o deplasare radială unitate, rotațiile fiind împiedicate (fig. 15.2, b);

d)  $B_{21} = B_{12}$  — momentele uniform distribuite care apar în situația de la punctul c).

Pentru deducerea expresiilor rigidităților practice se înlătură în primul rând încărcarea exterioară ; pentru aceasta se anulează termenii liberi în relațiile (15.4).

Se consideră mai departe  $\chi = 1$  și  $\xi = 0$ . În această situație, din relațiile (15.4) rezultă (fig. 15.2, a) :

$$M = \frac{\xi_R}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} = B_1 ; \quad R = - \frac{\xi_V}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} = B_{12}. \quad (15.5)$$

Analog se consideră  $\xi = 1$  și  $\chi = 0$ . În această situație, din relațiile (15.4) rezultă (fig. 15.2, b) :

$$R = \frac{\chi_M}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} = B_2 ; \quad M = - \frac{\chi_R}{\xi_R \chi_M - \chi_R \xi_M} = B_{21} = B_{12}. \quad (15.6)$$

Cu noile notații (15.5), (15.6), (15.3), relațiile (15.4) se scriu

$$M = B_1 \chi + B_{21} \xi + \mathcal{M} ; \quad (15.7)$$

$$R = B_2 \xi + B_{12} \chi + \mathcal{R}.$$

Observînd că expresiile eforturilor  $R$  și momentelor  $M$  date de expresiile (15.7) — relative la fiecare element care se întilnește la nod — cuprind doar două necunoscute  $\xi$  și  $\chi$  (deformațiile egale ale elementelor în secțiunea de contact), este necesar să se exprime echilibrul. Ecuațiile de proiecții (pe normala la axa de rotație) și de momente se scriu în cazul general

$$\sum_i M = 0 ; \quad \sum_i R = 0, \quad (15.8)$$

sau introducînd expresiile de forma (15.7) și grupînd convenabil termenii

$$\chi \sum_i B_{1i} + \xi \sum_i B_{21i} + \sum_i \mathcal{M}_i = 0 ; \quad (15.9)$$

$$\chi \sum_i B_{12i} + \xi \sum_i B_{2i} + \sum_i \mathcal{R}_i = 0.$$

Sumele se extind la toate elementele care concură la nodul respectiv. Dacă se mai notează

$$c_{11} = \sum_i B_{1i} ; \quad c_{12} = c_{21} = \sum_i B_{12i} = \sum_i B_{21i} ; \quad c_{22} = \sum_i B_{2i} ;$$

$$n = c_{11} c_{22} - c_{12}^2, \quad (15.10)$$

rădăcinile  $\xi$  și  $\chi$  ale sistemului (15.9) se scriu :

$$\xi = - \frac{c_{11}}{n} \sum \mathcal{R} + \frac{c_{21}}{n} \sum \mathcal{M}, \quad (15.11)$$

$$\chi = + \frac{c_{12}}{n} \sum \mathcal{R} - \frac{c_{22}}{n} \sum \mathcal{M}.$$

Odată determinate aceste necunoscute, eforturile radiale și momentele static nedeterminate pentru fiecare element se determină cu ajutorul relațiilor (15.7).

## 15.4. VERIFICAREA CAPACULUI REZERVORULUI LA RIDICARE

Capacul are forma unei calote sferice de rază  $a$  și grosime  $t$ . Diametrul calotei este  $D$ , iar raza inelului de ridicare este  $r$ .

Cu ajutorul acestor date se calculează

— semideschiderea unghiulară a cupolei

$$\sin \varphi_t = \frac{D}{2a}; \quad (15.12)$$

— semideschiderea unghiulară a cercului de rezemare

$$\sin \alpha = \frac{r}{a}. \quad (15.13)$$

Datorită simetriei axiale, în cupolă se dezvoltă eforturi meridiane  $N_\varphi$  și eforturi inelare  $N_\theta$ ; ele rezultă din relațiile

$$N_\varphi = -\frac{P_\varphi}{2\pi a \sin^2 \varphi}; \quad N_\theta = -N_\varphi - ga \cos \varphi, \quad (15.14)$$

în care

$\varphi$  reprezintă unghiul meridian care precizează poziția unui cerc paralel curent,

$g = \gamma t$  — greutatea proprie a cupolei pe unitatea de suprafață;

$\gamma$  — greutatea specifică a materialului;

$P_\varphi$  — greutatea totală a cupolei deasupra unui inel curent

Greutatea totală a cupolei este

$$P = 2\pi ga^2(1 - \cos \varphi_t), \quad (15.15)$$

iar reacțiunea verticală în inelul de ridicare (pe unitatea de lungime)

$$V = \frac{P}{2\pi a \sin \alpha} = ga \frac{1 - \cos \varphi_t}{\sin \alpha}. \quad (15.16)$$

În dreptul inelului de rezemare, diagramele  $N_\varphi$  și  $N_\theta$  au discontinuități pentru cele două zone rezultă următoarele expresii :

— pentru zona superioară  $\varphi \in (0, \alpha)$ ,

$$N_\varphi = -\frac{ga}{1 + \cos \varphi}; \quad N_\theta = -ga \left( \cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right); \quad (15.17)$$

— pentru zona inferioară  $\varphi \in (\alpha, \varphi_t)$ ,

$$N_\varphi = -ga \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_t}{\sin^2 \varphi}; \quad N_\theta = -ga \left( \cos \varphi - \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_t}{\sin^2 \varphi} \right) \quad (15.18)$$

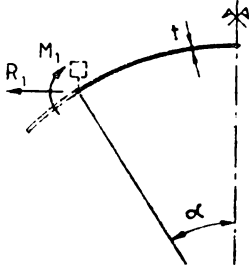
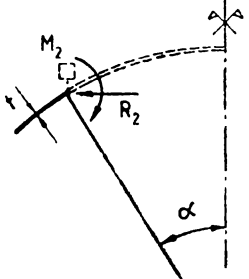
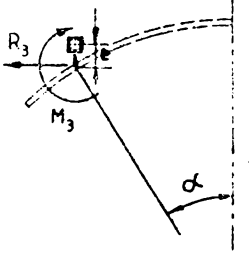
Se mai notează coeficientul de amortizare al plăcii subțiri sferice :

$$\beta = \sqrt[4]{3(1 - \mu^2)} \sqrt{\frac{a}{t}}, \quad (15.19)$$

în care  $\mu$  este coeficientul de contracție transversală al materialului.



Notații	Codificări	Definiții
$A$	$S\emptyset$	Aria secțiunii transversale a inelului.
$a$	$A1$	Raza cupolei sferice.
$b$	$B1$	Lățimea secțiunii inelului.
$B_{11}$	$B(1,1)$	Rigiditatea la rotire a elementului 1 (cupola sferică interioară)
$B_{12}$	$B(1,2)$	Rigiditatea la rotire a elementului 2 (cupola sferică exterioară)
$B_{13}$	$B(1,3)$	Rigiditatea la rotire a inelului.
$B_{21}$	$B(2,1)$	Efortul radial corespunzător rigidității la rotire a elementului 1.
$B_{22}$	$B(2,2)$	Efortul radial corespunzător rigidității la rotire a elementului 2.
$B_{23}$	$B(2,3)$	Efortul radial corespunzător rigidității la rotire a elementului 3.
$B_{31}$	$B(3,1)$	Rigiditatea la translație a elementului 1.
$B_{32}$	$B(3,2)$	Rigiditatea la translație a elementului 2.
$B_{33}$	$B(3,3)$	Rigiditatea la translație a elementului 3.
$c_{11}$	$C1$	$c_{11} = B_{11} + B_{12} + B_{13}$ .
$c_{22}$	$C2$	$c_{22} = B_{21} + B_{22} + B_{23}$ .
$c_{33}$	$C3$	$c_{33} = B_{31} + B_{32} + B_{33}$ .
$D$	$D1$	Diametrul cercului de bază al calotei sferice.
$e$	$E1$	Excentricitatea inelului față de suprafața mediană a cupolei.
$g$	$G1$	Greutatea proprie pe unitatea de suprafață curbă.
$h$	$K1$	Înălțimea secțiunii inelului.
$\mathcal{H}_1$	$H1$	Efortul radial la marginea încastrată perfect a elementului 1.
$\mathcal{H}_2$	$H2$	Efortul radial la marginea încastrată perfect a elementului 2.
$\mathcal{H}_3$	$H3$	Efortul radial la marginea încastrată perfect a elementului 3.
$M_1$	$M1$	Momentul static nedeterminat pentru elementul 1.
$M_2$	$M2$	Momentul static nedeterminat pentru elementul 2.
$M_3$	$M3$	Momentul static nedeterminat pentru elementul 3.
$\mathcal{M}_1$	$U1$	Momentul de încastrare perfectă a elementului 1.
$\mathcal{M}_2$	$U2$	Momentul de încastrare perfectă a elementului 2.
$\mathcal{M}_3$	$U3$	Momentul de încastrare perfectă a elementului 3.
$n$	$N\emptyset$	$n = c_{11}c_{22} - c_{12}^2$ .
$R_1$	$R1$	Efortul radial static nedeterminat al elementului 1.
$R_2$	$R2$	Efortul radial static nedeterminat al elementului 2.
$R_3$	$R3$	Efortul radial static nedeterminat al elementului 3.
$r$	$V1$	Raza inelului de ridicare.
$t$	$T1$	Grosimea cupolei.
$\alpha$	$A\emptyset$	Semideschiderea unghiulară a cercului de rezemare.
$\beta$	$B\emptyset$	$\beta = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \cdot \sqrt{\frac{a}{t}}$ Coeficientul de amortizare al plăcii.
$\gamma$		Greutatea specifică a materialului.
$\varphi_i$	$F\emptyset$	Semideschiderea unghiulară a cupolei.
$\mu$	$M\emptyset$	Coeficientul de contracție transversală.
$\chi$	$K\emptyset$	Rotire.
$\xi$	$X\emptyset$	Deplasare radială
$i$	$I$	Numărul de ordine al problemelor.
$s$	$S$	Numărul total de probleme.

Element	Figura	Deplasări radiale $\xi$	Rotiri $\chi$	Rigiditate $B_1$
		$\xi_{R1} = \frac{2\beta a \sin^2 \alpha}{Et}$ $\xi_{M1} = \frac{2\beta^2 \sin \alpha}{Et}$ $\xi_{O1} = \frac{D\alpha^2}{Et} \left( \frac{1 + \mu}{1 + \cos \alpha} - \cos \alpha \right) \sin \alpha$	$\chi_{R1} = \frac{2\beta^2 \sin \alpha}{Et}$ $\chi_{M1} = \frac{4\beta^3}{Ela}$ $\chi_{O1} = -\frac{g\alpha}{Et} (2 + \mu) \sin \alpha$	$\frac{E\beta t^3}{6(1 - \mu^2)\alpha}$
		$\xi_{R2} = \frac{2\beta a \sin^2 \alpha}{Et}$ $\xi_{M2} = -\frac{2\beta^2 \sin \alpha}{Et}$ $\xi_{O2} = \frac{g\alpha^2}{Et} \left[ -\cos \alpha + 1 + (1 + \mu) \frac{\cos \alpha - \cos \varphi_1}{\sin^2 \alpha} \right]$	$\chi_{R2} = -\frac{2\beta^2 \sin \alpha}{Et}$ $\chi_{M2} = \frac{4\beta^3}{Ela}$ $\chi_{O2} = -\frac{g\alpha}{Et} (2 + \mu) \sin \alpha$	$\frac{E\beta t^3}{6(1 - \mu^2)\alpha}$
		$\xi_{R3} = \frac{a^2 \sin^2 \alpha}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} \right)$ $\xi_{M3} = \frac{6a^2 \sin^2 \alpha}{Ebd^2}$ $\xi_{O3} = \frac{ga^2}{E} (1 - \cos \varphi_1) \cdot \cos \alpha \left( \frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} \right)$	$\chi_{R3} = \frac{6a^2 \sin^2 \alpha}{Ebd^2}$ $\chi_{M3} = \frac{12a^2 \sin^2 \alpha}{Ebd^2}$ $\chi_{O3} = \frac{6ga^2}{Ebd^2} (1 - \cos \varphi_1) \cos \alpha$	$E \cdot \frac{bd^3}{a^2 \sin^2 \alpha} \cdot \left( \frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} \right) \cdot \left( \frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} - \frac{3}{bd} \right)$

Inelul de montaj are o secțiune casetată de laturi  $b$  și  $h$  și de arie  $A^*$ . El este legat de cupolă prin niște diafragme care asigură o legătură rigidă, cu excentricitatea  $e$ . Datorită modului de prindere, aceste diafragme sînt considerate de arie nulă.

Față de secțiunea de legătură inel-capac, se disting trei elemente în contact și anume:

- partea superioară a cupolei;
- partea inferioară a cupolei;
- inelul de montaj.

\* Se observă că secțiunea fiind casetată,  $A \neq bh$ .

Tabelul 15.2

Rigidități $B_{12} = B_{21}$	Rigiditate $B_2$	Moment de încadrare perfectă $\mathcal{M}$	Efort radial $\mathcal{X}$
$-\frac{E \beta^2 t^3}{6(1 - \mu^2) O^2 \sin \alpha}$	$\frac{E \beta^2 t^3}{3(1 - \mu)^2 a^3 \sin^2 \alpha}$	$\frac{2 g t^2 \beta}{3(1 - \mu^2)} \left[ 2\beta \left( \frac{1 + \mu}{1 + \cos \alpha} - \cos \alpha \right) + (2 \times \mu) \sin \alpha \right]$	$\frac{g t}{\sqrt{3(1 - \mu^2)}} \left[ \frac{2 + \mu}{2} + \frac{\beta}{\sin \alpha} \left( \frac{1 + \mu}{1 + \cos \alpha} - \cos \alpha \right) \right]$
$+\frac{E \beta^2 t^3}{6(1 - \mu^2) a^2 \sin \alpha}$	$\frac{E \beta^2 t^3}{3(1 - \mu^2) a^3 \sin^2 \alpha}$	$\frac{g t^2 \beta}{6(1 - \mu^2)} \left\{ \frac{\beta}{\sin \alpha} \left[ \cos \alpha - (1 + \mu) \frac{\cos \alpha - \cos \varphi_t}{\sin^2 \alpha} \right] - (2 + \mu) \sin \alpha \right\}$	$\frac{g t}{\sqrt{3(1 - \mu^2)}} \left\{ \frac{2 + \mu}{2} + \frac{\beta}{\sin^2 \alpha} \left( \cos \alpha - (1 + \mu) \frac{\cos \alpha - \cos \varphi_t}{\sin^2 \alpha} \right) \right\}$
$-\frac{E d}{2 a^3 \sin^3 \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} - \frac{3}{bd}}$	$+\frac{E}{a^2 \sin^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} - \frac{3}{bd}}$	0	$-g a \frac{(1 - \cos \varphi_t) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$

Deplasările radiale  $\xi$ , rotirile  $\chi$ , rigiditățile practice  $B_1$ ,  $B_{21} = B_{21}$ ,  $B_2$ , momentele de încadrare perfectă  $\mathcal{M}$  și eforturile radiale  $\mathcal{X}$  pentru cele trei elemente în contact au fost trecute în tabelul 15.2.

## 15.5. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama necesară pentru elaborarea programului de calcul a fost construită pentru determinarea momentelor static nedeterminate și eforturilor radiale static nedeterminate corespunzătoare elementelor componente 1, 2 și 3, prin folosirea notațiilor sintetizate și definite în tabelul 15.1.

Transcrierea organigramei sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 15.2 a condus la obținerea *programului de calcul EP-41-01*, listat în anexa 15.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 900 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 901 și 1 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul problemelor de rezolvat. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare rezolvării unei singure probleme, scrise în ordinea :  $A, \mu, a, t, D, r, b, h, e, g$ .

Pentru fiecare problemă de conlucrare, programul furnizează mărimile momentelor static nedeterminate și ale eforturilor radiale static nedeterminate de conlucrare dintre elementele componente ale structurii cu plăci subțiri de rotație.

Unitățile de măsură folosite sînt specificate prin instrucțiunile 150. . . 175 ale programului.

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat unei structuri ale cărei elemente caracteristice au următoarele valori :

$$\begin{aligned} A &= 84,6 \text{ cm}^2 ; \mu = 0,3 ; \\ a &= 24,0046 \text{ m} ; t = 0,92 \text{ cm} ; D = 29,396 \text{ m} ; \\ r &= 13,014 \text{ m} ; b = 17 \text{ cm} ; h = 24 \text{ cm} ; \\ e &= 24 \text{ cm} ; g = 72,22 \text{ kN/m}^2. \end{aligned} \quad (15.20)$$

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din două instrucțiuni, DATA, avînd etichetele 1 000 și 1 010.

Anexa 15.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului EP-41-01 pentru structura considerată.

#### ANEXA 15.1

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-41-01

20 REM *****
30 REM *
40 REM * 0 PROBLEMA DE CONLUCRARE IN STRUCTURI CU PLACI *
50 REM * SUBTIRI DE ROTATIE *
60 REM *
70 REM *****
80 REM *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE SI *
100 REM * EFORTURILE RADIALE DE CONLUCRARE INTRE CUPOLA *
110 REM * SFERICA SI INELUL DE BAZA, PE METRU LINIAR *
120 REM *
130 REM *****
140 REM *
150 REM * UNITATI DE MASURA; M PENTRU RAZE SI DIAMETRE. CM *
155 REM * PENTRU GROSIMI, EXCENTRICITATI SI DIMENSIUNI ALE *
160 REM * SECTIUNILOR. CM^2 PENTRU ARII, DAN/(M^2) PENTRU *
165 REM * FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, KN/M PENTRU *
170 REM * FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME SI KN*M/M PENTRU *
175 REM * MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME *
180 REM *
190 REM *****
200 REM *
210 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
220 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
230 REM *
240 REM *****

```

```

250 PRINT "O PROBLEMA DE CONLUCRARE IN STRUCTURI CU PLACI"
260 PRINT:TAB(15);"SUBTIRI DE ROTATIE"
262 PRINT
264 PRINT:"UNITATI DE MASURA: M PENTRU RAZE SI DIAMETRE,"
266 PRINT:"CM PENTRU GROSIMI, EXCENTRICITATI SI DIMENSIUNI"
268 PRINT:"ALE SECTIUNILOR, CMA2 PENTRU ARII, DAN/(M^2)"
270 PRINT:"PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, KN/M"
272 PRINT:"PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME SI KN*M/M"
274 PRINT:"PENTRU MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME"
276 PRINT
280 PRINT
290 DIM B(3,3)
300 READ S
310 PRINT:TAB(5);"NUMARUL PROBLEMELOR ESTE S =" :S
320 LET I=1
330 PRINT
340 PRINT
350 PRINT:TAB(16);"PROBLEMA " :I
360 PRINT
370 PRINT:TAB(22);"DATE"
380 READ S0,M0,A1,T1,D1,V1,B1,K1,E1,G1
385 PRINT:TAB(6);"S0 =" :S0:TAB(30);"M0 =" :M0
390 PRINT:TAB(6);"A1 =" :A1:TAB(30);"T1 =" :T1
400 PRINT:TAB(6);"D1 =" :D1:TAB(30);"V1 =" :V1
410 PRINT:TAB(6);"B1 =" :B1:TAB(30);"K1 =" :K1
420 PRINT:TAB(6);"E1 =" :E1:TAB(30);"G1 =" :G1
440 PRINT
450 LET B0=10*SQR(A1/T1)*SQR(SQR(3*(1-M0^2)))
460 LET A0=ATN(V1/(SQR(A1^2-V1^2)))
470 LET F0=ATN(D1/(SQR(4*A1^2-D1^2)))
480 LET B(1,1)=B0*T1^3/(6000000*A1*(1-M0^2))
490 LET B(1,2)=B(1,1)
495 LET Q2=1/S0+6*E1/(B1*K1^2)-3/(B1*K1)
500 LET Q1=(1/S0+6*E1/(B1*K1^2))/Q2
510 LET B(1,3)=Q1*B1*K1^3/((10000*A1*SIN(A0))^2)
520 LET B(2,1)=-T1^3*(B0/(1000*A1))^2/(6*(1-M0^2)*SIN(A0))
530 LET B(2,2)=-B(2,1)
540 LET B(2,3)=-K1/(2*Q2*(1000*A1*SIN(A0))^2)
550 LET B(3,1)=(B0*T1/(100*A1))^3/(3*(1-M0^2)*(SIN(A0))^2)
560 LET B(3,2)=B(3,1)
570 LET B(3,3)=1/(Q2*(100*A1*SIN(A0))^2)
580 LET Q1=2*B0*(1+M0)/(1+COS(A0))-COS(A0)
590 LET Q1=Q1+(2+M0)*SIN(A0)
600 LET U1=2*B0*G1*Q1*T1^2/(3*10^6*(1-M0^2))
610 LET Q2=(1+M0)*(COS(A0)-COS(F0))/(SIN(A0))^2)
620 LET Q2=B0*(COS(A0)-Q2)/(SIN(A0))-(2+M0)*SIN(A0)
630 LET U2=B0*G1*Q2*T1^2/(6*10^6*(1-M0^2))
640 LET U3=0
650 LET Q1=B0*(1+M0)/(1+COS(A0))-COS(A0)/(SIN(A0))
660 LET H1=-G1*T1*(Q1+(2+M0)/2)/(10^6*SQR(3*(1-M0^2)))
670 LET Q2=COS(A0)-(1+M0)*(COS(A0)-COS(F0))/(SIN(A0))^2)
680 LET Q2=B0*Q2/(SIN(A0))^2+(2+M0)/2
690 LET H2=G1*T1*Q2/(10^6*SQR(3*(1-M0^2)))
700 LET H3=-G1*A1*COS(A0)*(1-COS(F0))/(10*SIN(A0))^2)
710 LET C1=B(1,1)+B(1,2)+B(1,3)
720 LET C2=B(2,1)+B(2,2)+B(2,3)
730 LET C3=B(3,1)+B(3,2)+B(3,3)
740 LET N0=C1*C3-C2^2
750 LET X0=(C2*(U1+U2+U3)-C1*(H1+H2+H3))/N0
760 LET K0=(C2*(H1+H2+H3)-C3*(U1+U2+U3))/N0
770 LET M1=B(1,1)*K0+B(2,1)*X0+U1
780 LET M2=B(1,2)*K0+B(2,2)*X0+U2
790 LET M3=B(1,3)*K0+B(2,3)*X0+U3
800 LET R1=B(3,1)*X0+B(2,1)*K0+H1
810 LET R2=B(3,2)*X0+B(2,2)*K0+H2

```

```

820 LET R3=B(3,3)*X0+B(2,3)*K0+M3
830 PRINT TAB(8);"MOMENTE";TAB(32);"EFORTURI"
840 PRINT TAB(6);"M1 =" ;M1;TAB(30);"R1 =" ;R1
850 PRINT TAB(6);"M2 =" ;M2;TAB(30);"R2 =" ;R2
860 PRINT TAB(6);"M3 =" ;M3;TAB(30);"R3 =" ;R3
870 IF I<S THEN 890
880 GOTO 2000
890 LET I=I+1
900 GOTO 330
1000 DATA 1
1010 DATA 84.6,0.3,24.0046,0.92,29.396,13.014,17.24,24,72,22
2000 END

```

### ANEXA 15.2

#### O PROBLEMA DE CONCLUCRARE IN STRUCTURI CU PLACI SUBTIRI DE ROTATIE

UNITATI DE MASURA: M PENTRU RAZE SI DIAMETRE,  
CM PENTRU GROSIMI, EXCENTRICITATI SI DIMENSIUNI  
ALE SECTIUNILOR, CM<sup>2</sup> PENTRU ARII, DAN/(M<sup>2</sup>)  
PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, KN/M  
PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME SI KN\*M/M  
PENTRU MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME

NUMARUL PROBLEMELOR ESTE S = 1.00000

PROBLEMA 1.00000

#### DATE

S0 = 84.6000	M0 = .300000
A1 = 24.0046	T1 = .920000
O1 = 29.3960	V1 = 13.0140
B1 = 17.0000	K1 = 24.0000
E1 = 24.0000	G1 = 72.2200

#### MOMENTE

M1 =-.312954  
M2 = .339173  
M3 =-.262240E-01

#### EFORTURI

R1 = 2.78407  
R2 = 3.38610  
R3 =-6.17000

## 16. ASPECTE GENERALE ALE CALCULULUI IN DOMENIUL PLASTIC AL PLĂCILOR PLANE DIN BETON ARMAT

### 16.1. COMPORTAREA PLASTICĂ A PLĂCILOR ARMATE PE DOUĂ DIRECȚII

Studiile experimentale efectuate în țară și în străinătate [20] au arătat că, în procesul de creștere progresivă a încărcărilor, plăcile plane armate pe două direcții ating un stadiu de solicitare în care, în punctul cel mai solicitat al armăturii se atinge limita de curgere. Acest stadiu separă *domeniul elastic* de *domeniul plastic* de comportare a plăcilor. Creșterea în continuare a încărcărilor face ca plastificarea armăturii să se producă și în alte puncte ale acestora.

În același timp, din punctele intrate deja în curgere, plastificarea începe să se extindă și asupra armăturii din zonele învecinate, de-a lungul unor linii drepte, denumite *linii de curgere*. În final, plăcile cedează prin transformarea lor în mecanisme, ca urmare a formării de linii de curgere datorită cărora plăcile își pierd succesiv legăturile suplimentare, devenind în cele din urmă sisteme cu un grad de libertate cinematică.

Modelarea comportării în domeniul plastic a plăcilor armate pe două direcții, efectuată pe baza unor ipoteze simplificatoare de calcul, a avut ca rezultat elaborarea *Teoriei liniilor de curgere* [13] ca instrument de determinare a capacității portante a unor astfel de plăci, aceasta fiind parte integrantă a *Teoriei plastice simple* a structurilor.

## 16.2. IPOTEZE DE CALCUL ȘI SEMNE CONVENȚIONALE

Teoria liniilor de curgere folosește următoarele ipoteze simplificatoare de calcul:

- comportarea la încovoiere a secțiunilor plăcilor este caracterizată prin diagrama moment-curbură biliniară, specifică materialelor ideal elasto-plastice;

- stadiul de cedare a plăcilor corespunde transformării lor în mecanisme ca urmare a formării de linii de curgere pe suprafața lor, de-a lungul cărora armătura întinsă este complet plastificată; datorită ipotezei precedente, momentele încovoietoare care acționează pe lungimea liniilor de curgere rămân constante după atingerea valorilor maxime, care se iau egale cu *momentele capabile* ale secțiunilor respective;

- în stadiul de cedare, săgețile elastice ale porțiunilor de placă delimitate de liniile de curgere sînt neglijabile în raport cu săgețile plăcilor provenind exclusiv din rotirile plastice care se produc pe lungimea liniilor de curgere în acest stadiu. Ca urmare, porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere se consideră plane, ceea ce face ca intersecțiile acestor porțiuni, în pozițiile deformatate ale plăcilor, care sînt reprezentate chiar de liniile de curgere, să fie linii drepte;

- în stadiul de amorsare a mecanismelor de cedare, săgețile plăcilor sînt suficient de mici în raport cu dimensiunile plăcilor, fapt care permite scrierea ecuațiilor de echilibru-limită pe schemele nedeformate ale plăcilor;

- epuizarea capacității portante la încovoiere a plăcilor solicitate de încărcări aplicate concentrat sau care sprijină pe reazeme punctuale se produce înainte de manifestarea fenomenului de străpungere;

- armarea zonelor de colț ale plăcilor asigură trecerea liniilor de curgere care pătrund în aceste zone prin punctele de intersecție ale laturilor plăcilor.

În teoria liniilor de curgere aplicată în cadrul acestei lucrări se folosesc semnele convenționale reproduse în figura 16.1.

## 16.3. METODE DE CALCUL

Calculul în domeniul plastic al plăcilor armate pe două direcții poate fi efectuat prin folosirea uneia dintre cele două metode furnizate de Teoria liniilor de curgere, denumite *metoda cinematică* și *metoda sta-*

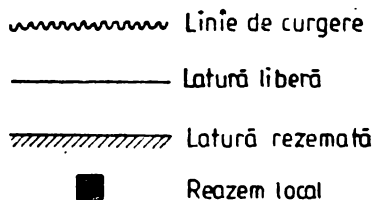


Fig. 16.1

tică. De regulă, metoda cinematică se utilizează pentru determinarea capacității portante a plăcilor, iar metoda statică pentru determinarea reacțiilor din reazemele acestora.

*Aplicarea metodei cinemateice* la calculul în domeniul plastic al unei plăci armate pe două direcții constă în parcurgerea următoarelor etape de calcul :

*Etapa 1*, în care se identifică și se trasează toate mecanismele posibile de cedare a plăcii, punându-se în evidență parametrii, de valori inițial necunoscute, care precizează pozițiile liniilor de curgere ale fiecărui mecanism ;

*Etapa 2*, în care pentru fiecare mecanism posibil de cedare se scrie *ecuația de echilibru-limită* al plăcii în stadiul de formare a mecanismului respectiv, folosindu-se în acest scop *principiul lucrului mecanic virtual*.

Forma generală a acestei ecuații este

$$L_M + L_Q = 0 \quad (16.1)$$

în care :  $L_M$  este lucrul mecanic virtual al *momentelor capabile* care acționează pe lungimea liniilor de curgere ;

$L_Q$  — lucrul mecanic virtual al *încărcărilor ultime*, care solicită placa în stadiul de formare a mecanismului de cedare.

Din ecuația (16.1) se explicitează *momentul capabil de referință*  $M_{k_1}$ , sub forma funcției.

$$M_{k_1} = F(Q_u, M_{k_2}, M_{k_3}, \dots, x, y, \dots) \quad (16.2)$$

sau

$$M_{k_1} = F(Q_u, M_{k_2}, M_{k_3}, \dots, u, v, \dots) \quad (16.3)$$

unde :  $Q_u$  este valoarea ultimă a încărcării totale de cedare ;

$M_{k_2}, M_{k_3}, \dots$  — momentele capabile care acționează pe lungimea liniilor de curgere ale mecanismului de cedare ;

$x, y, \dots$  — parametrii care precizează pozițiile liniilor de

sau  $u, v, \dots$  curgere ale mecanismului de cedare.

*Etapa 3*, în care pentru fiecare mecanism posibil de cedare se determină valorile parametrilor  $x, y, \dots$  sau  $u, v, \dots$  din *condiția de maximum* a valorii momentului capabil de referință. Această condiție conduce la următorul sistem de ecuații neliniare.

$$\frac{\partial M_{k_1}}{\partial x} = 0 ; \quad \frac{\partial M_{k_1}}{\partial y} = 0 ; \quad \dots, \quad (16.4)$$

sau

$$\frac{\partial M_{k_1}}{\partial u} = 0 ; \quad \frac{\partial M_{k_1}}{\partial v} = 0 ; \quad \dots, \quad (16.5)$$

în care numărul ecuațiilor este egal cu numărul parametrilor mecanismului de cedare respectiv.

Se calculează apoi mărimea momentului capabil de referință, folosind în acest scop relația (16.2) sau (16.3), în care parametrii  $x, y, \dots$  sau  $u, v, \dots$  se introduc în valorile reieșite din rezolvarea sistemului de ecuații (16.4) sau (16.5).



Dintre momentele capabile de referință astfel obținute pentru toate mecanismele posibile de cedare a plăcii, se reține cel care are valoarea cea mai mare, după care se trece la determinarea mărimilor celorlalte momente capabile ale plăcii, pe baza relațiilor de proporționalitate a acestora cu momentul capabil de referință admise inițial.

Aplicarea metodei statice la calculul reacțiunilor din reazemele unei plăci armate pe două direcții, în stadiul de formare a mecanismului ei de cedare, comportă următoarele etape de calcul :

*Etapa 1*, în care se izolează fiecare porțiune de placă delimitată de liniile de curgere ale mecanismului de cedare. În urma efectuării acestei operații, pe fiecare porțiune de placă acționează :

- încărcările ultime aplicate pe suprafața ei,
- momentele capabile de pe lungimile liniilor de curgere care mărginesc porțiunea de placă,
- forțele tăietoare care apar la legăturile porțiunii de placă cu restul plăcii, înlocuite prin rezultanta lor convențională, denumită *forță nodală* [13],
- reacțiunea reazemului aferent porțiunii de placă.

*Etapa 2*, în care pentru fiecare porțiune de placă se scrie ecuația de momente în raport cu linia reazemului, precum și ecuația de proiecții în raport cu o axă perpendiculară pe suprafața porțiunii de placă.

Din ecuația de momente se obține mărimea forței nodale, iar din ecuația de proiecții -- mărimea reacțiunii reazemului respectiv.

## 16.4. RELAȚII GENERALE DE CALCUL

La fiecare placă, momentul capabil din cîmpul ei, pe direcția lungimii  $l_1$ , notat cu  $M_{k_1}$ , este considerat moment capabil de referință. Celelalte momente capabile ale plăcii se exprimă în funcție de momentul capabil de referință prin relațiile

$$M_{k_2} = k_2 M_{k_1}, M_{k_3} = k_3 M_{k_1}, \dots, \quad (16.6)$$

în care :  $k_2, k_3, \dots$  sînt factori numerici stabiliți în prealabil.

Lucrurile mecanice virtuale care apar în ecuația de echilibru-limită (16.1) pot fi exprimate astfel :

$$L_M = - \lambda_M \frac{M_{k_1}}{l_1} \quad (16.7)$$

și

$$L_Q = \lambda_Q \cdot q_1 l_1^2, \quad (16.8)$$

în care :

- $M_{k_1}$  este momentul capabil de referință ;
- $l_1$  — lungimea caracteristică a plăcii pe direcția de acțiune a momentului  $M_{k_1}$  ;
- $q_1$  — valoarea de calcul a intensității încărcării de referință ;
- $\lambda_M$  — factor adimensional care caracterizează mărimea lucrului mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale plăcii ;
- $\lambda_Q$  — factor adimensional care caracterizează mărimea lucrului mecanic virtual efectuat de încărcările suportate de placă, luate cu valorile lor de calcul.

Ținând seama de expresiile (16.7) și (16.8), din ecuația (16.1) se obține :

$$M_{k1} = \frac{\lambda_0}{\lambda_M} q_1 l_1^3, \quad (16.9)$$

aceasta fiind expresia generală a momentului capabil de referință.

Reacțiunea de pe fiecare latură rezemată a unei plăci poate fi exprimată prin relația

$$R_j = Q_j + F_j, \quad (j = 3, 4, \dots) \quad (16.10)$$

în care  $Q_j$  și  $F_j$  sînt încărcarea totală de calcul și forța nodală suportate de porțiunea de placă aferentă laturii pe care acționează momentul capabil  $M_{kj}$ , delimitată de liniile de curgere ale mecanismului de cedare al plăcii. (Momentul capabil  $M_{kj}$  poate fi nul dacă latura respectivă este simplu rezemată).

Forțele nodale ale unei plăci îndeplinesc condiția

$$\Sigma F_j = 0. \quad (16.11)$$

*Observație.* Forțele nodale au valori pozitive cînd au sensul forțelor gravitaționale.

## 16.5. EXEMPLU DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi  $l_1 = 6$  m și  $l_2 = 4$  m, încadrată pe cele două laturi de lungime  $l_2$  și pe una dintre laturile de lungime  $l_1$ , cealaltă latură de lungime  $l_1$  fiind liberă. Reazemele de pe direcția deschiderii  $l_1$  sînt notate cu 3 și 5, iar reazemul de pe direcția deschiderii  $l_2$  este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform, cu intensitatea de calcul  $q = 10$  kN/m<sup>2</sup>. Schema generală de calcul a plăcii este prezentată în figura 16.2.

Se fac următoarele notații :

- $M_{k1}$  — momentul capabil din cîmpul plăcii, pe direcția deschiderii  $l_1$ , pe toată lățimea  $l_2$ , luat ca moment capabil de referință ;
- $M_{k2}$  — momentul capabil din cîmpul plăcii, pe direcția deschiderii  $l_2$ , pe toată lățimea  $l_1$  ;
- $M_{k3}$  — momentul capabil pe toată lungimea  $l_2$  a reazemului notat cu 3 ;
- $M_{k4}$  — momentul capabil pe toată lungimea  $l_1$  a reazemului notat cu 4 ;
- $M_{k5}$  — momentul capabil pe toată lungimea  $l_2$  a reazemului notat cu 5.

Momentele capabile ale plăcii se iau proporționale cu momentul capabil de referință  $M_{k1}$  sub forma

$$M_{k2} = k_2 M_{k1}; \quad M_{k3} = k_3 M_{k1}; \quad (16.12)$$

$$M_{k4} = k_4 M_{k1}; \quad M_{k5} = k_5 M_{k1},$$

unde  $k_2, k_3, k_4$  și  $k_5$  sînt factori de proporționalitate, pentru care se consideră următoarele valori

$$k_2 = 0,75; \quad k_3 = 2;$$

$$k_4 = 1,5; \quad k_5 = 2. \quad (16.13)$$

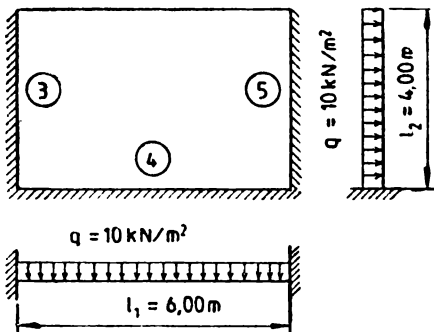


Fig. 16.2

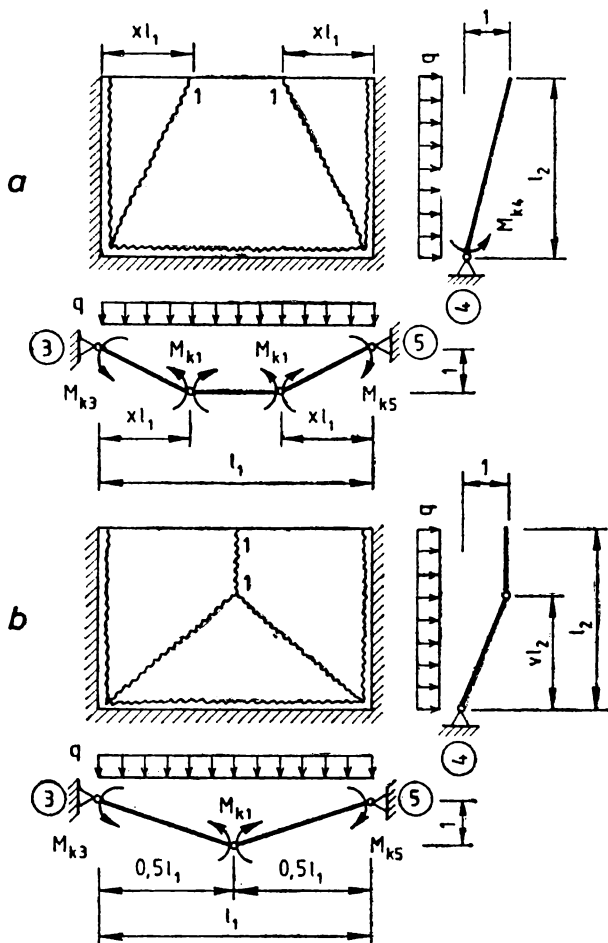


Fig. 16.3

Placa considerată prezintă două scheme distincte de cedare, notate cu *I* și *II*, ale căror configurații sînt trasate în figurile 16.3, *a*, *b*. Ambele scheme prezintă o axă de simetrie perpendiculară pe latura liberă a plăcii, deoarece coeficienții de influență ai momentelor capabile  $M_{k3}$  și  $M_{k5}$  sînt egali între ei ( $k_3 = k_5 = 2$ ).

Ca urmare, schema de cedare *I* prezintă un singur parametru, notat cu  $x$ , egal cu raportul dintre distanța care separă una dintre laturile de lungime  $l_2$  de punctul de intersecție a liniei de curgere învecinată ei cu latura liberă, și lungimea  $l_1$  a acesteia.

De asemenea, schema de cedare *II* prezintă un singur parametru, notat cu  $v$ , egal cu raportul dintre distanța care separă latura încăstrată de lungime  $l_1$  de punctul de intersecție a liniilor de curgere și lungimea  $l_2$ .

*Schema de cedare I*, (fig. 16.3, *a*). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată punctelor de intersecție a liniilor de curgere cu latura liberă a

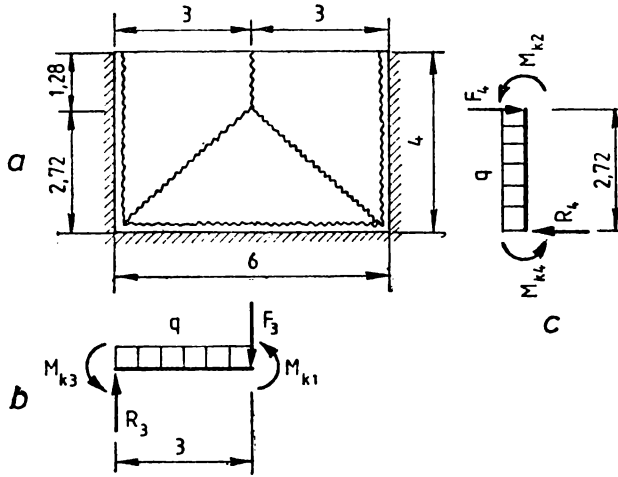


Fig. 16.4

plăcii se obțin următoarele expresii ale lucrurilor mecanice efectuate de încărcarea de calcul și de momentele capabile care acționează pe lungimea liniilor de curgere :

$$L_Q = \frac{(3 - 2x)ql_1l_2}{6} \quad (16.14)$$

și

$$L_M = - \frac{2M_{k1} + M_{k3} + M_{k5}}{xl_1} - \frac{2xM_{k2} + M_{k4}}{l_2}. \quad (16.15)$$

După efectuarea tuturor înlocuirilor, aceste expresii devin

$$L_Q = 40(3 - 2x) \quad (16.16)$$

și

$$L_M = - \frac{3x^2 + 3x + 8}{8x} \cdot M_{k1}. \quad (16.17)$$

În această situație, din ecuația de echilibru-limită (16.1) se explicitează momentul capabil de referință sub forma

$$M_{k1} = \frac{320(3x - 2x^2)}{3x^2 + 3x + 8}. \quad (16.18)$$

Mărimea efectivă a parametrului  $x$  se obține din condiția de maximum a momentului capabil de referință, care în acest caz este

$$\frac{dM_{k1}}{dx} = 0 \quad (16.19)$$

sau

$$15x^2 + 32x - 24 = 0. \quad (16.20)$$

Rădăcina pozitivă a acestei ecuații, (cea negativă neavind semnificație fizică) are valoarea

$$x = 0,588. \quad (16.21)$$

Această valoare este mai mare decât valoarea maximă, egală cu 0,5, pe care o poate avea parametrul  $x$  în cadrul schemei de cedare I, ceea ce arată că momentul capabil  $M_{k1}$  nu atinge valoarea lui maximă pentru această schemă.

*Schema de cedare II* (fig. 16.3 b). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime  $l_2$ , se obțin următoarele expresii ale lucrurilor mecanice  $L_Q$  și  $L_M$ :

$$L_Q = \frac{(3 - v)ql_1l_2}{6} \quad (16.22)$$

și

$$L_M = - \frac{2M_{k1} + M_{k3} + M_{k5}}{\frac{l_1}{2}} - \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2}. \quad (16.23)$$

După efectuarea tuturor înlocuirilor aceste expresii devin

$$L_Q = 40(3 - v) \quad (16.24)$$

și

$$L_M = - \frac{2v + 0,5625}{v} M_{k1}. \quad (16.25)$$

Din ecuația de echilibru-limită (16.1) se explicitează momentul capabil de referință, obținându-se în acest caz

$$M_{k1} = \frac{40(3v - v^2)}{2v + 0,5625}. \quad (16.26)$$

Condiția de maximum a acestui moment este

$$\frac{dM_{k1}}{dv} = 0. \quad (16.27)$$

Această condiție conduce la ecuația

$$2v^2 + 1,125v - 1,6875 = 0, \quad (16.28)$$

a cărei rădăcină pozitivă este

$$v = 0,679. \quad (16.29)$$

Valoarea maximă a momentului capabil de referință, calculată cu relația (16.26), este deci

$$M_{k1} = 32,82 \text{ kNm}, \quad (16.30)$$

pentru celelalte momente capabile rezultând următoarele valori

$$M_{k3} = M_{k5} = 65,64 \text{ kNm}; \quad (16.31)$$

$$M_{k2} = 24,62 \text{ kNm}; \quad M_{k4} = 49,23 \text{ kNm}.$$

Schema efectivă de cedare a plăcii este reprezentată în figura 16.4, a.

Prin izolarea porțiunii de placă aferentă laturii pe care acționează momentul capabil  $M_{k3}$  se obține schema de calcul din figura 16.4, b, în care  $F_3$  este forța nodală aferentă acestei porțiuni, iar  $R_3$  este reacțiunea laturii rezemate.

Ecuția de momente scrisă în raport cu latura rezemată este

$$\frac{(3-2\nu)ql_1^3}{24} + \frac{F_3 l_1}{2} - M_{k1} - M_{k3} = 0. \quad (16.32)$$

Din această ecuație se deduce mărimea forței nodale :

$$F_3 = \frac{2(M_{k1} + M_{k3})}{l_1} - \frac{(3-2\nu)ql_1^3}{24} = 0. \quad (16.33)$$

Datorită axei de simetrie prezentate de schema de cedare din figura 16.4,  $a$ , rezultă  $F_5 = 0$  și deci  $F_4 = 0$  (fig. 16.4,  $c$ ).

În consecință reacțiunile pe care laturile rezemate le exercită asupra plăcii sînt egale cu încărcările aplicate pe porțiunile aferente laturilor respective :

$$R_3 = R_5 = \frac{(2-\nu)ql_1 l_2}{4} = 79,26 \text{ kN} \quad (16.34)$$

și

$$R_4 = \frac{\nu ql_1 l_2}{2} = 81,48 \text{ kN}. \quad (16.35)$$

## 16.6. NOTAȚII

Notațiile folosite în studiul comportării plastice a plăcilor plane armate pe două direcții considerate în cadrul acestui volum, precum și în elaborarea organigramelor și programelor de calcul automat corespunzătoare acestora, sînt prezentate, codificate și definite în tabelul 16.1. (În paranteze sînt date indicativele programelor de calcul respective).

Tabelul 16.1

Notația	Codificarea	Definiția
$A_1$	A1	Valoarea curentă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare I, (EP-42-01, ... EP-42-11).
$A_2$	A2	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare I, obținută : — prin varierea parametrului $x$ pentru valori constante ale parametrilor $y$ și $z$ , sau prin varierea parametrului $y$ pentru valori constante ale parametrilor $x$ și $z$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-07) ; — prin varierea parametrului $x$ pentru o valoare constantă a parametrului $y$ , sau prin varierea parametrului $y$ pentru o valoare constantă a parametrului $x$ , (EP-42-04, EP-42-05, EP-42-06) ; — prin varierea parametrului $x$ , (EP-42-08, EP-42-11) ; — prin varierea parametrului $x$ pentru o valoare constantă a parametrului $z$ , (EP-42-09) ; — prin varierea parametrului $z$ , (EP-42-10, EP-42-11).
$A_{2j}$	A (2, J)	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare I <sub>j</sub> , ( $j = 1, 2, \dots, 7$ ), obținută prin varierea parametrului $y$ pentru valori constante ale parametrilor $x$ și $z$ , (EP-42-03).

Notăția	Codificarea	Definiția
$A_3$	A3	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare I, obținută : — prin varierea parametrilor $x$ și $y$ pentru o valoare constantă a parametrului $z$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-07) ; — prin varierea parametrilor $x$ și $y$ , (EP-42-04, EP-42-05 EP-42-06) ; — prin varierea parametrilor $y$ și $z$ (EP-42-09).
$A_{3j}$	A (3, J)	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare $I_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, 7$ ), obținută prin varierea parametrilor $x$ și $y$ pentru o valoare constantă a parametrului $z$ , (EP-42-03).
$A_4$	A4	1. Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare I, obținută prin varierea parametrilor $x$ , $y$ , și $z$ , (EP-42-01, EP-42-07). 2. Cea mai mare dintre valorile $A_{41}$ și $A_{42}$ , (EP-42-02). 3. Cea mai mare dintre valorile $A_{41} \dots A_{47}$ , (EP-42-03).
$A_{4j}$	A (4, J)	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare $I_j$ , obținută prin varierea parametrilor $x$ , $y$ , și $z$ : — $j = 1, 2$ , (EP-42-02) ; — $j = 1 \dots 5$ , (EP-42-03).
$A_{5j}$	A (5, J)	Ultima valoare a mărimii $A_{4j}$ , (EP-42-03).
$B_1$	B1	Valoarea curentă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare II, (EP-42-01...EP-42-06, EP-42-08, EP-42-09, EP-42-10).
$B_2$	B2	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare II, obținută : — prin varierea parametrului $w$ pentru valori constante ale parametrilor $u$ și $v$ sau prin varierea parametrului $v$ pentru valori constante ale parametrilor $u$ și $w$ , (EP-42-01, EP-42-02) ; — prin varierea parametrului $v$ pentru o valoare constantă a parametrului $u$ , (EP-42-04, EP-42-05) ; — prin varierea parametrului $z$ pentru o valoare constantă a parametrului $x$ , (EP-42-06) ; — prin varierea parametrului $y$ pentru o valoare constantă a parametrului $x$ , (EP-42-08) ; — prin varierea parametrului $v$ pentru o valoare constantă a parametrului $w$ , (EP-42-09) ; — prin varierea parametrului $x$ , (EP-42-10).
$B_{2j}$	B (2, J)	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare $I_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, 7$ ), obținută prin varierea parametrului $w$ pentru valori constante ale parametrilor $u$ și $v$ , (EP-42-03).
$B_3$	B3	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare II, obținută prin : — varierea parametrilor $v$ și $w$ pentru o valoare constantă a parametrului $u$ , (EP-42-01, EP-42-02) ; — varierea parametrilor $u$ și $v$ , (EP-42-04, EP-42-05) ; — varierea parametrilor $x$ și $z$ , (EP-42-06) ; — varierea parametrilor $x$ și $y$ , (EP-42-08) ; — varierea parametrilor $v$ și $w$ , (EP-42-09).
$B_{3j}$	(B 3, J)	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare II, obținută prin : — varierea parametrilor $u$ și $v$ pentru $j = 1, 2$ , (EP-42-04) ; — varierea parametrilor $v$ și $w$ pentru o valoare constantă a parametrului $u$ , pentru $j = 1 \dots 7$ , (EP-42-03).

Notăția	Codificarea	Definiția
$B_4$	B4	1. Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare II, obținută prin varierea parametrilor $u$ , $v$ și $w$ , (EP-42-01, EP-42-02). 2. Cea mai mare dintre valorile $B_{41}$ , $B_{42}$ și $B_{43}$ (EP-42-02). 3. Cea mai mare dintre valorile $B_{41} \dots B_{47}$ , (EP-42-03).
$B_{4j}$	$B(4, J)$	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare $II_j$ , obținută prin varierea parametrilor $u$ , $v$ și $w$ : – pentru $j = 1, 2, 3$ , (EP-42-02); – pentru $j = 1 \dots 7$ , (EP-42-03).
$C_1$	C1	Valoarea curentă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare III, (EP-42-06, EP-42-08).
$C_2$	C2	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare III, obținută prin: – varierea parametrului $u$ pentru o valoare constantă a parametrului $v$ , (EP-42-06); – varierea parametrului $z$ pentru o valoare constantă a parametrului $x$ , (EP-42-08).
$C_3$	C3	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare III, obținută prin: – varierea parametrilor $u$ și $v$ , (EP-42-06); – varierea parametrilor $x$ și $z$ , (EP-42-08).
$D_1$	D1	Valoarea curentă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare IV, (EP-42-06).
$D_2$	D2	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare IV, obținută prin varierea parametrului $w$ pentru o valoare constantă a parametrului $v$ , (EP-42-06).
$D_3$	D3	Valoarea maximă a momentului $M_{k1}$ corespunzătoare schemei de cedare IV, obținută prin varierea parametrilor $v$ și $w$ , (EP-42-06).
$E_3$	E3	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea $Q_3$ , (EP-42-01 ... EP-42-11).
$E_4$	E4	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea $Q_4$ , (EP-42-01 ... EP-42-07, EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11).
$E_5$	E5	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea $Q_5$ , (EP-42-01 ... EP-42-05).
$E_6$	E6	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea $Q_6$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
$F_0$	$F\emptyset$	Forța nodală corespunzătoare porțiunii de placă pe care acționează încărcarea $Q_0$ , (EP-42-07).
$F_3$	F3	Forța nodală corespunzătoare porțiunii de placă pe care acționează încărcarea $Q_3$ , (EP-42-01 ... EP-42-11).



Notăția	Codificarea	Definiția
$F_4$	F4	Forța nodală corespunzătoare porțiunii de placă pe care acționează încărcarea $Q_4$ , (EP-42-01...EP-42-07, EP-42-09...EP-42-11)
$F_5$	F5	Forța nodală corespunzătoare porțiunii de placă pe care acționează încărcarea $Q_5$ , (EP-42-01...EP-42-05).
$F_6$	F6	Forța nodală corespunzătoare porțiunii de placă pe care acționează încărcarea $Q_6$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
$i$	I	Numărul de ordine al unei plăci, (EP-42-01...EP-42-12).
$j$	J	Parametru de identitate a schemelor de cedare: $j = 1$ pentru schema de cedare I; $j = 2$ pentru schema de cedare II, (EP-42-01, EP-42-04, EP-42-09 EP-42-10); $j = 1$ pentru schema de cedare I și $t_0 \leq z_0$ ; $j = 2$ pentru schema de cedare I și $t_0 > z_0$ ; $j = 3$ pentru schema de cedare II și $t_0 \leq v_0$ ; $j = 4$ pentru schema de cedare II și $v_0 < t_0 \leq 1 - w_0$ ; $j = 5$ pentru schema de cedare II și $t_0 > 1 - w_0$ (EP-42-02). $j = 1$ pentru varianta 1 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>1</sub> , II <sub>1</sub> ); $j = 2$ pentru varianta 2 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>2</sub> , II <sub>2</sub> ); $j = 3$ pentru varianta 3 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>3</sub> , II <sub>3</sub> ); $j = 4$ pentru varianta 4 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>4</sub> , II <sub>4</sub> ); $j = 5$ pentru varianta 5 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>5</sub> , II <sub>5</sub> ); $j = 6$ pentru varianta 6 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>6</sub> , II <sub>6</sub> ); $j = 7$ pentru varianta 7 a schemelor de cedare I și II, (I <sub>7</sub> , II <sub>7</sub> ); (EP-42-03); $j = 1$ pentru schema de cedare I; $j = 2$ pentru schema de cedare II și $t_0 \leq v_0$ ; $j = 3$ pentru schema de cedare II și $t_0 > v_0$ ; (EP-42-05). $j = 1$ pentru schema de cedare I; $j = 2$ pentru schema de cedare II; $j = 3$ pentru schema de cedare III; $j = 4$ pentru schema de cedare IV; (EP-42-06). $j = 1$ pentru schema de cedare I; $j = 2$ pentru schema de cedare II; $j = 3$ pentru schema de cedare III; (EP-42-08).
$k_2$	K2	$k_2 = \frac{M_{k2}}{M_{k1}}$ , (EP-42-01...EP-42-11).
$k_3$	K3	$k_3 = \frac{ M_{k3} }{M_{k1}}$ , (EP-42-01...EP-42-11).
$k_4$	K4	$k_4 = \frac{ M_{k4} }{M_{k1}}$ , (EP-42-01...EP-42-07, EP-42-09...EP-42-11).
$k_5$	K5	$k_5 = \frac{ M_{k5} }{M_{k1}}$ , (EP-42-01...EP-42-05, EP-42-11)
$k_6$	K6	$k_6 = \frac{ M_{k6} }{M_{k1}}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
$l_1$	L1	1. Lungimea deschiderii unei plăci dreptunghiulare pe prima direcție de armare, (EP-42-01...EP-42-08). 2. Lungimea bazei mari a unei plăci trapezoidale, (EP-42-09, EP-42-10). 3. Lungimea bazei unei plăci triunghiulare (EP-42-11).

Notăția	Codificarea	Definiția
$l_2$	L2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lungimea deschiderii unei plăci dreptunghiulare pe a doua direcție de armare, (EP-42-01...EP-42-08).</li> <li>2. Lungimea înălțimii unei plăci trapezoidale sau triunghiulare, (EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11).</li> </ol>
$l_3$	L3	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distanța dintre încărcarea liniară și latura de lungime <math>l_1</math> a unei plăci dreptunghiulare, pe care acționează momentul <math>M_{x4}</math>, (EP-42-02, EP-42-05).</li> <li>2. Latura suprafeței dreptunghiulare pe care se aplică încărcarea de intensitate <math>q_2</math>, paralelă cu latura de lungime <math>l_1</math> a unei plăci dreptunghiulare, (EP-42-03).</li> <li>3. Lungimea bazei mici a unei plăci trapezoidale, (EP-42-09, EP-42-10).</li> <li>4. Lungimea unuia dintre laturile egale ale unei plăci în formă de triunghi isoscel, (EP-42-11).</li> </ol>
$l_4$	L4	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lungimea unuia dintre cele două laturi neparalele ale unei plăci în formă de trapez isoscel, (EP-42-09, EP-42-10).</li> <li>2. Latura suprafeței dreptunghiulare pe care se aplică încărcarea de intensitate <math>q_2</math>, paralelă cu latura de lungime <math>l_2</math> a unei plăci dreptunghiulare, (EP-42-03).</li> </ol>
$l_0$	LØ	$l_0 = \frac{l_2}{l_1}$ , (EP-42-01...EP-42-11).
$M_{x1}$	M1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Momentul capabil din cimpul unei plăci dreptunghiulare, pe direcția deschiderii <math>l_1</math>, acționind pe toată lățimea <math>l_2</math> a plăcii, considerat ca moment capabil de referință (EP-42-01...EP-42-08).</li> <li>2. Momentul capabil din cimpul unei plăci trapezoidale, pe direcția celor două baze, acționind pe toată înălțimea <math>l_2</math> a plăcii considerat ca moment capabil de referință, (EP-42-09, EP-42-10).</li> <li>3. Momentul capabil din cimpul unei plăci triunghiulare pe direcția bazei acesteia, acționind pe toată înălțimea <math>l_2</math> a plăcii, considerat ca moment capabil de referință, (EP-42-11).</li> <li>4. Momentul capabil din cimpul unei plăci inelare, pe direcția circulară, acționind pe unitatea de lățime a coroanei plăcii, considerat ca moment capabil de referință, (EP-42-12).</li> </ol>
$M_{x2}$	M2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Momentul capabil din cimpul unei plăci dreptunghiulare, pe direcția deschiderii <math>l_2</math>, acționind pe toată lățimea <math>l_1</math> a plăcii, (EP-42-01...EP-42-08).</li> <li>2. Momentul capabil din cimpul unei plăci trapezoidale, pe direcția înălțimii <math>l_2</math>, acționind pe o lățime egală cu lungimea <math>l_1</math> a bazei mari a plăcii, (EP-42-09, EP-42-10).</li> <li>3. Momentul capabil din cimpul unei plăci triunghiulare, pe direcția înălțimii <math>l_2</math>, acționind pe o lățime egală cu lungimea <math>l_1</math> a bazei plăcii (EP-42-11).</li> <li>4. Momentul capabil din cimpul unei plăci inelare, pe direcția radială, acționind pe unitatea de lățime a coroanei plăcii, (EP-42-12).</li> </ol>
$M_{x3}$	M3	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii <math>l_1</math> a unei plăci dreptunghiulare, acționind pe una dintre laturile de lungime <math>l_2</math> ale plăcii, (EP-42-01...EP-42-08).</li> <li>2. Valoarea absolută a momentului capabil pe toată lungimea <math>l_2</math> a unuia dintre laturile neparalele ale unei plăci trapezoidale, acționind pe direcția perpendiculară la această latură, (EP-42-09, EP-42-10).</li> </ol>

Notația	Codificarea	Definiția
		3. Valoarea absolută a momentului capabil pe lungimea $l_3$ a unei dintre laturile egale ale unei plăci triunghiulare, acționând pe direcția perpendiculară la această latură, (EP-42-11).
		4. Valoarea absolută a momentului capabil negativ, pe direcția circulară, acționând pe unitatea de lățime a unei plăci inelare, (EP-42-12).
$M_{k4}$	M4	1. Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii $l_3$ a unei plăci dreptunghiulare, acționând pe una dintre laturile de lungime $l_1$ a plăcii, (EP-42-01...EP-42-07). 2. Valoarea absolută a momentului capabil pe toată lungimea $l_3$ a bazei mici a unei plăci trapezoidale, acționând pe direcția înălțimii $l_2$ a plăcii, (EP-42-09, EP-42-10). 3. Valoarea absolută a momentului capabil de pe lungimea $l_1$ a bazei unei plăci triunghiulare, acționând pe direcția înălțimii $l_2$ a plăcii, (EP-42-11). 4. Valoarea absolută a momentului capabil negativ, pe direcția radială, acționând pe unitatea de lățime a unei plăci inelare, (EP-42-12).
$M_{k5}$	M5	Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii $l_1$ a unei plăci dreptunghiulare, acționând pe cealaltă latură de lungime $l_2$ a plăcii, (EP-42-01...EP-42-05).
$M_{k6}$	M6	1. Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii $l_2$ a unei plăci dreptunghiulare, acționând pe cealaltă latură de lungime $l_1$ a plăcii, (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03). 2. Valoarea absolută a momentului capabil pe toată lungimea $l_1$ a bazei mari a unei plăci trapezoidale, acționând pe direcția înălțimii $l_2$ a plăcii, (EP-42-09).
$m_0$	MØ	$m_0 = -\frac{l_3}{l_1}$ , (EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11).
$n_1$	N1	Expresie intermediară în calculul momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01...EP-42-11).
$n_2$	N2	Expresia intermediară în calculul momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01...EP-42-11).
$n_0$	NØ	$n_0 = \frac{l_4}{l_1}$ , (EP-42-09, EP-42-10).
$q_1$	Q1	1. Valoarea cea mai mare a intensității unei încărcări de suprafață distribuită liniar, (EP-42-01, EP-42-04, EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11). 2. Intensitatea unei încărcări de suprafață distribuită uniform, (EP-42-02, EP-42-05,...EP-42-08, EP-42-11).
$q_2$	Q2	1. Valoarea cea mai mică a intensității unei încărcări de suprafață distribuită liniar, (EP-42-01, EP-42-04, EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11). 2. Intensitatea unei încărcări de suprafață distribuită uniform, (EP-42-03). 3. Intensitatea unei încărcări liniare distribuită uniform, (EP-42-02, EP-42-05, EP-42-06).
$q_7$	Q7	Expresie intermediară în calculul în încărcărilor $Q_4$ și $Q_6$ și al lucrurilor mecanice virtuale $E_4$ și $E_6$ , (EP-42-02).

Tabelul 16.1 (continuare)

Notăția	Codificarea	Definiția
$q_0$	$Q\emptyset$	1. $q_0 = \frac{q_2}{q_1}$ , (EP-42-01, EP-42-03, EP-42-04, EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11). 2. $q_0 = \frac{q_2}{q_1 l_2}$ , (EP-42-02, EP-42-05, EP-42-06).
$Q_3$	$Q3$	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul $M_{k3}$ și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01...EP-42-11).
$Q_4$	$Q4$	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul $M_{k4}$ și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01...EP-42-07, EP-42-09...EP-42-11).
$Q_5$	$Q5$	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul $M_{k5}$ și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01...EP-42-05).
$Q_6$	$Q6$	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul $M_{k6}$ și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
$Q_0$	$Q\emptyset$	Rezultanta încărcării de pe porțiunea de placă aferentă colțului rezemat punctual, delimitată de liniile de curgere învecinate acestuia, (EP-42-07).
$R_3$	$R3$	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul $M_{k3}$ , (EP-42-01...EP-42-11).
$R_4$	$R4$	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul $M_{k4}$ , (EP-42-01...EP-42-07, EP-42-09...EP-42-11).
$R_5$	$R5$	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul $M_{k5}$ , (EP-42-01...EP-42-05).
$R_6$	$R6$	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul $M_{k6}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
$R_0$	$R\emptyset$	Reacțiunea colțului rezemat punctual, la o placă dreptunghiulară, (EP-42-07, EP-42-08).
$s$	$S$	Numărul total al plăcilor, (EP-42-01...EP-42-12).
$t_0$	$T\emptyset$	$t_0 = \frac{l_3}{l_2}$ , (EP-42-02, EP-42-05).
$u$		1. Parametru al schemei de cedare II la o placă dreptunghiulară, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul $M_{k3}$ de linia de curgere paralelă cu laturile de lungime $l_2$ , și lungimea $l_1$ , (EP-42-01...EP-42-05). 2. Parametru al schemei de cedare III, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul $M_{k3}$ de punctul situat pe latura liberă de lungime $l_1$ prin care trece linia de curgere învecinată, și lungimea $l_1$ , (EP-42-06).
$u_0$	$U\emptyset$	Valoarea efectivă a parametrului $u$ , (EP-42-01...EP-42-06).
$u_1$	$U1$	Valoare curentă a parametrului $u$ , (EP-42-01...EP-42-06).
$u_2$	$U2$	Valoare a parametrului $u$ corespunzătoare mărimii $B_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01...EP-42-06).

Notația	Codificarea	Definiția
$u_{2j}$	$U(2, J)$	Valoare a parametrului $u$ corespunzătoare mărimii $B_{2j}$ a momentului $M_{k1}$ .
$u_3$	$U3$	Valoare a parametrului $u$ corespunzătoare mărimii $B_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , ( $EP-42-01 \dots EP-42-06$ ).
$u_{31}$	$U(3, 1)$	Valoarea $u_3$ a parametrului $u$ pentru $t_0 \leq v_0$ , ( $EP-42-05$ ).
$u_{32}$	$U(3, 2)$	Valoarea $u_3$ a parametrului $u$ pentru $t_0 > v_0$ , ( $EP-42-05$ ).
$u_{3j}$	$U(3, J)$	Valoare a parametrului $u$ corespunzătoare mărimii $B_{3j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , ( $EP-42-03$ ).
$u_4$	$U4$	Valoare a parametrului $u$ corespunzătoare mărimii $B_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ ( $EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03$ ).
$u_{41}$	$U(4, 1)$	Valoarea $u_4$ a parametrului $u$ pentru $t_0 \leq v_0$ , ( $EP-42-02$ ).
$u_{42}$	$U(4, 2)$	Valoarea $u_4$ a parametrului $u$ pentru $v_0 < t_0 \leq 1 - w_0$ , ( $EP-42-02$ ).
$u_{43}$	$U(4, 3)$	Valoarea $u_4$ a parametrului $u$ pentru $t_0 > 1 - w_0$ , ( $EP-42-02$ ).
$u_{4j}$	$U(4, J)$	Valoare a parametrului $u$ corespunzătoare mărimii $B_{4j}$ a momentului $M_{k1}$ , ( $EP-42-03$ ).
$v$		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k4}</math> de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat ei, și lungimea <math>l_2</math>, (<math>EP-42-01 \dots EP-42-05</math>).</li> <li>2. Parametru al schemelor de cedare III și IV, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k4}</math> de punctul de pe latura pe care acționează momentul <math>M_{k3}</math> prin care trec două linii de curgere, și lungimea <math>l_2</math>. (<math>EP-42-06</math>).</li> <li>3. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k6}</math> de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei laturi, și lungimea <math>l_2</math>, (<math>EP-42-09</math>).</li> </ol>
$v_0$	$V \emptyset$	Valoarea efectivă a parametrului $v$ , ( $EP-42-01 \dots EP-42-06, EP-42-09$ ).
$v_1$	$V1$	Valoare curentă a parametrului $v$ , ( $EP-42-01 \dots EP-42-06, EP-42-09$ ).
$v_2$	$V2$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoare a parametrului <math>v</math> corespunzătoare mărimii <math>B_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (<math>EP-42-01 \dots EP-42-05, EP-42-09</math>).</li> <li>2. Valoare a parametrului <math>v</math> corespunzătoare mărimii <math>C_2</math> sau mărimii <math>D_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (<math>EP-42-06</math>).</li> </ol>
$v_{2j}$	$V(2, J)$	Valoare a parametrului $v$ corespunzătoare mărimii $B_{2j}$ a momentului $M_{k1}$ , ( $EP-42-03$ ).
$v_3$	$V3$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoare a parametrului <math>v</math> corespunzătoare mărimii <math>B_3</math> a momentului <math>M_{k1}</math>, (<math>EP-42-01 \dots EP-42-05, EP-42-09</math>).</li> <li>2. Valoare a parametrului <math>v</math> corespunzătoare mărimii <math>C_3</math> sau mărimii <math>D_3</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (<math>EP-42-06</math>).</li> </ol>
$v_{31}$	$V(3, 1)$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoarea <math>v_3</math> a parametrului <math>v</math> pentru <math>t_0 \leq v_0</math>, (<math>EP-42-05</math>).</li> <li>2. Valoarea <math>v_3</math> a parametrului <math>v</math> corespunzătoare schemei de cedare III, (<math>EP-42-06</math>).</li> </ol>

Notăția	Codificarea	Definiții
$v_{32}$	V(3, 2)	1. Valoarea $v_3$ a parametrului $v$ pentru $t_0 > v_0$ , (EP-42-05). 2. Valoarea $v_3$ a parametrului $v$ corespunzătoare schemei de cedare IV, (EP-42-06).
$v_{3J}$	V(3, J)	Valoare a parametrului $v$ corespunzătoare mărimii $B_{3J}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$v_4$	V4	Valoare a parametrului $v$ corespunzătoare mărimii $B_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02).
$v_{41}$	V(4, 1)	Valoarea $v_4$ a parametrului $v$ pentru $t_0 \leq v_0$ , (EP-42-02).
$v_{42}$	V(4, 2)	Valoarea $v_4$ a parametrului $v$ pentru $v_0 < t_0 \leq 1 - w_0$ , (EP-42-02).
$v_{43}$	V(4, 3)	Valoarea $v_4$ a parametrului $v$ pentru $t_0 > 1 - w_0$ , (EP-42-02).
$v_{4J}$	V(4, J)	Valoare a parametrului $v$ corespunzătoare mărimii $P_{4J}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$w$		1. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul $M_{k4}$ de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinate ei, și lungimea $l_0$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03). 2. Parametru al schemei de cedare IV, egal cu raportul dintre proiecția pe latura pe care acționează momentul $M_{k3}$ a liniei de curgere care intersectează latura liberă de lungime $l_0$ , și mărimea acestei lungimi, (EP-42-06). 3. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul $M_{k4}$ de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinate acestei laturi, și lungimea $l_0$ , (EP-42-09).
$w$	WØ	Valoare efectivă a parametrului $w$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-06, EP-42-09).
$w_1$	W1	Valoarea curentă a parametrului $w$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-06, EP-42-06, EP-42-09).
$w_2$	W2	1. Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $B_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09). 2. Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $D_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-06).
$w_{2J}$	W(2, J)	1. Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $B_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09). 2. Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $D_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-06).
$w_3$	W3	1. Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $B_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09). 2. Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $D_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-06).
$w_{3J}$	W(3, J)	Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $B_3$ a momentului capabil $M_{k6}$ , (EP-42-03).
$w_4$	W4	Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $B_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03).
$w_{41}$	W(4, 1)	Valoarea $w_4$ a parametrului $w$ pentru $t_0 \leq v_0$ , (EP-42-02).

Notăția	Codificarea	Definiția
$w_{43}$	W(4, 2)	Valoarea $w_4$ a parametrului $w$ pentru $v_0 < l_0 \leq 1 - w_0$ , (EP-42-02).
$w_{43}$	W(4, 3)	Valoarea $w_4$ a parametrului $w$ pentru $l_0 > 1 - w_0$ , (EP-42-02).
$w_{4j}$	W(4, J)	Valoare a parametrului $w$ corespunzătoare mărimii $B_{4j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$x$		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k2}</math> de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat ei, și lungimea <math>l_1</math>, (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-07)</li> <li>2. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k2}</math> de punctul de intersecție a liniei de curgere învecinată ei cu latura liberă, și lungimea <math>l_1</math> a acesteia, (EP-42-04, EP-42-05).</li> <li>3. Parametru al schemelor de cedare I și II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k3}</math> de punctul de pe latura de lungime <math>l_1</math> în care concură liniile de curgere și mărimea acestei lungimi, (EP-42-06).</li> <li>4. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k3}</math> de linia de curgere paralelă cu această latură și lungimea <math>l_1</math>, (EP-42-08).</li> <li>5. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k3}</math> de punctul de intersecție a liniilor de curgere și lungimea <math>l_1</math>, (EP-42-08).</li> <li>6. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre lungimea proiecției pe baza mare a unciă dintre liniile de curgere care trec prin extremitățile acestei baze, și lungimea <math>l_1</math>, (EP-42-09).</li> <li>7. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă o extremitate a laturii libere de punctul de intersecție a acestei laturi cu linia de curgere învecinată extremității respective, și lungimea <math>l_1</math>, (EP-42-10).</li> <li>8. Parametru al schemei de cedare a unei plăci inelare, egal cu raportul dintre distanța care separă centrul plăcii de linia de curgere circulară pe care acționează momentul <math>M_{k7}</math> și diametrul conturului exterior al plăcii (EP-42-12).</li> </ol>
$x_0$	XØ	Valoarea efectivă a parametrului $x$ , (EP-42-01...EP-42-10 EP-42-11).
$x_1$	X1	Valoarea curentă a parametrului $x$ , (EP-42-01...EP-42-10, EP-42-11).
$x_2$	X2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoare a parametrului <math>x</math>, corespunzătoare mărimii <math>A_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-01...EP-42-05, EP-42-07, EP-42-09, EP-42-11).</li> <li>2. Valoare a parametrului <math>x</math> corespunzătoare mărimii <math>A_2</math> sau mărimii <math>B_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-06).</li> <li>3. Valoare a parametrului <math>x</math> corespunzătoare mărimii <math>A_2</math>, mărimii <math>B_2</math> sau mărimii <math>C_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-08).</li> <li>4. Valoare a parametrului <math>x</math> corespunzătoare mărimii <math>B_4</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-10).</li> </ol>
$x_{11}$	X(2, 1)	Valoarea $x_2$ a parametrului $x$ corespunzătoare schemei de cedare I, (EP-42-08).

Notația	Codificarea	Definiția
$x_{2j}$	X(2, J)	Valoare a parametrului $x$ corespunzătoare mărimii $A_{j2}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$x_3$	X3	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoare a parametrului <math>x</math> corespunzătoare mărimii <math>A_3</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-01... EP-42-05, EP-42-07, EP-42-09).</li> <li>2. Valoare a parametrului <math>x</math> corespunzătoare mărimii <math>A_3</math> sau mărimii <math>B_3</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-06).</li> <li>3. Valoare a parametrului <math>x</math> corespunzătoare mărimii <math>B_3</math> sau mărimii <math>C_3</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-08).</li> </ol>
$x_{31}$	X(3, 1)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoarea <math>x_3</math> a parametrului <math>x</math> corespunzătoare schemei de cedare I, (EP-42-06)</li> <li>2. Valoarea <math>x_3</math> a parametrului <math>x</math> corespunzătoare schemei de cedare II, (EP-42-08).</li> </ol>
$x_{32}$	X(3, 2)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoarea <math>x_3</math> a parametrului <math>x</math> corespunzătoare schemei de cedare II, (EP-42-06).</li> <li>2. Valoarea <math>x_3</math> a parametrului <math>x</math> corespunzătoare schemei de cedare III, (EP-42-08).</li> </ol>
$x_{3j}$	X(3, J)	Valoare a parametrului $x$ corespunzătoare mărimii $A_{3j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$x_4$	X4	Valoare a parametrului $x$ corespunzătoare mărimii $A_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-07).
$x_{41}$	X(4, 1)	Valoarea $x_4$ a parametrului $x$ pentru $t_0 \leq z_0$ , (EP-42-02).
$x_{43}$	X(4, 2)	Valoarea $x_4$ a parametrului $x$ pentru $t_0 > z_0$ , (EP-42-02).
$x_{4j}$	X(4, J)	Valoare a parametrului $x$ corespunzătoare mărimii $A_{4j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$y$		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k5}</math> de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat ei, și lungimea <math>l_1</math>, (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03).</li> <li>2. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k5}</math> de punctul de intersecție a liniei de curgere învecinată ei cu latura liberă, și lungimea <math>l_1</math> a acesteia (EP-42-04, EP-42-05).</li> <li>3. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre proiecția pe latura pe care acționează momentul <math>M_{k4}</math> a liniei de curgere care intersectează latura liberă de lungime <math>l_1</math>, și mărimea acestei lungimi, (EP-42-06).</li> <li>4. Parametru al schemei de cedare, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul <math>M_{k4}</math> de punctul de intersecție a liniilor de curgere, și lungimea <math>l_2</math>, (EP-42-07).</li> <li>5. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre proiecția pe latura liberă de lungime <math>l_1</math> a liniei de curgere care intersectează această latură și mărimea acestei lungimi, (EP-42-08).</li> </ol>
$y_0$	YØ	Valoarea efectivă a parametrului $y$ , (EP-42-01...EP-42-08).
$y_1$	Y1	Valoare curentă a parametrului $y$ , (EP-42-01...EP-42-08).
$y_2$	Y2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Valoare a parametrului <math>y</math> corespunzătoare mărimii <math>A_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-01...EP-42-07).</li> <li>2. Valoare a parametrului <math>y</math> corespunzătoare mărimii <math>B_2</math> a momentului capabil <math>M_{k1}</math>, (EP-42-08).</li> </ol>



Notația	Codificarea	Definiția
$y_{2j}$	Y(2, J)	Valoare a parametrului $y$ corespunzătoare mărimii $A_{2j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$y_3$	Y3	1. Valoare a parametrului $y$ corespunzătoare mărimii $A_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01...EP-42-07). 2. Valoare a parametrului $y$ corespunzătoare mărimii $B_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-08).
$y_{3j}$	Y(3, J)	Valoare a parametrului $y$ corespunzătoare mărimii $A_{2j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$y_4$	Y4	Valoare a parametrului $y$ corespunzătoare mărimii $A_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-07).
$y_{41}$	Y(4, 1)	Valoarea $y_4$ a parametrului $y$ pentru $t_0 \leq z_0$ .
$y_{42}$	Y(4, 2)	Valoarea $y_4$ a parametrului $y$ pentru $t_0 > z_0$ .
$y_{4j}$	Y(4, J)	Valoare a parametrului $y$ corespunzătoare mărimii $A_{4j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$z$		1. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul $M_{k4}$ de linia de curgere paralelă cu laturile de lungime $l_1$ , și lungimea $l_2$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03). 2. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre proiecția pe latura liberă de lungime $l_2$ a liniei de curgere care intersectează această latură și mărimea acestei lungimi, (EP-42-06). 3. Parametru al schemei de cedare III, egal cu raportul dintre proiecția pe latura liberă de lungime $l_2$ a unciă dintre liniile de curgere învecinate colțurilor rezemate punctual și mărimea lungimii $l_2$ , (EP-42-08). 4. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă baza mare a unei plăci trapezoidale de linia de curgere paralelă cu aceasta, și lungimea $l_2$ , (EP-42-09). 5. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă baza mare a unei plăci trapezoidale de punctul de intersecție a liniilor de curgere, și lungimea $l_2$ , (EP-42-10). 6. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă baza unei plăci triunghiulare de punctul de intersecție a liniilor de curgere, și înălțimea $l_2$ , (EP-42-11).
$z_0$	ZØ	Valoarea efectivă a parametrului $z$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-06...EP-42-11).
$z_1$	Z1	Valoare curentă a parametrului $z$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-06...EP-42-11).
$z_2$	Z2	1. Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $A_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11).

Notația	Codificarea	Definiția
		2. Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $B_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-06).
		3. Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $C_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-08).
$z_{2j}$	Z(2, J)	Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $A_{2j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$z_3$	Z3	1. Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $A_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09). 2. Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $B_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-06). 3. Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $C_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-08).
$z_{3j}$	Z(3, J)	Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $A_{3j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$z_4$	Z4	Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $A_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03).
$z_{41}$	Z(4, 1)	Valoarea $z_4$ a parametrului $z$ pentru $t_0 \leq z_0$ , (EP-42-02).
$z_{42}$	Z(4, 2)	Valoarea $z_4$ a parametrului $z$ pentru $t_0 > z_0$ , (EP-42-02).
$z_{4j}$	Z(4, J)	Valoare a parametrului $z$ corespunzătoare mărimii $A_{4j}$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-03).
$\alpha$	AØ	$\alpha = \frac{l_3}{l_1}$ .
$\beta$	BØ	$\beta = \frac{l_4}{l_2}$ .
0		Parametru al schemelor de cedare I, II și III, egal cu mărimea exprimată în radiani a unghiului format de una dintre laturile de lungime $l_2$ și axa de rotație care trece prin reazemul punctual al plăcilor, (EP-42-07).
$\theta_0$	TØ	Valoarea efectivă a parametrului $\theta$ , (EP-42-07).
$\theta_1$	T1	Valoare curentă a parametrului $\theta$ , (EP-42-07).
$\theta_2$	T2	Valoare a parametrului $\theta$ corespunzătoare mărimii $A_2$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-07).
$\theta_3$	T3	Valoare a parametrului $\theta$ corespunzătoare mărimii $A_3$ a momentului capabil $M_{k1}$ , (EP-42-07).
$\theta_{41}$	T(4, 1)	Valoare a parametrului $\theta$ corespunzătoare mărimii $A_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ în cazul schemei de cedare I, (EP-42-07).
$\theta_{42}$	T(4, 2)	Valoare a parametrului $\theta$ corespunzătoare mărimii $B_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ în cazul schemei de cedare II, (EP-42-07).
$\theta_{43}$	T(4, 3)	Valoare a parametrului $\theta$ corespunzătoare mărimii $C_4$ a momentului capabil $M_{k1}$ în cazul schemei de cedare III, (EP-42-07).

# 17. CALCULUL AUTOMAT AL PLĂCILOR PLANE DIN BETON ARMAT

## 17.1. TIPURI DE PLĂCI ȘI DE ÎNCĂRCĂRI

În acest volum sînt prezentate 12 programe pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor armate pe două direcții, dintre care opt se referă la plăci dreptunghiulare, două la plăci trapezoidale, unul la plăci triunghiulare și unul la plăci inelare. Programele referitoare la plăcile dreptunghiulare se deosebesc între ele prin modul de rezemare pe contur a plăcilor și prin tipul încărcărilor suportate de acestea, în timp ce programele referitoare la plăcile trapezoidale se deosebesc numai prin modul de rezemare pe contur a plăcilor.

Lista programelor elaborate se prezintă după cum urmează :

1. *Programul EP-42-01* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.1 a).

2. *Programul EP-42-02* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat, rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară, distribuite uniform (fig. 17.1, b).

3. *Programul EP-42-03* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața și de o încărcare distribuită uniform pe o zonă dreptunghiulară a suprafeței lor (fig. 17.1 c).

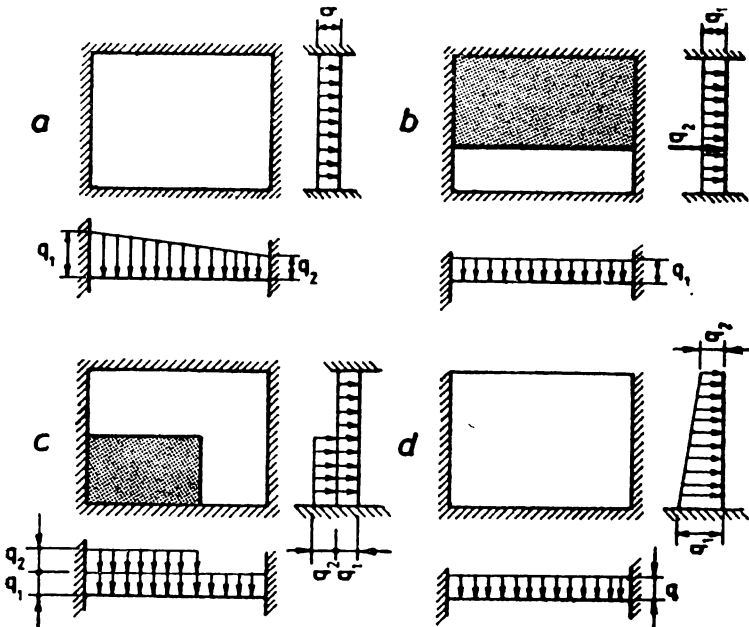


Fig. 17.1

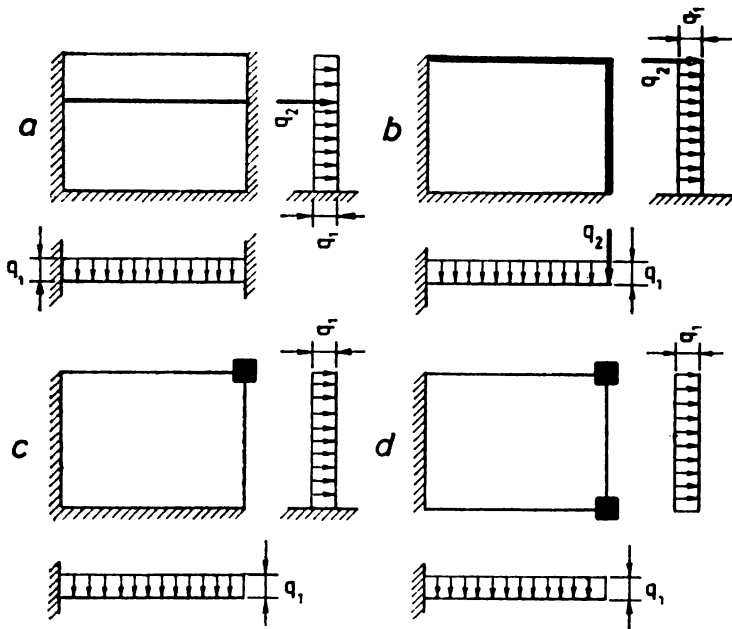


Fig. 17.2

4. Programul EP-42-04 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.1, d).

5. Programul EP-42-05 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară paralelă cu latura liberă, distribuite uniform (fig. 17.2, a).

6. Programul EP-42-06 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente și libere pe celelalte două laturi, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară pe lungimile laturilor libere, distribuite uniform (fig. 17.2, b).

7. Programul EP-42-07 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente și pe colțul opus lor, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform (fig. 17.2, c).

8. Programul EP-42-08 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe o latură și pe cele două colțuri opuse ei, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform (fig. 17.2, d).

9. Programul EP-42-09 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.3, a).

10. Programul EP-42-10 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.3, b).

11. Programul EP-42-11 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor triunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.3, c).

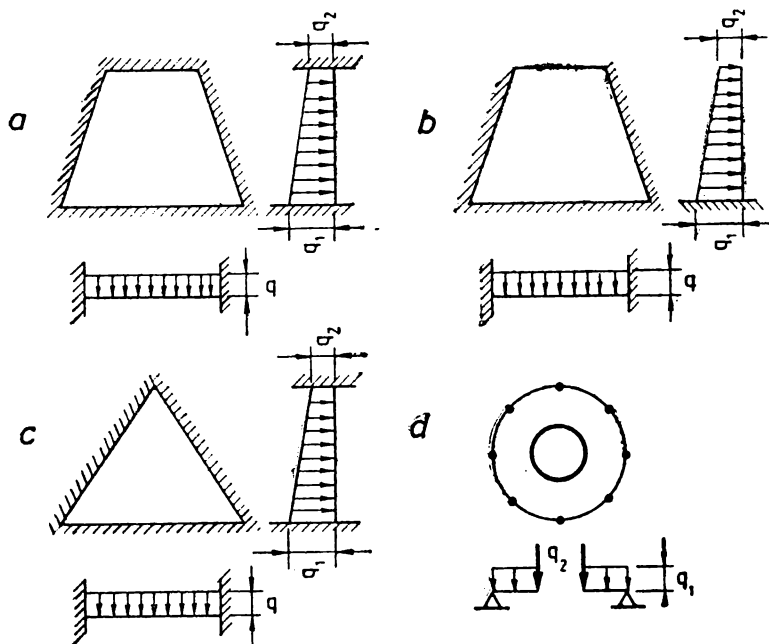


Fig. 17.3

12. Programul EP-42-12 : Calculul în domeniul plastic al plăcilor inelare din beton armat rezemate echidistant pe conturul exterior, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe lungimea conturului interior și de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lor (fig. 17.3, d).

## 17.2. ALGORITMI DE CALCUL

Elaborarea unor algoritmi de calcul pentru stabilirea schemelor reale de cedare și a valorilor momentelor capabile și reacțiilor din rezemări, în cazul plăcilor armate pe două direcții, poate fi realizată prin discretizarea uniformă a valorilor parametrilor care caracterizează schemele posibile de cedare ale unor astfel de plăci. Discretizarea este justificată prin aceea că erori până la 20% afectând valorile parametrilor schemelor de cedare conduc la o valoare a momentului capabil de referință mai mică decât cea reală cu cel mult 2,5% [18].

Ținând seama de faptul că parametrii schemelor de cedare sînt adimensionali, iar valorile lor sînt cel puțin egale cu 0,25, rezultă că se poate conta pe o precizie suficient de mare a rezultatelor dacă pentru fiecare parametru se adoptă un pas de discretizare egal cu 0,05.

Schemele posibile de cedare a plăcilor considerate în acest volum depind de unul, de doi sau de trei parametri. Corespunzător acestor situații au fost elaborați trei algoritmi pentru calculul automat al plăcilor.

Primul algoritm de calcul se referă la schemele de cedare caracterizate printr-un singur parametru, notat cu  $x$ .

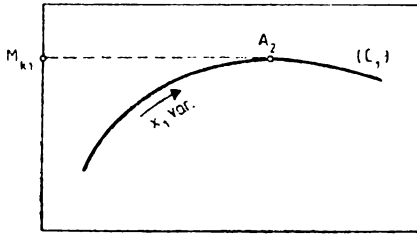


Fig. 17.4

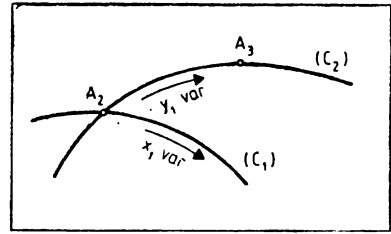


Fig. 17.5

Fie  $x_1$  valoarea inițială a parametrului  $x$  și  $A_1$  mărimea momentului capabil de referință corespunzătoare acestei valori. Prin modificarea succesivă a parametrului  $x_1$  conform relațiilor de atribuire

$$x_1 \leftarrow x_1 + 0,05 \quad (17.1)$$

dacă valoarea inițială este minimă, sau

$$x_1 \leftarrow x_1 - 0,05 \quad (17.2)$$

dacă valoarea inițială este maximă, se obțin valori succesive ale mărimii  $A_1$ . Locul geometric al acestei mărimi este o curbă  $(C_1)$ , care conduce la valoarea maximă a mărimii  $A_1$ , notată cu  $A_2$  (fig. 17.4).

$A_2$  reprezintă deci valoarea maximă a momentului capabil de referință în cazul schemelor de cedare care depind de un singur parametru.

*Al doilea algoritm de calcul* se referă la schemele de cedare caracterizate prin doi parametri, notați cu  $x$  și  $y$  [21].

Fie  $x_1$  și  $y_1$  valorile inițiale ale parametrilor  $x$  și  $y$  și  $A_1$  mărimea momentului capabil de referință corespunzătoare acestor valori.

Prin modificarea succesivă a parametrului  $x_1$  conform relației (17.1) dacă valoarea lui inițială este minimă sau conform relației (17.2) dacă valoarea lui inițială este maximă se obțin valori succesive ale mărimii  $A_1$ . Locul geometric al acestei mărimi este o curbă  $(C_1)$ , care conduce la valoarea maximă a mărimii  $A_1$ , notată cu  $A_2$  (fig. 17.5).

Prin modificarea succesivă a parametrului  $y_1$  conform relațiilor de atribuire

$$y_1 \leftarrow y_1 + 0,05 \quad (17.3)$$

dacă valoarea inițială este minimă, sau

$$y_1 \leftarrow y_1 - 0,05 \quad (17.4)$$

dacă valoarea inițială este maximă, și repetarea, pentru fiecare valoare a parametrului  $y_1$ , a calculului mărimii  $A_1$  prin modificarea succesivă a parametrului  $x_1$  în conformitate cu relațiile de atribuire (17.1) sau (17.2) se obțin valori succesive ale mărimii  $A_2$ . Locul geometric al acestei mărimi este o curbă  $(C_2)$ , care conduce la valoarea maximă a mărimii  $A_2$ , notată cu  $A_3$  (fig. 17.5).

$A_3$  reprezintă, prin urmare, valoarea maximă a momentului capabil de referință în cazul schemelor de cedare ale plăcilor care depind de doi parametri.

*Al treilea algoritm de calcul* se referă la schemele de cedare caracterizate prin trei parametri notați cu  $x$ ,  $y$ , și  $z$  [19].

Fie  $x_1$ ,  $y_1$  și  $z_1$  valorile inițiale ale parametrilor  $x$ ,  $y$  și  $z$  și  $A_1$  mărimea momentului capabil de referință corespunzătoare acestor valori.

Prin modificarea succesivă a parametrului  $x_1$  conform relației (17.1) dacă valoarea lui inițială este minimă sau conform relației (17.2) dacă valoarea lui inițială este maximă se obțin valori succesive ale mărimii  $A_1$ . Locul geometric al acestei mărimi este o curbă  $(C_1)$ , care conduce la valoarea maximă a mărimii  $A_1$ , notată cu  $A_2$  (fig. 17.6).

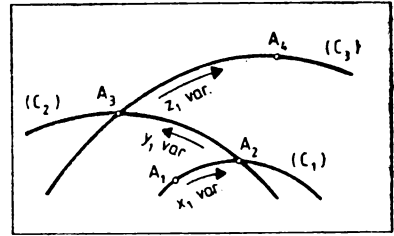


Fig. 17.6

Prin modificarea succesivă a parametrului  $y_1$  conform relației (17.3) dacă valoarea lui inițială este minimă sau conform relației (17.4) dacă valoarea lui inițială este maximă și repetarea, pentru fiecare valoare a parametrului  $y_1$ , a calculului mărimii  $A_1$  prin modificarea succesivă a parametrului  $x_1$  în conformitate cu relațiile de atribuire (17.1) sau (17.2) se obțin valori succesive ale mărimii  $A_2$ . Locul geometric al acestei mărimi este o curbă  $(C_2)$ , care conduce la valoarea maximă a mărimii  $A_2$ , notată cu  $A_3$  (fig. 17.6).

În sfârșit, prin modificarea succesivă a parametrului  $z_1$  conform relațiilor de atribuire

$$z_1 \leftarrow z_1 + 0,05 \quad (17.5)$$

dacă valoarea inițială este minimă, sau

$$z_1 \leftarrow z_1 - 0,05 \quad (17.6)$$

dacă valoarea inițială este maximă și repetarea, pentru fiecare valoare a parametrului  $z_1$ , a calculului mărimii  $A_2$  prin modificarea succesivă a parametrilor  $x_1$  și  $y_1$  în conformitate cu relațiile de atribuire (17.1), sau (17.2) și respectiv (17.3), sau (17.4), se obțin valori succesive ale mărimii  $A_3$ . Locul geometric al acestei mărimi este o curbă  $(C_3)$ , care conduce la valoarea maximă a mărimii  $A_3$ , notată cu  $A_4$  (fig. 17.6).

$A_4$  reprezintă, prin urmare, valoarea maximă a momentului capabil de referință în cazul schemelor de cedare ale plăcilor care depind de trei parametri.

### 17.3. VERIFICAREA PROGRAMELOR DE CALCUL

Programele pentru calculul automat al plăcilor armate pe două direcții au fost obținute prin transcrierea, în limbajul de programare BASIC, a operațiilor conținute de organigramele respective, folosind codificarea adoptată pentru fiecare tip de placă.

Verificarea corectitudinii rezultatelor obținute prin rularea acestor programe a constat în verificarea condiției de maximum a momentului capabil de referință, după cum urmează;

— pentru fiecare schemă de cedare s-a ales un număr de exemple de calcul care să asigure parcurgerea tuturor ramificațiilor organigramei;

— la schemele de cedare caracterizate printr-un singur parametru  $x$ , s-a dat acestuia, pe rînd, o valoare mai mică cu un pas și, respectiv, o valoare mai mare cu un pas decît valoarea  $x_0$  furnizată de programul de calcul. În acest fel s-a ajuns la următoarele valori ale parametrului fiecărei scheme de cedare :

$$x = x_0 - 0,05 ; \quad (17.7)$$

$$x = x_0 + 0,05.$$

Pentru fiecare dintre aceste valori s-a calculat mărimea momentului capabil de referință, care s-a comparat cu cea obținută prin aplicarea programului de calcul, aceasta din urmă trebuind să fie întotdeauna mai mare ;

— la schemele de cedare caracterizate prin doi parametri  $x$  și  $y$ , fiecăruia dintre aceștia i s-a dat, pe rînd, o valoare mai mică cu un pas și, respectiv, o valoare mai mare cu un pas decît valoarea  $x_0$  sau  $y_0$  furnizată de programul de calcul, celălalt parametru păstrîndu-și valoarea  $y_0$  sau  $x_0$  reieșită din aplicarea programului. În acest fel s-a ajuns la următoarele seturi de valori ale parametrilor fiecărei scheme de cedare :

$$a) \quad x = x_0 - 0,05 ; \quad y = y_0 ; \quad (17.8)$$

$$x = x_0 + 0,05 ; \quad y = y_0 ;$$

și

$$b) \quad x = x_0 ; \quad y = y_0 - 0,05 ; \quad (17.9)$$

$$x = x_0 ; \quad y = y_0 + 0,05.$$

Pentru fiecare set de valori astfel stabilite s-a calculat mărimea momentului capabil de referință, care s-a comparat apoi cu cea obținută prin aplicarea programului de calcul, ultima trebuind să fie mai mare.

*Observație.* Dacă parametrii schemelor de cedare sînt notați cu  $u$  și  $v$ , rezultă următoarele seturi de valori :

$$a) \quad u = u_0 - 0,05 ; \quad v = v_0 \quad (17.10)$$

$$u = u_0 + 0,05 ; \quad v = v_0$$

și

$$b) \quad u = u_0 ; \quad v = v_0 - 0,05 \quad (17.11)$$

$$u = u_0 ; \quad v = v_0 + 0,05.$$

— la schemele de cedare caracterizate prin trei parametri  $x$ ,  $y$  și  $z$ , fiecăruia dintre aceștia i s-a dat, pe rînd, o valoare mai mică cu un pas și, respectiv, o valoare mai mare cu un pas decît valoarea  $x_0$ ,  $y_0$  sau  $z_0$  furnizată de programul de calcul, ceilalți parametri păstrîndu-și valorile  $y_0$  și  $z_0$ ,  $x_0$  și  $z_0$  sau  $x_0$  și  $y_0$  reieșite din rularea programului. În acest fel s-a ajuns la următoarele seturi de valori ale parametrilor fiecărei scheme de cedare [19] :

$$a) \quad x = x_0 - 0,05 ; \quad y = y_0 ; \quad z = z_0 \quad (17.12)$$

$$x = x_0 + 0,05 ; \quad y = y_0 ; \quad z = z_0$$

$$b) \quad x = x_0 ; \quad y = y_0 - 0,05 ; \quad z = z_0 \quad (17.13)$$

$$x = x_0 ; \quad y = y_0 + 0,05 ; \quad z = z_0$$

$$c) \quad x = x_0 ; \quad y = y_0 ; \quad z = z_0 - 0,05 \quad (17.14)$$

$$x = x_0 ; \quad y = y_0 ; \quad z = z_0 + 0,05.$$



Pentru fiecare set de valori astfel stabilite s-a calculat mărimea momentului capabil de referință, care s-a comparat apoi cu cea obținută prin aplicarea programului de calcul, ultima trebuind să fie mai mare.

*Observație.* Dacă parametrii schemelor de cedare sînt notați cu  $u$ ,  $v$  și  $w$ , rezultă următoarele seturi de valori:

$$\begin{aligned} a) \quad u &= u_0 - 0,05; \quad v = v_0; \quad w = w_0 \\ &u = u_0 + 0,05; \quad v = v_0; \quad w = w_0 \end{aligned} \quad (17.15)$$

$$\begin{aligned} b) \quad u &= u_0; \quad v = v_0 - 0,05; \quad w = w_0 \\ &u = u_0; \quad v = v_0 + 0,05; \quad w = w_0 \end{aligned} \quad (17.16)$$

$$\begin{aligned} c) \quad u &= u_0; \quad v = v_0; \quad w = w_0 - 0,05 \\ &u = u_0; \quad v = v_0; \quad w = w_0 + 0,05 \end{aligned} \quad (17.17)$$

## 18. PLĂCI DREPTUNGHILARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

### 18.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungime  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată pe tot conturul, la care reazemele de pe direcția laturii  $l_1$  sînt notate cu 3 și 5, iar cele de pe direcția laturii  $l_2$  cu 4 și 6. Placa este solicitată pe toată suprafața ei de o încărcare cu distribuție uniformă pe direcția laturii  $l_2$  și cu distribuție liniară pe direcția laturii  $l_1$ , avînd ordonata cea mai mare,  $q_1$ , în dreptul reazemului 3 și ordonata cea mai mică,  $q_2$ , în dreptul reazemului 5. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 18.1.

Plăcile de acest tip pot ceda după una dintre cele două scheme distincte de cedare, notate cu I și II, trasate în figurile 18.2 și 18.3.

Schema de cedare I este caracterizată de parametrii  $x$ ,  $y$  și  $z$ , iar schema de cedare II — de parametrii  $u$ ,  $v$  și  $w$ . Liniiile de curgere care apar în aceste scheme separă plăcile în cîte patru porțiuni, notate cu 3, 4, 5 și 6, fiecare dintre ele fiind alăturată unuiia dintre reazemele plăcilor, numerele de ordine ale porțiunilor de placă coincidînd cu cele ale reazemelor alăturate.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$ ,  $Q_5$

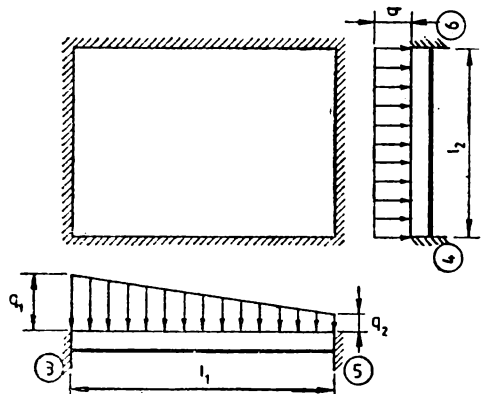


Fig. 18.1

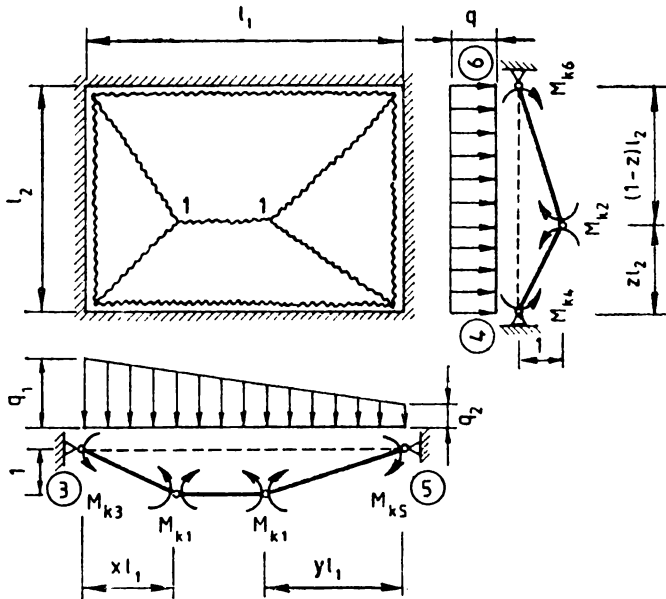


Fig. 18.2

și  $Q_6$  care solicită cele patru porțiuni de placă și pentru forțele nodale  $F_3, F_4, F_5, F_6$  care apar în zonele de legătură dintre aceste porțiuni, pentru fiecare dintre cele două scheme de cedare ale plăcilor.

a) *Schema de cedare I* (fig. 18.2). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime  $l_1$  (fig. 18.2) se obțin următoarele expresii ale parametrilor  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$ :

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{x} + \frac{1 + k_5}{y} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 z} + \frac{k_2 + k_6}{l_0(1 - z)}; \quad (18.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0[6(1 + q_0) - 4(x + q_0 y) + (1 - q_0)(x^2 - y^2)]}{24}. \quad (18.2)$$

— încărcările care solicită cele patru porțiuni de placă delimitate de liniile de curgere ale schemei de cedare I au următoarele expresii:

$$Q_3 = \frac{l_0 x [3 - (1 - q_0)x] q_1 l_1^2}{6}; \quad (18.3)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 z [3(1 + q_0) - 3(x + q_0 y) + (1 - q_0)(x^2 - y^2)] q_1 l_1^2}{6}; \quad (18.4)$$

$$Q_5 = \frac{l_0 y [3q_0 + (1 - q_0)y] q_1 l_1^2}{6}; \quad (18.5)$$

$$Q_6 = \frac{l_0(1 - z) [3(1 + q_0) - 3(x + q_0 y) + (1 - q_0)(x^2 - y^2)] q_1 l_1^2}{6}. \quad (18.6)$$

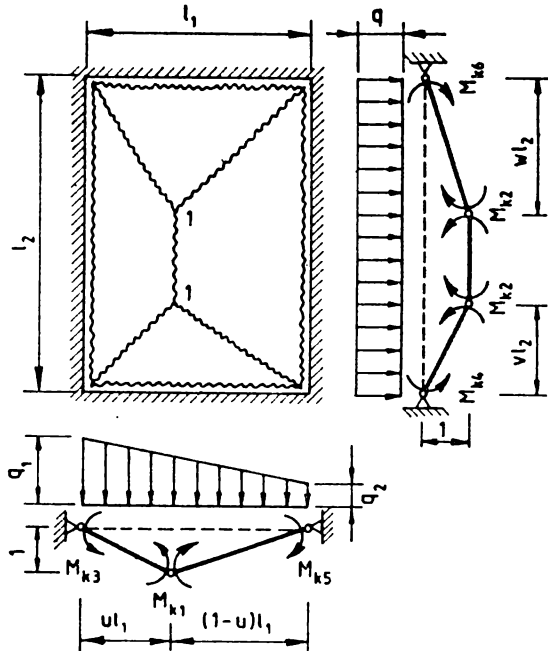


Fig. 18.3

— forțele nodale se obțin din ecuațiile de echilibru rezultate din egalarea cu zero, pentru fiecare porțiune de placă, a sumei tuturor momentelor în raport cu axa rezemului aferent porțiunii respective. Aceste ecuații furnizează următoarele expresii ale forțelor nodale :

$$F_3 = \frac{(1 + k_3)M_{k3}}{l_1 x} - \frac{l_0 x [2 - (1 - q_0)x] q_1 l_1^2}{12}; \quad (18.7)$$

$$F_4 = \frac{(k_2 + k_4)M_{k4}}{l_2 z} - \frac{l_0 z [6(1 + q_0) - 8(x + q_0)y] + 3(1 - q_0)(x^2 - y^2)] q_1 l_1^2}{24}; \quad (18.8)$$

$$F_5 = \frac{(1 + k_5)M_{k5}}{l_1 y} - \frac{l_0 y [2q_0 + (1 - q_0)y] q_1 l_1^2}{12}; \quad (18.9)$$

$$F_6 = \frac{(k_2 + k_6)M_{k6}}{l_2(1 - z)} - \frac{l_0(1 - z)[6(1 + q_0) - 8(x + q_0)y] + 3(1 - q_0)(x^2 - y^2)] q_1 l_1^2}{24}. \quad (18.10)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 18.3). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralel cu laturile de lungime  $l_2$  (fig. 18.3) se obțin următoarele expresii ale parametrilor  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  :

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{u} + \frac{1 + k_5}{1 - u} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 v} + \frac{k_2 + k_6}{l_0 w}; \quad (18.11)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0 \{4(2 + q_0) - 4(1 - q_0)u - (v + w)[3 + q_0 - 2(1 - q_0)u]\}}{24}. \quad (18.12)$$

— încărcările care solicită cele patru porțiuni de placă delimitate de liniile de curgere ale schemei de cedare II au următoarele expresii :

$$Q_3 = \frac{l_0 u [3(2 - \nu - w) - u(1 - q_0)(3 - 2\nu - 2w)] q_1 l_1^2}{6}; \quad (18.13)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 \nu [2 + q_0 - u(1 - q_0)] q_1 l_1^2}{6}; \quad (18.14)$$

$$Q_5 = \frac{l_0 (1 - u) [3q_0(2 - \nu - w) + (1 - q_0)(1 - u)(3 - 2\nu - 2w)] q_1 l_1^2}{6}; \quad (18.15)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 w [2 + q_0 - u(1 - q_0)] q_1 l_1^2}{6}. \quad (18.16)$$

— ecuațiile de echilibru la rotație corespunzătoare celor patru porțiuni de placă ale schemei de cedare II furnizează următoarele expresii ale forțelor nodale :

$$F_3 = \frac{(1 + k_3) M_{k1}}{l_1 u} - \frac{l_0 u [6 - 4(\nu + w) - u(1 - q_0)(4 - 3\nu - 3w)] q_1 l_1^2}{12}; \quad (18.17)$$

$$F_4 = \frac{(k_2 + k_4) M_{k1}}{l_2 \nu} - \frac{l_0 \nu [3 + q_0 - 2u(1 - q_0)] q_1 l_1^2}{24}; \quad (18.18)$$

$$F_5 = \frac{(1 + k_5) M_{k1}}{l_1 (1 - u)} - \frac{l_0 (1 - u) [q_0(6 - 4\nu - 4w) + (1 - q_0)(1 - u)(4 - 3\nu - 3w)] q_1 l_1^2}{12}; \quad (18.19)$$

$$F_6 = \frac{(k_2 + k_6) M_{k1}}{l_2 w} - \frac{l_0 w [3 + q_0 - 2u(1 - q_0)] q_1 l_1^2}{24}. \quad (18.20)$$

## 18.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul este prezentată în anexa 18.1 a acestui capitol. Elaborarea ei a fost efectuată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât 2, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 < 2 \quad (18.21)$$

— lungimile  $x l_1$  și  $y l_1$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_2}{4}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $x$  și  $y$ , exprimate ca multipli de 0,05, sînt

$$x_{min} = y_{min} = \frac{1}{20} \text{int}(5l_0); \quad (18.22)$$

— lungimile  $x l_1$  și  $y l_1$  nu pot fi mai mari decât  $l_2$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $x$  și  $y$ , exprimate ca multipli de 0,05, sînt :

$$x_{max} = y_{max} = \frac{1}{20} \text{int}(20l_0); \quad (18.23)$$

— suma lungimilor  $xl_1$  și  $yl_1$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci parametrii  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea

$$x + y \leq 1; \quad (18.24)$$

— lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mică decât  $0,3l_2$  și nici mai mare decât  $0,7l_2$  și deci parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,3 \leq z \leq 0,7; \quad (18.25)$$

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $y$  este cel mult egal cu 0,5;

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $x$  este cel mult egal cu 0,5. În acest caz ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare în cadrul algoritmului de calcul este  $y, x, z$ ;

— pentru  $q_0 = 1$  și  $k_3 = k_5$  parametrii  $x$  și  $y$  sînt egali între ei, deci  $x = y$ ;

— pentru  $k_4 < k_6$ , parametrul  $z$  este cel mult egal cu 0,5;

— pentru  $k_4 > k_6$ , parametrul  $z$  este cel puțin egal cu 0,5;

— pentru  $k_4 = k_6$ , parametrul  $z$  este invariabil egal cu 0,5, deci  $z_0 = 0,5$ .

b) *Schema de cedare II.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât 0,5, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 > 0,5; \quad (18.26)$$

— lungimile  $vl_2$  și  $wl_2$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_1}{4}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $v$  și  $w$ , exprimate ca multipli de 0,05, sînt

$$v_{min} = w_{min} = \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{5}{l_0} \right); \quad (18.27)$$

— lungimile  $vl_2$  și  $wl_2$  nu pot fi mai mari decât  $l_1$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $v$  și  $w$ , exprimate ca multipli de 0,05, sînt:

$$v_{max} = w_{max} = \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{20}{l_0} \right); \quad (18.28)$$

— suma lungimilor  $vl_2$  și  $wl_2$  nu poate fi mai mare decât  $l_2$  și deci parametrii  $v$  și  $w$  trebuie să satisfacă inegalitatea

$$v + w \leq 1; \quad (18.29)$$

— lungimea  $ul_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,3 l_1$  și nici mai mare decât  $0,7 l_1$  și deci parametrul  $u$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,3 \leq u \leq 0,7; \quad (18.30)$$

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $u$  este mai mic decât 0,5;

— pentru  $q_0 = 1$  și  $k_3 > k_5$ , parametrul  $u$  este cel puțin egal cu 0,5;

— pentru  $q_0 = 1$  și  $k_3 = k_5$ , parametrul  $u$  este invariabil egal cu 0,5, deci  $u_0 = 0,5$ ;

— pentru  $k_4 < k_6$ , parametrul  $v$  este cel mult egal cu 0,5;

— pentru  $k_4 > k_6$ , parametrul  $w$  este cel mult egal cu 0,5. În acest caz ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare în cadrul algoritmului de calcul este  $v, w, u$ ;

— pentru  $k_4 = k_6$ , parametrii  $v$  și  $w$  sînt egali între ei, deci  $v = w$ .

### 18.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama din anexa 18.1 sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor prezentate în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-42-01* listat în anexa 18.2.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2 580 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2 581 și 3 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4, k_5$  și  $k_6$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

- valorile parametrilor  $x_0, y_0$  și  $z_0$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema I) sau  $u_0, v_0$  și  $w_0$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema II) ;
- valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din cimpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}, M_{k_4}, M_{k_5}$  și  $M_{k_6}$  de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii ;
- valorile reacțiunilor  $R_3, R_4, R_5$  și  $R_6$  de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii.

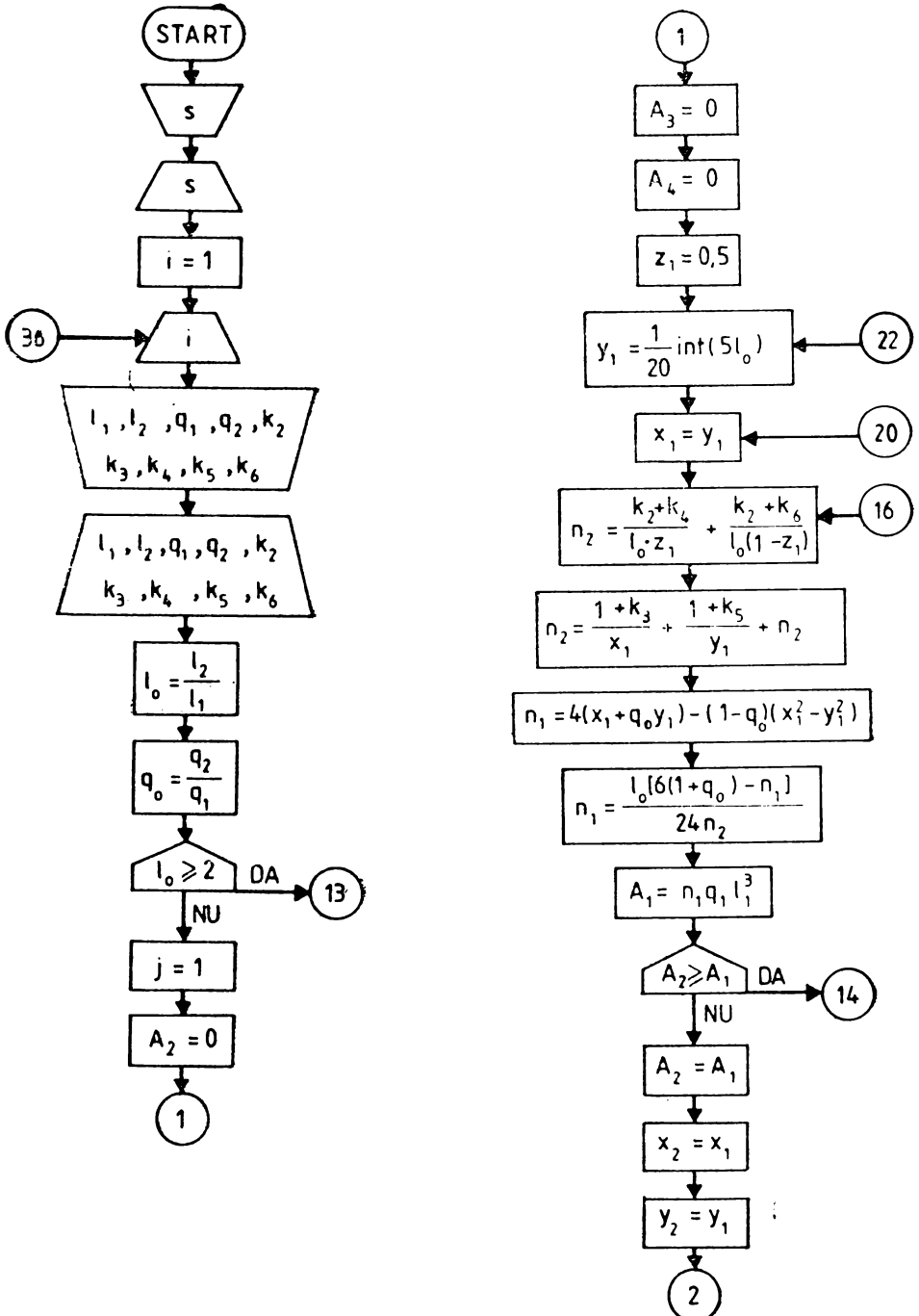
Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

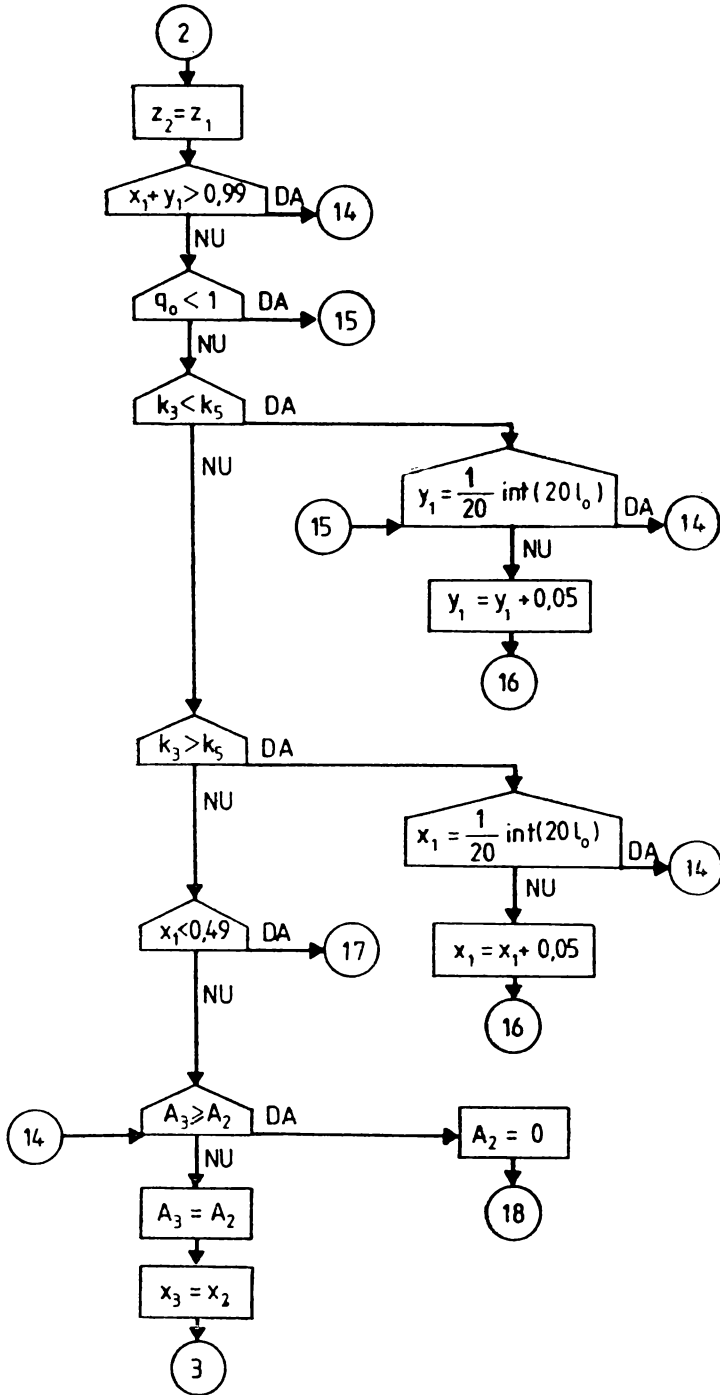
*Pentru exemplificare,* programul a fost aplicat unui număr de 6 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 18.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA, avînd etichetele cuprinse între 3 000 și 3 060. Anexa 18.3 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 6 plăci considerate.

Tabelul 18.1

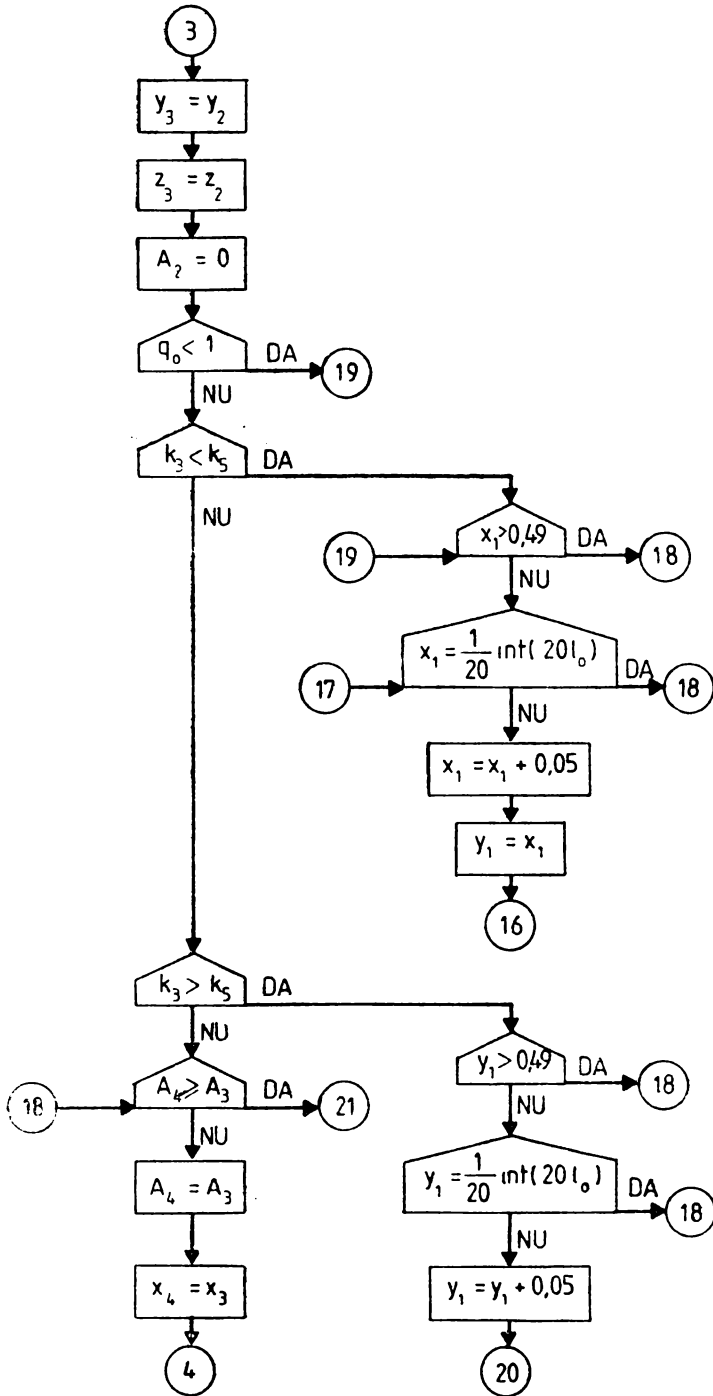
Date	Placa					
	1	2	3	4	5	6
$l_1$	5	5	5	3	3	3
$l_2$	3	3	3	5	5	5
$q_1$	10	10	10	10	10	10
$q_2$	10	10	0	10	10	0
$k_2$	3	3	3	0,5	0,5	0,5
$k_3$	1	1,5	1,5	0	1	1
$k_4$	3	4,5	4,5	0	0,5	0,5
$k_5$	0	1,5	1,5	2	1	1
$k_6$	0	4,5	4,5	1	0	0

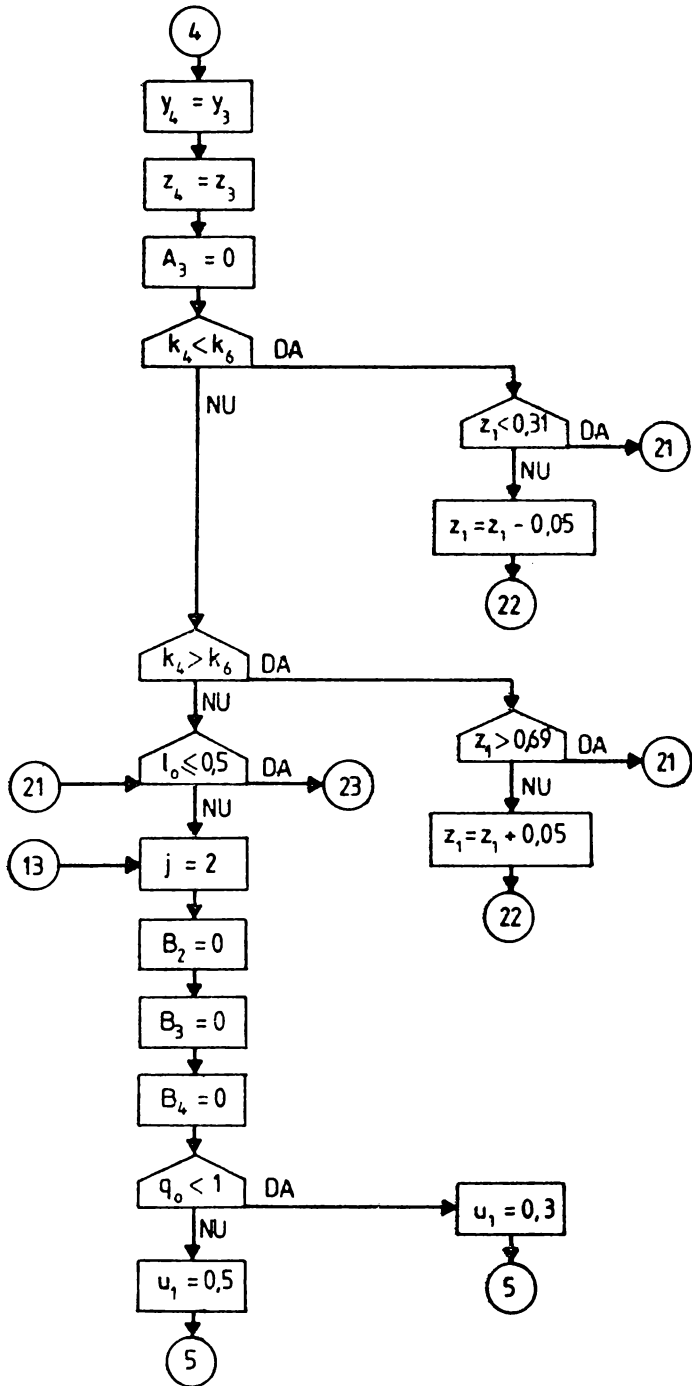
**ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLĂCILOR DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR**

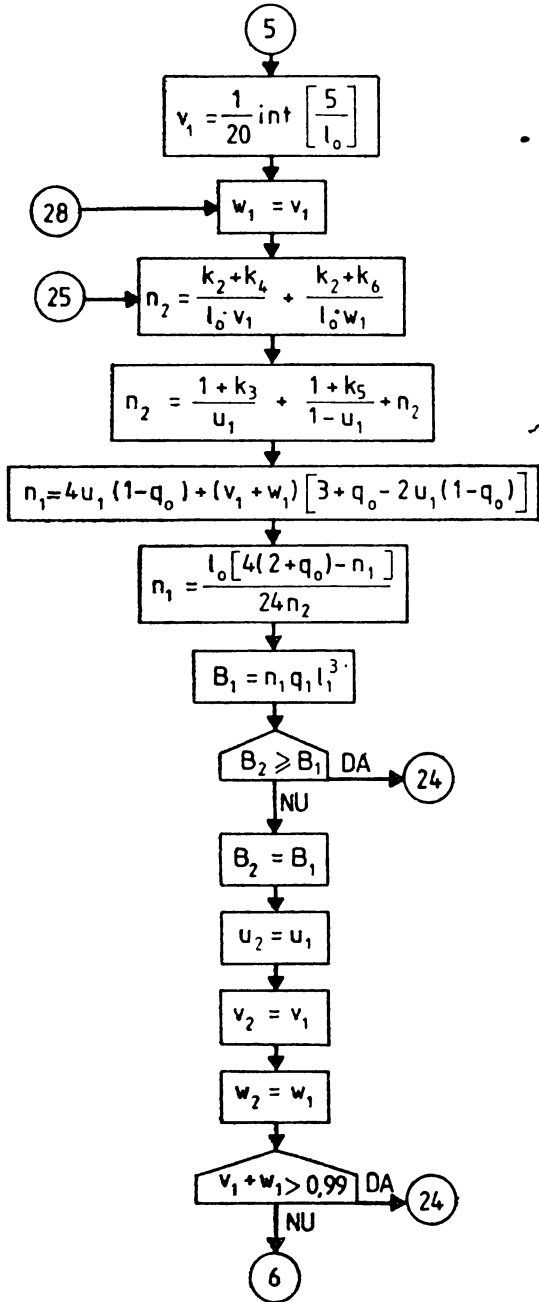


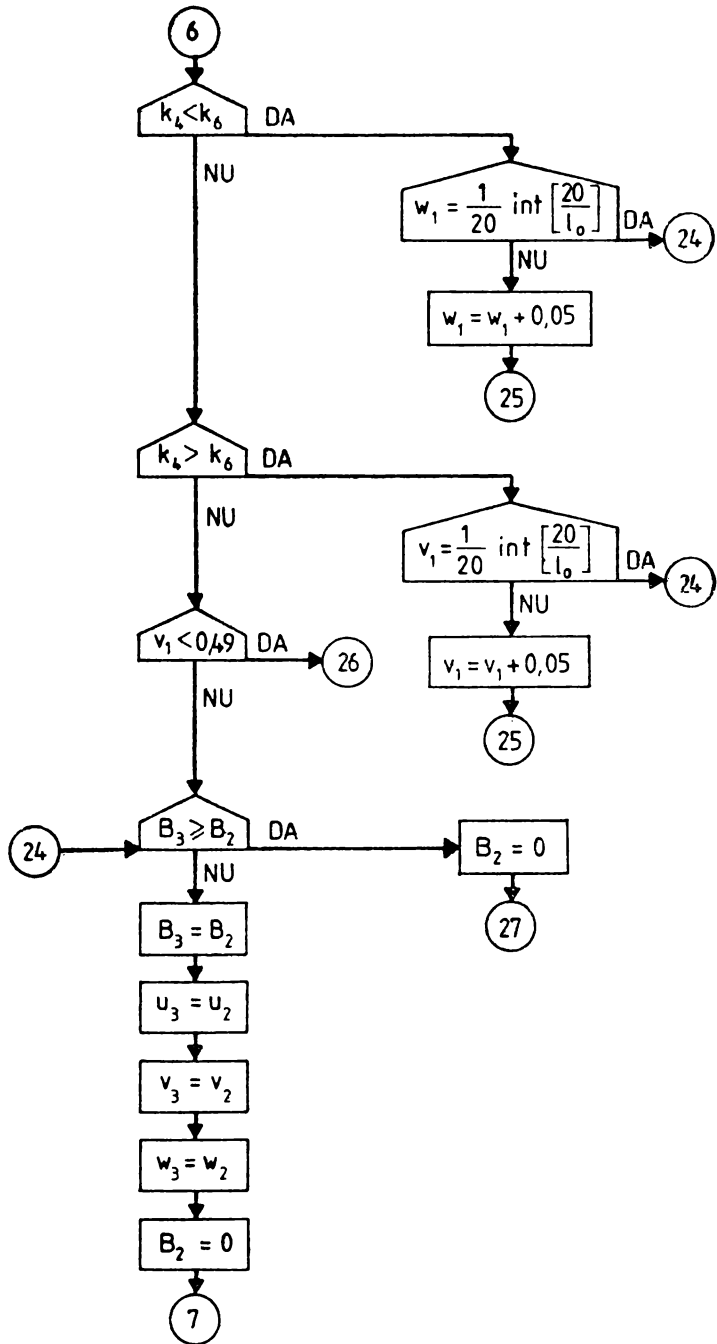


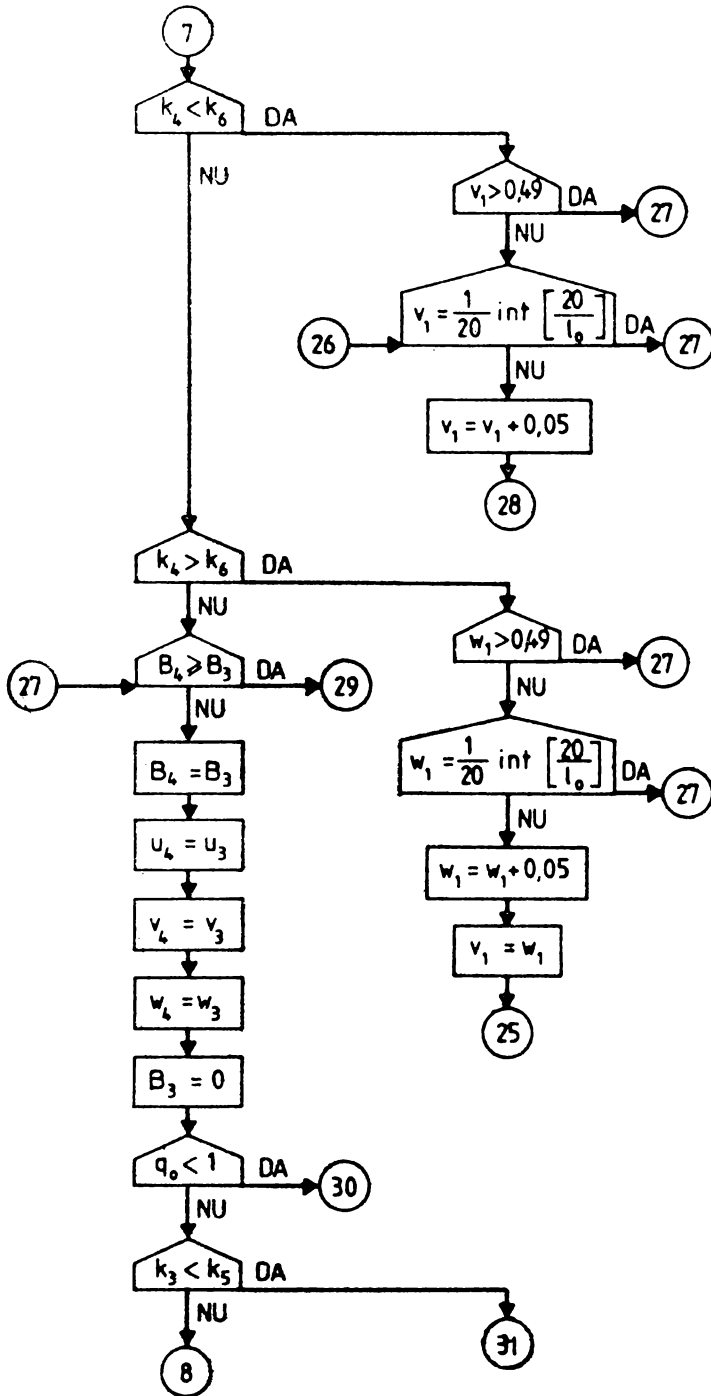


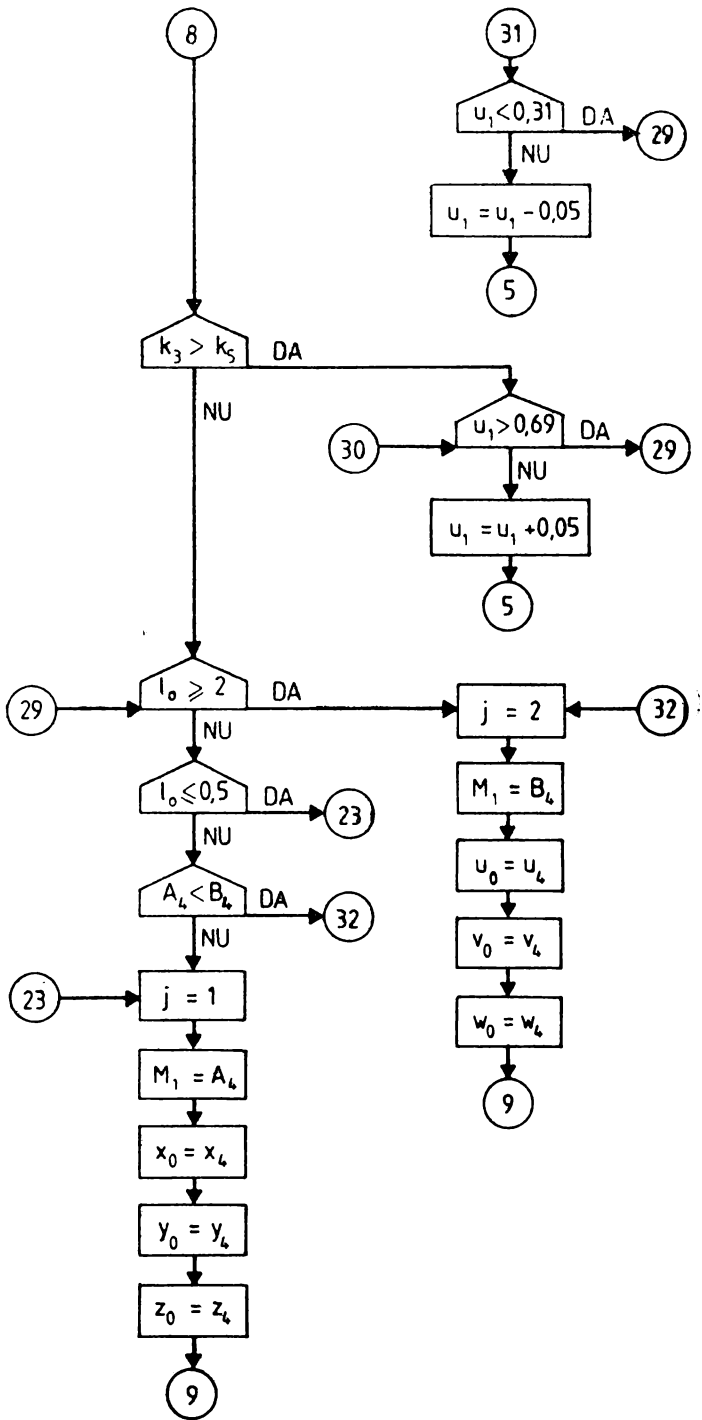


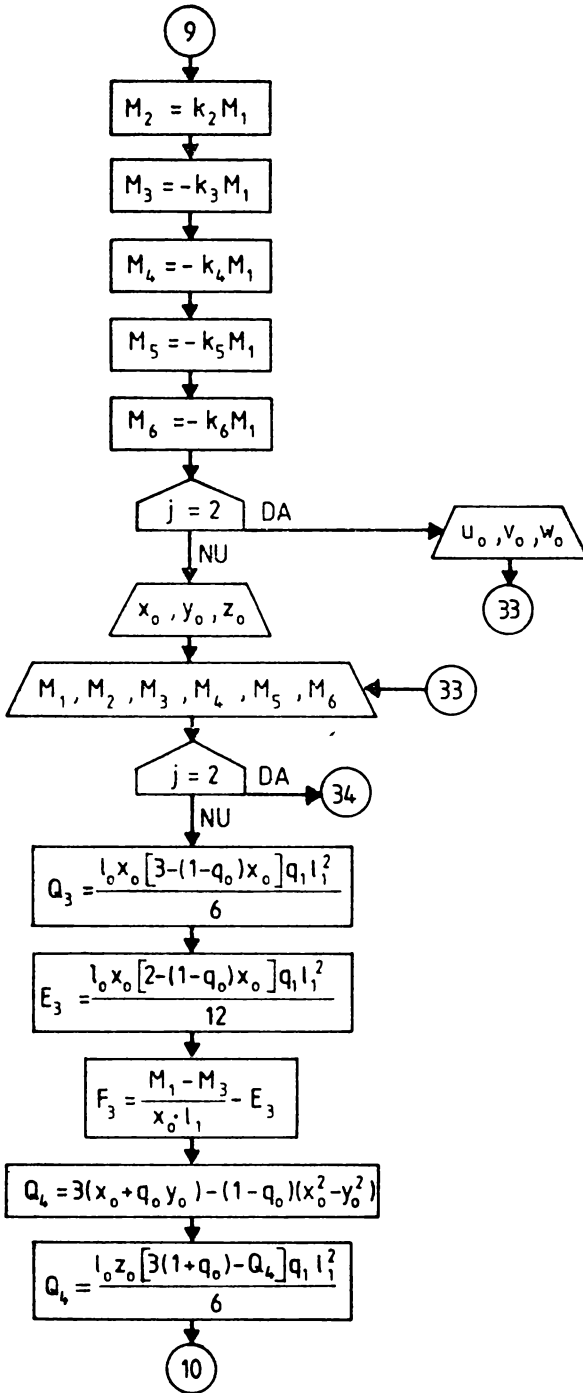


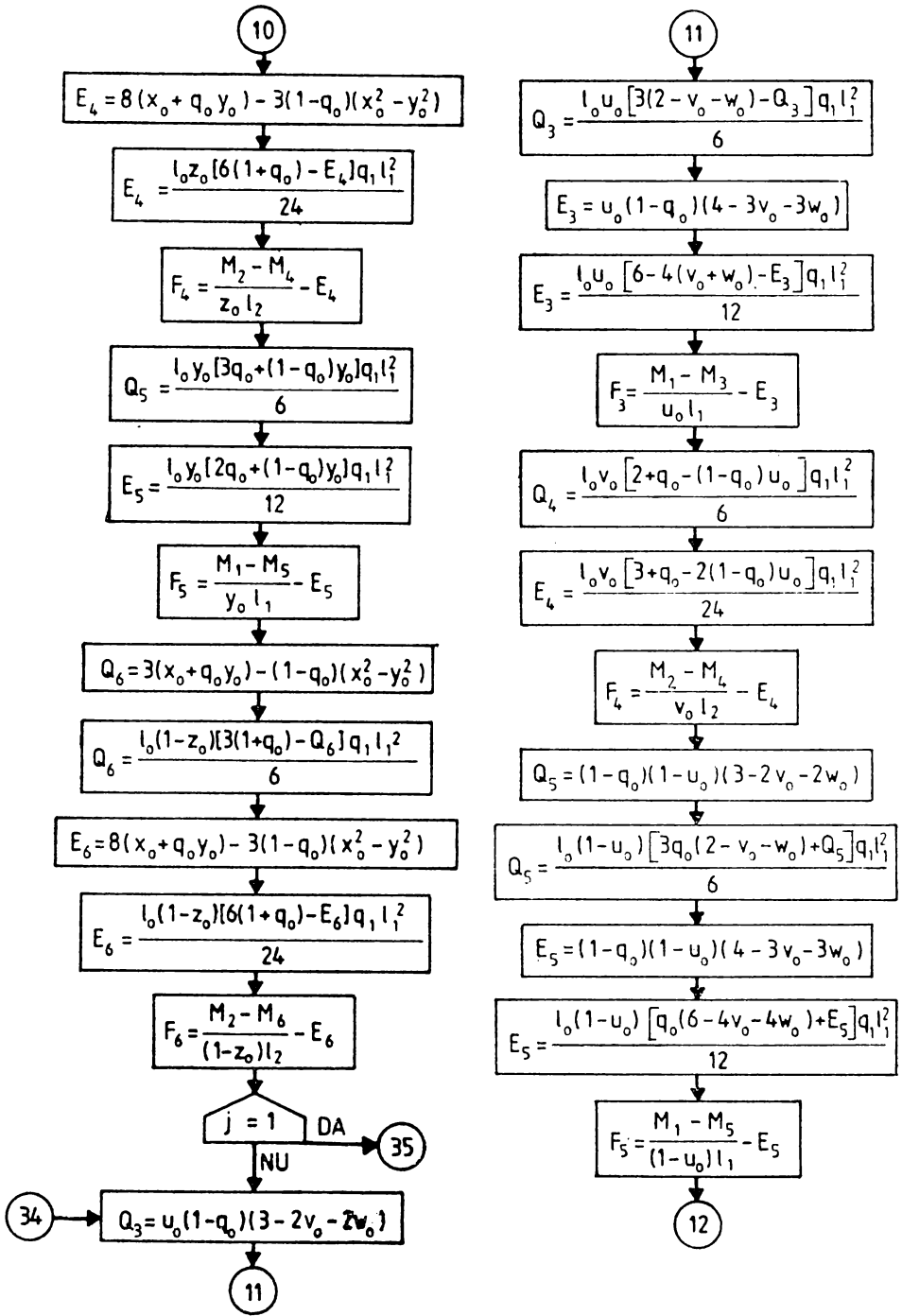




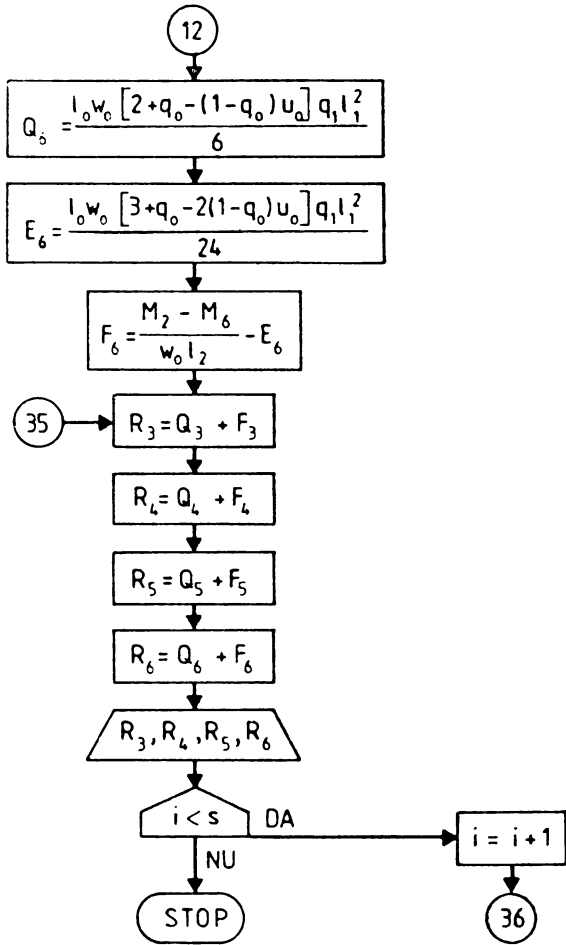












```

10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-01

20 REM   *****
30 REM   *
40 REM   * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR   *
50 REM   * DREPTUNGHIUARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM   * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE DE *
70 REM   * SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR                *
80 REM   *
90 REM   *****
100 REM  *
110 REM  * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
120 REM  * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI  *
130 REM  * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA          *
140 REM  *
150 REM  *****
160 REM  *
170 REM  * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
180 REM  * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
190 REM  * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE             *
200 REM  *
210 REM  *****
220 REM  *
230 REM  * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
240 REM  * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118  *
250 REM  *
260 REM  *****

270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "DREPTUNGHIUARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
290 PRINT "PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
300 PRINT "DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
350 PRINT
360 PRINT
370 READ S
380 PRINT: TAB(5); "NUMARUL PLACILOR ESTE S =" ; S
390 LET I=1
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT: TAB(15); "PLACA " ; I
430 PRINT
440 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4,K5,K6
450 PRINT: TAB(20); "DATE"
460 PRINT: TAB(4); "L1 =" ; L1 ; TAB(28); "L2 =" ; L2
470 PRINT: TAB(4); "Q1 =" ; Q1 ; TAB(28); "Q2 =" ; Q2
480 PRINT: TAB(4); "K2 =" ; K2 ; TAB(28); "K3 =" ; K3
490 PRINT: TAB(4); "K4 =" ; K4 ; TAB(28); "K5 =" ; K5
500 PRINT: TAB(4); "K6 =" ; K6
510 LET L0=L2/L1
520 LET Q0=Q2/Q1
530 IF L0>=2 THEN 940
540 LET J=1
550 LET A2=0
560 LET A3=0
570 LET A4=0
580 LET Z1=0.5
590 LET Y1=INT(5*L0)/20
600 LET X1=Y1

```

```

610 LET N2=(K2+K4)/(L0*Z1)+(K2+K6)/(L0*(1-Z1))
620 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+N2
630 LET N1=4*(X1+Q0*Y1)-(1-Q0)*(X1^2-Y1^2)
640 LET N1=L0*(6*(1+Q0)-N1)/(24*N2)
650 LET A1=N1*Q1*L1^3
660 IF A2>=A1 THEN 760
670 LET A2=A1
680 LET X2=X1
690 LET Y2=Y1
700 LET Z2=Z1
710 IF X1+Y1>0.99 THEN 760
720 IF Q0<1 THEN 2000
730 IF K3<K5 THEN 2000
740 IF K3>K5 THEN 2030
750 IF X1<0.49 THEN 2090
760 IF A3>=A2 THEN 2060
770 LET A3=A2
780 LET X3=X2
790 LET Y3=Y2
800 LET Z3=Z2
810 LET A2=0
820 IF Q0<1 THEN 2080
830 IF K3<K5 THEN 2080
840 IF K3>K5 THEN 2130
850 IF A4>=A3 THEN 930
860 LET A4=A3
870 LET X4=X3
880 LET Y4=Y3
890 LET Z4=Z3
900 LET A3=0
910 IF K4<K6 THEN 2170
920 IF K4>K6 THEN 2200
930 IF L0<0.5 THEN 1360
940 LET J=2
950 LET B2=0
960 LET B3=0
970 LET B4=0
980 IF Q0<1 THEN 2230
990 LET U1=0.5
1000 LET V1=INT(5/L0)/20
1010 LET W1=V1
1020 LET N2=(K2+K4)/(L0*V1)+(K2+K6)/(L0*W1)
1030 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+N2
1040 LET N1=4*U1*(1-Q0)+(V1+W1)*(3+Q0-2*U1*(1-Q0))
1050 LET N1=L0*(4*(2+Q0)-N1)/(24*N2)
1060 LET B1=N1*Q1*L1^3
1070 IF B2>=B1 THEN 1160
1080 LET B2=B1
1090 LET U2=U1
1100 LET V2=V1
1110 LET W2=W1
1120 IF V1+W1>0.99 THEN 1160
1130 IF K4<K6 THEN 2250
1140 IF K4>K6 THEN 2280
1150 IF V1<0.49 THEN 2340
1160 IF B3>=B2 THEN 2310
1170 LET B3=B2
1180 LET U3=U2
1190 LET V3=V2
1200 LET W3=W2
1210 LET B2=0
1220 IF K4<K6 THEN 2330

```

```

1230 IF K4>K6 THEN 2370
1240 IF B4>=B3 THEN 1330
1250 LET B4=B3
1260 LET U4=U3
1270 LET V4=V3
1280 LET W4=W3
1290 LET B3=0
1300 IF Q0<1 THEN 2450
1310 IF K3<K5 THEN 2420
1320 IF K3>K5 THEN 2450
1330 IF L0>=2 THEN 2480
1340 IF L0<=0.5 THEN 1360
1350 IF A4<B4 THEN 2480
1360 LET J=1
1370 LET M1=A4
1380 LET X0=X4
1390 LET Y0=Y4
1400 LET Z0=Z4
1410 LET M2=K2*M1
1420 LET M3=-K3*M1
1430 LET M4=-K4*M1
1440 LET M5=-K5*M1
1450 LET M6=-K6*M1
1460 PRINT
1470 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
1480 IF J=2 THEN 2540
1490 PRINT:TAB(4):"X0 =" :X0:TAB(28):"Y0 =" :Y0
1500 PRINT:TAB(4):"Z0 =" :Z0
1510 PRINT
1520 PRINT:TAB(19):"MOMENTE"
1530 PRINT:TAB(4):"M1 =" :M1:TAB(28):"M2 =" :M2
1540 PRINT:TAB(4):"M3 =" :M3:TAB(28):"M4 =" :M4
1550 PRINT:TAB(4):"M5 =" :M5:TAB(28):"M6 =" :M6
1560 IF J=2 THEN 1740
1570 LET Q3=(3-(1-Q0)*X0)*X0*L0*Q1*L1^2/6
1580 LET E3=(2-(1-Q0)*X0)*X0*L0*Q1*L1^2/12
1590 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1600 LET Q4=3*(X0+Q0*Y0)-(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1610 LET Q4=(3*(1+Q0)-Q4)*Z0*L0*Q1*L1^2/6
1620 LET E4=8*(X0+Q0*Y0)-3*(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1630 LET E4=(6*(1+Q0)-E4)*Z0*L0*Q1*L1^2/24
1640 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
1650 LET Q5=(3*Q0+(1-Q0)*Y0)*Y0*L0*Q1*L1^2/6
1660 LET E5=(2*Q0+(1-Q0)*Y0)*Y0*L0*Q1*L1^2/12
1670 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
1680 LET Q6=3*(X0+Q0*Y0)-(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1690 LET Q6=(3*(1+Q0)-Q6)*(1-Z0)*L0*Q1*L1^2/6
1700 LET E6=8*(X0+Q0*Y0)-3*(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1710 LET E6=(6*(1+Q0)-E6)*(1-Z0)*L0*Q1*L1^2/24
1720 LET F6=(M2-M6)/((1-Z0)*L2)-E6
1730 IF J=1 THEN 1900
1740 LET Q3=U0*(1-Q0)*(3-2*V0-2*W0)
1750 LET Q3=(3*(2-V0-W0)-Q3)*U0*L0*Q1*L1^2/6
1760 LET E3=U0*(1-Q0)*(4-3*V0-3*W0)
1770 LET E3=(6-4*(V0+W0)-E3)*U0*L0*Q1*L1^2/12
1780 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
1790 LET Q4=(2+Q0-U0*(1-Q0))*V0*L0*Q1*L1^2/6
1800 LET E4=(3+Q0-2*U0*(1-Q0))*V0*L0*Q1*L1^2/24
1810 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
1820 LET Q5=(1-Q0)*(1-U0)*(3-2*V0-2*W0)
1830 LET Q5=(3*Q0*(2-V0-W0)+Q5)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2/6
1840 LET E5=(1-Q0)*(1-U0)*(4-3*V0-3*W0)

```

```

1850 LET E5=(Q0*(6-4*V0-4*W0)+E5)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2/12
1860 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
1870 LET Q6=(2+Q0-U0*(1-Q0))*W0*L0*Q1*L1^2/6
1880 LET E6=(3+Q0-2*U0*(1-Q0))*W0*L0*Q1*L1^2/24
1890 LET F6=(M2-M6)/(W0*L2)-E6
1900 LET R3=Q3+F3
1910 LET R4=Q4+F4
1920 LET R5=Q5+F5
1930 LET R6=Q6+F6
1940 PRINT
1950 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1960 PRINT;TAB(4);"R3 =" ;R3;TAB(28);"R4 =" ;R4
1970 PRINT;TAB(4);"R5 =" ;R5;TAB(28);"R6 =" ;R6
1980 IF I<S THEN 2570
1990 GOTO 4000
2000 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 760
2010 LET Y1=Y1+0.05
2020 GOTO 610
2030 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 760
2040 LET X1=X1+0.05
2050 GOTO 610
2060 LET A2=0
2070 GOTO 850
2080 IF X1>0.49 THEN 850
2090 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 850
2100 LET X1=X1+0.05
2110 LET Y1=X1
2120 GOTO 610
2130 IF Y1>0.49 THEN 850
2140 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 850
2150 LET Y1=Y1+0.05
2160 GOTO 600
2170 IF Z1<0.31 THEN 930
2180 LET Z1=Z1-0.05
2190 GOTO 590
2200 IF Z1>0.69 THEN 930
2210 LET Z1=Z1+0.05
2220 GOTO 590
2230 LET U1=0.3
2240 GOTO 1000
2250 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 1160
2260 LET W1=W1+0.05
2270 GOTO 1020
2280 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 1160
2290 LET V1=V1+0.05
2300 GOTO 1020
2310 LET B2=0
2320 GOTO 1240
2330 IF V1>0.49 THEN 1240
2340 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 1240
2350 LET V1=V1+0.05
2360 GOTO 1010
2370 IF W1>0.49 THEN 1240
2380 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 1240
2390 LET W1=W1+0.05
2400 LET V1=W1
2410 GOTO 1020
2420 IF U1<0.31 THEN 1330
2430 LET U1=U1-0.05
2440 GOTO 1000
2450 IF U1>0.69 THEN 1330
2460 LET U1=U1+0.05

```

```
2470 GOTO 1000
2480 LET J=2
2490 LET M1=B4
2500 LET U0=U4
2510 LET V0=V4
2520 LET W0=W4
2530 GOTO 1410
2540 PRINT;TAB(4);"U0 =" ;U0;TAB(28);"V0 =" ;V0
2550 PRINT;TAB(4);"W0 =" ;W0
2560 GOTO 1510
2570 LET I=I+1
2580 GOTO 400
3000 DATA 6
3010 DATA 5.3,10.10.3.1.3.0.0
3020 DATA 5.3,10.10.3.1.5.4.5.1.5.4.5
3030 DATA 5.3,10.0.3.1.5.4.5.1.5.4.5
3040 DATA 3.5,10.10.0.5.0.0.2.1
3050 DATA 3.5,10.10.0.5.1.0.5.1.0
3060 DATA 3.5,10.0.0.5.1.0.5.1.0
4000 END
```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE  
PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE  
DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 6.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 3.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = 10.0000
K2 = 3.00000	K3 = 1.00000
K4 = 3.00000	K5 = .000000
K6 = .000000	

PARAMETRI

X0 = .350000	Y0 = .250000
Z0 = .600000	

MOMENTE

M1 = 7.71585	M2 = 23.1476
M3 = -7.71585	M4 = -23.1476
M5 = -.000000	M6 = -.000000

REACTIUNI

R3 = 26.3181	R4 = 61.7196
R5 = 18.6727	R6 = 43.2897

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 3.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = 10.0000
K2 = 3.00000	K3 = 1.50000
K4 = 4.50000	K5 = 1.50000
K6 = 4.50000	

PARAMETRI

X0 = .300000	Y0 = .300000
Z0 = .500000	

MOMENTE

M1 = 4.50000	M2 = 13.5000
M3 = -6.75000	M4 = -20.2500
M5 = -6.75000	M6 = -20.2500

REACTIUNI

R3 = 22.5000	R4 = 52.5000
R5 = 22.5000	R6 = 52.5000

## PLACA 3.00000

## DATE

L1 = 5.00000	L2 = 3.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = .000000
K2 = 3.00000	K3 = 1.50000
K4 = 4.50000	K5 = 1.50000
K6 = 4.50000	

## PARAMETRI

X0 = .250000	Y0 = .450000
Z0 = .500000	

## MOMENTE

M1 = 2.31674	M2 = 6.95022
M3 = -3.47511	M4 = -10.4253
M5 = -3.47511	M6 = -10.4253

## REACTIUNI

R3 = 16.3522	R4 = 26.7712
R5 = 5.10541	R6 = 26.7712

## PLACA 4.00000

## DATE

L1 = 3.00000	L2 = 5.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = 10.0000
K2 = .500000	K3 = .000000
K4 = .000000	K5 = 2.00000
K6 = 1.00000	

## PARAMETRI

U0 = .350000	V0 = .250000
W0 = .450000	

## MOMENTE

M1 = 16.1631	M2 = 8.08155
M3 = -.000000	M4 = -.000000
M5 = -32.3262	M6 = -16.1631

## REACTIUNI

R3 = 35.5184	R4 = 18.9652
R5 = 62.2415	R6 = 33.2754

## PLACA 5.00000

## DATE

L1 = 3.00000	L2 = 5.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = 10.0000
K2 = .500000	K3 = 1.00000
K4 = .500000	K5 = 1.00000
K6 = .000000	

## PARAMETRI

U0 = .500000	V0 = .350000
W0 = .250000	

## MOMENTE

M1 = 16.4921	M2 = 8.24605
M3 = -16.4921	M4 = -8.24605
M5 = -16.4921	M6 = -.000000

## REACTIUNI

R3 = 51.9896	R4 = 26.9240
R5 = 51.9896	R6 = 19.0968



PLACA 6.00000

## DATA

L1 = 3.00000	L2 = 5.00000
Q1 = 10.00000	Q2 = .000000
K2 = .500000	K3 = 1.00000
K4 = .500000	K5 = 1.00000
K6 = .000000	

## PARAMETRI

U0 = .400000	V0 = .350000
W0 = .250000	

## MOMENTE

M1 = 8.46850	M2 = 4.23425
M3 = -8.46850	M4 = -4.23425
M5 = -8.46850	M6 = -.000000

## REAȚIUNI

R3 = 35.3141	R4 = 14.0266
R6 = 15.7094	R6 = 9.94990

## 19. PLĂCI DREPTUNGHILARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ, DISTRIBUITE UNIFORM

### 19.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungime  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată pe tot conturul, la care reazemele de pe direcția deschiderii  $l_1$  sînt notate cu 3 și 5, iar cele de pe direcția deschiderii  $l_2$  cu 4 și 6. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea  $q_1$  (kN/m<sup>2</sup>), și de o încărcare distribuită uniform pe o linie paralelă cu laturile de lungime  $l_1$ , avînd intensitatea  $q_2$  (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 19.1.

Schemele distincte de cedare ale plăcilor de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 18.2 și 18.3. Ambele scheme prezintă variante în funcție de poziția încărcării liniare față de punctele caracteristice ale lor. Astfel, schema de cedare I prezintă varianta I1, caracterizată prin inegalitatea  $t_0 \leq z$  (fig. 19.2 a) și varianta I2, caracterizată prin inegalitatea  $t_0 > z$  (fig. 19.2 b), iar schema de cedare II prezintă varianta II1, caracterizată prin inegalitatea  $t_0 \leq v$  (fig. 19.3 a), varianta II2 caracterizată prin inegalitățile  $v < t_0 \leq 1 - w$  (fig. 19.3 b) și varianta II3 caracterizată prin inegalitatea  $t_0 > 1 - w$  (fig. 19.3 c).

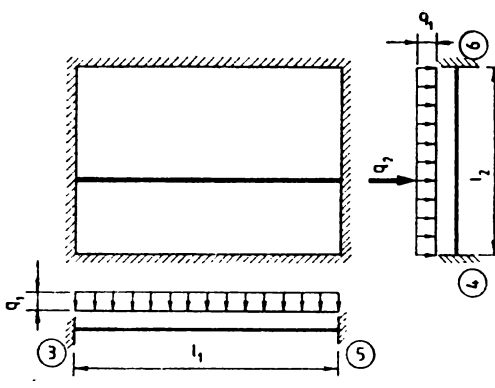
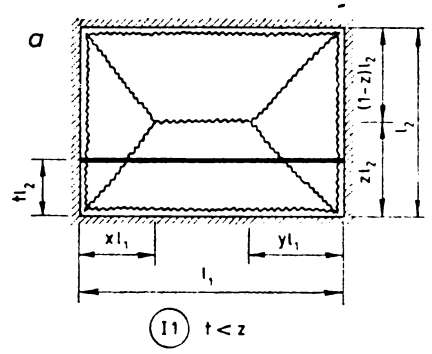
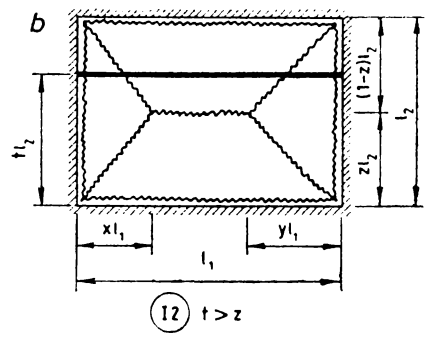


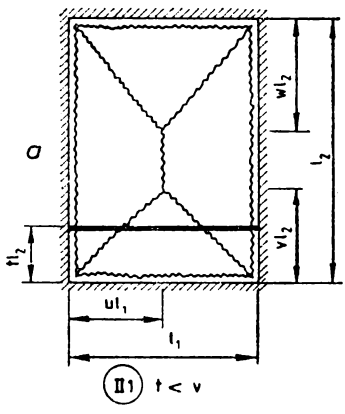
Fig. 19.1



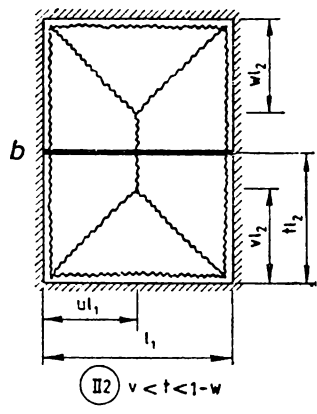
(11)  $t < z$



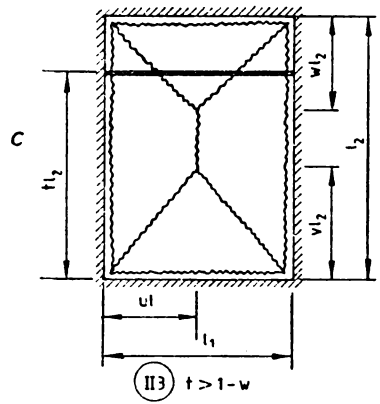
(12)  $t > z$



(II1)  $t < v$



(II2)  $v < t < 1-w$



(II3)  $t > 1-w$

Fig. 19.3

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1. în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$ ,  $Q_5$  și  $Q_6$  care solicită cele patru porțiuni de placă și pentru forțele nodale  $F_3$ ,  $F_4$ ,  $F_5$  și  $F_6$  care apar în zonele de legătură dintre aceste porțiuni, pentru fiecare dintre cele 5 variante ale celor două scheme posibile de cedare.

Factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  au fost determinați pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime  $l_1$  în cazul schemei de cedare I și respectiv liniei de curgere paralele cu laturile de lungime  $l_2$  în cazul schemei de cedare II.

a) *Varianta I1* (fig. 19.2 a)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left\{ \frac{3-x-y}{3} + \frac{q_0' [2z - l_0(x+y)]}{z^2} \right\}. \quad (19.1)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 x \left[ \frac{1}{2} + \frac{q_0' l_0}{z} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.2)$$

$$Q_4 = l_0 \left\{ \frac{z(2-x-y)}{2} + \frac{q_0' [z - l_0(x+y)]}{z} \right\} q_1 l_1^2; \quad (19.3)$$

$$Q_5 = l_0 y \left[ \frac{1}{2} + \frac{q_0' l_0}{z} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.4)$$

$$Q_6 = \frac{l_0(1-z)(2-x-y)}{2} q_1 l_1^2. \quad (19.5)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{l_0 x}{2} \left[ \frac{1}{3} + \frac{q_0' l_0}{z^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.6)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - l_0 \left\{ \frac{z[3 - 2(x+y)]}{6} + \frac{q_0' [z - l_0(x+y)]}{z^2} \right\} q_1 l_1^2; \quad (19.7)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{l_0 y}{2} \left[ \frac{1}{3} + \frac{q_0' l_0}{z^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.8)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{(1-z) l_2} - \frac{l_0(1-z)[3 - 2(x+y)]}{6} q_1 l_1^2. \quad (19.9)$$

b) *Varianta I2* (fig. 19.2 b)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left\{ \frac{3-x-y}{3} + \frac{q_0(1-l_0)[2(1-z) - (1-l_0)(x+y)]}{(1-z)^2} \right\}. \quad (19.10)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 x \left[ \frac{1}{2} + \frac{q_0(1-l_0)}{1-z} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.11)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 z(2 - x - y)}{2} q_1 l_1^2; \quad (19.12)$$

$$Q_5 = l_0 y \left[ \frac{1}{2} + \frac{q_0(1 - t_0)}{1 - z} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.13)$$

$$Q_6 = l_0 \left\{ \frac{(2 - x - y)(1 - z)}{2} + \frac{q_0[1 - z - (1 - t_0)(x + y)]}{1 - z} \right\} q_1 l_1^2. \quad (19.14)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{l_0 x}{2} \left[ \frac{1}{3} + \frac{q_0(1 - t_0)^2}{(1 - z)^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.15)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{l_0 z[3 - 2(x + y)]}{6} q_1 l_1^2; \quad (19.16)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{l_0 y}{2} \left[ \frac{1}{3} + \frac{q_0(1 - t_0)^2}{(1 - z)^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.17)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{(1 - z) l_2} - l_0 \left\{ \frac{(1 - z)[3 - 2(x + y)]}{6} + \frac{q_0(1 - t_0)[1 - z - (1 - t_0)(x + y)]}{(1 - z)^2} \right\} q_1 l_1^2. \quad (19.18)$$

c) Varianta III (fig. 19.3 a)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_0 = \frac{l_0}{2} \left[ \frac{3 - v - w}{3} + \frac{q_0 t_0(2v - t_0)}{v^2} \right]. \quad (19.19)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[ \frac{2 - v - w}{2} + \frac{q_0 t_0}{v} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.20)$$

$$Q_4 = l_0 \left[ \frac{v}{2} + \frac{q_0(v - t_0)}{v} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.21)$$

$$Q_5 = l_0(1 - u) \left[ \frac{2 - v - w}{2} + \frac{q_0 t_0}{v} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.22)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 w}{2} q_1 l_1^2. \quad (19.23)$$

— forțe nodale

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{l_0 u}{2} \left[ \frac{3 - 2(v + w)}{3} + \frac{q_0 t_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.24)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - l_0 \left[ \frac{v}{6} + \frac{q_0 t_0(v - t_0)}{v^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.25)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1 - u) l_1} - \frac{l_0(1 - u)}{2} \left[ \frac{3 - 2(v + w)}{3} + \frac{q_0 t_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.26)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{w l_2} - \frac{l_0 w}{6} q_1 l_1^2. \quad (19.27)$$

d) Varianta II2 (fig. 19.3 b)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left[ \frac{3-v-w}{3} + q_0 \right]. \quad (19.28)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[ \frac{2-v-w}{2} + q_0 \right] q_1 l_1^2; \quad (19.29)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v}{2} q_1 l_1^2; \quad (19.30)$$

$$Q_5 = l_0(1-u) \left[ \frac{2-v-w}{2} + q_0 \right] q_1 l_1^2. \quad (19.31)$$

Încărcarea  $Q_6$  este dată de relația (19.23).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{2} \left[ \frac{3-2(v+w)}{3} + q_0 \right] q_1 l_1^2; \quad (19.32)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{l_0 v}{6} q_1 l_1^2; \quad (19.33)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1-u)l_1} - \frac{l_0(1-u)}{2} \left[ \frac{3-2(v+w)}{3} + q_0 \right] q_1 l_1^2. \quad (19.34)$$

Forța nodală  $F_6$  este dată de relația (19.27).

e) Varianta II3 (fig. 19.3 c)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left[ \frac{3-v-w}{3} + \frac{q_0(1-t_0)(2w+t_0-1)}{w^2} \right]. \quad (19.35)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[ \frac{2-v-w}{2} + \frac{q_0(1-t_0)}{w} \right] q_1 l_1^2. \quad (19.36)$$

Încărcarea  $Q_4$  este dată de relația (19.30).

$$Q_5 = l_0(1-u) \left[ \frac{2-v-w}{2} + \frac{q_0(1-t_0)}{w} \right] q_1 l_1^2; \quad (19.37)$$

$$Q_6 = l_0 \left[ \frac{w}{2} + \frac{q_0(w+t_0-1)}{w} \right] q_1 l_1^2. \quad (19.38)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{3} \left[ \frac{3-2(v+w)}{3} + \frac{q_0(1-t_0)^2}{w^2} \right] q_1 l_1^2. \quad (19.39)$$

Forța nodală  $F_4$  este dată de relația (19.33).

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1-u)l_1} - \frac{l_0(1-u)}{2} \left[ \frac{3-2(v+w)}{3} + \frac{q_0(1-t_0)^2}{w^2} \right] q_1 l_1^2. \quad (19.40)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{wl_2} - l_0 \left[ \frac{w}{6} + \frac{q_0(1-t_0)(w+t_0-1)}{w^2} \right] q_1 l_1^2. \quad (19.41)$$

## 19.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât 2, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (18.21);

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_2}{4}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt cele date de relația (18.22);

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mari decât  $l_2$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt cele date de relația (18.23);

— suma lungimilor  $xl_1$  și  $yl_1$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci parametrilor  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24);

— lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mică decât  $0,3 l_2$  și nici mai mare decât  $0,7 l_2$  și deci parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile (18.25);

— varianta II a schemei de cedare I (fig. 19.2, a) poate fi reală numai dacă parametrul  $z$  satisface următoarele inegalități:

$$z \geq 0,3 \text{ pentru } t_0 \leq 0,3; \quad (19.42)$$

$$z > 1 - \frac{1}{20} \text{int}[20(1-t_0)] \text{ pentru } t_0 > 0,3. \quad (19.43)$$

Această variantă nu se poate realiza în practică dacă  $t_0 \geq 0,7$ ;

— varianta I2 a schemei de cedare I (fig. 19.2, a b) poate fi reală numai dacă parametrul  $t_0$  satisface inegalitatea

$$t_0 \geq 0,3. \quad (19.44)$$

În acest caz, valoarea maximă a parametrului  $z$  este dată de relația

$$z_{max} = \frac{1}{20} \text{int}(20 t_0); \quad (19.45)$$

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $y$  este mai mic decât 0,5;

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $x$  este mai mic decât 0,5. În acest caz, ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare în cadrul algoritmului de calcul este  $y, x, z$ ;

— pentru  $k_3 = k_5$ , parametrii  $x$  și  $y$  sînt egali între ei, deci  $x = y$ , și nu pot depăși valoarea 0,5.

b) *Schema de cedare II.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât 0,5, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (18.26);

— lungimile  $vl_2$  și  $wl_2$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_1}{4}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $v$  și  $w$  sînt cele date de relațiile (18.27);

— lungimile  $vl_2$  și  $wl_2$  nu pot fi mai mari decât  $l_1$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $v$  și  $w$  sînt cele date de relațiile (18.28);

— suma lungimilor  $vl_2$  și  $wl_2$  nu poate fi mai mare decât  $l_2$  și deci parametrul  $v$  și  $w$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29);

— lungimea  $ul_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,3 l_1$  și nici mai mare decât  $0,7 l_1$  și deci parametrul  $u$  trebuie să satisfacă inegalitățile (18.30);

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $u$  este mai mic decât 0,5;

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $u$  este mai mare decât 0,5;

— pentru  $k_3 = k_5$ , parametrul  $u$  este egal cu 0,5;

— varianta III a schemei de cedare II (fig. 19.3 a) poate fi reală numai dacă parametrul  $t_0$  satisface următoarele inegalități:

$$t_0 < 1 - \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{5}{l_0} \right) \text{ pentru } l_0 \leq 1,25; \quad (19.46)$$

$$t_0 < \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{20}{l_0} \right) \text{ pentru } l_0 > 1,25. \quad (19.47)$$

În ambele cazuri valoarea minimă a parametrului  $v$  trebuie să fie cel puțin egală cu cea reieșită din relațiile (18.27), dar nu mai mică decât  $\frac{1}{20} \text{int} (20l_0) + 0,05$ .

— varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 19.3 b) poate fi reală numai dacă parametrul  $t_0$  satisface inegalitățile

$$\frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{5}{l_0} \right) < t_0 < 1 - \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{5}{l_0} \right). \quad (19.48)$$

În acest caz, valorile maxime ale parametrilor  $v$  și  $w$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$v_{max} \leq \frac{1}{20} \text{int} (20 t_0) \quad (19.49)$$

și

$$w_{max} \leq 0,95 - \frac{1}{20} \text{int} (20 t_0). \quad (19.50)$$

— varianta II3 a schemei de cedare II (fig. 19.3 c) poate fi reală numai dacă parametrul  $t_0$  satisface următoarele inegalități:

$$t_0 > 0,25 \text{ pentru } l_0 < 1 \quad (19.51)$$

și

$$t_0 > 1 - \frac{1}{20} \text{int} (20 t_0) \text{ pentru } l_0 > 1. \quad (19.52)$$

### 19.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 19.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor prezentate în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-42-02* listat în anexa 19.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 3 870 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 5 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 3 871 și 4 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine:  $q_1, q_2, l_1, l_2, l_3, k_2, k_3, k_4, k_5$  și  $k_6$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile parametrilor  $x_0, y_0$  și  $z_0$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau  $u_0, v_0$  și  $w_0$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din cimpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}, M_{k_4}, M_{k_5}$  și  $M_{k_6}$  de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor  $R_3, R_4, R_5$  și  $R_6$  de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Tabelul 19.1

Date	Placa					
	1	2	3	4	5	6
$q_1$	10	10	10	10	10	10
$q_2$	15	15	15	30	30	30
$l_1$	5	5	5	3	3	3
$l_2$	3	3	3	5	5	5
$l_3$	0,5	1,5	2,5	1	2	4
$k_2$	3	3	3	0,5	0,5	0,5
$k_3$	0	0	1	1,5	1,5	1,5
$k_4$	0	3	3	1	0	1
$k_5$	0	0	1	1,5	1,5	1,5
$k_6$	0	0	3	0	1	0

*Pentru exemplificare,* programul a fost aplicat unui număr de 6 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 19.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA, avînd etichetele cuprinse între 4 000 și 4 060. Anexa 19.2 reproduce rezultatele obținute prin rîndirea programului pentru cele 6 plăci considerate.



```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-02

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE DE *
70 REM * SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA, *
80 REM * DISTRIBUITE UNIFORM *
90 REM *
100 REM *****
110 REM *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
210 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
220 REM *
230 REM *****
240 REM *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
260 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-10 SI M-118 *
270 REM *
280 REM *****

290 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
300 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
310 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
320 PRINT "DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA,"
330 PRINT "DISTRIBUITE UNIFORM"
340 PRINT
350 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
360 PRINT "FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
370 PRINT "LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA"
380 PRINT "DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
390 PRINT
400 PRINT
410 DIM A(4,2),X(4,2),Y(4,2),Z(4,2)
420 DIM B(4,3),U(4,3),V(4,3),W(4,3)
430 READ S
440 PRINT :TAB(5):"NUMARUL PLACILOR ESTE S =" :S
450 LET I=1
460 PRINT
470 PRINT
480 PRINT :TAB(15):"PLACA " :I
490 PRINT
500 READ Q1,Q2,L1,L2,L3,K2,K3,K4,K5,K6
510 PRINT :TAB(20):"DATE"
520 PRINT :TAB(4):"Q1 =" :Q1 :TAB(23):"Q2 =" :Q2
530 PRINT :TAB(4):"L1 =" :L1 :TAB(28):"L2 =" :L2
540 PRINT :TAB(4):"L3 =" :L3 :TAB(28):"K2 =" :K2
550 PRINT :TAB(4):"K3 =" :K3 :TAB(28):"K4 =" :K4
560 PRINT :TAB(4):"K5 =" :K5 :TAB(28):"K6 =" :K6
570 LET L0=L2/L1
580 LET T0=L3/L2
590 LET Q0=Q2/(Q1*L2)
600 LET A(4,1)=0

```

```

610 LET A(4,2)=0
620 LET B(4,1)=0
630 LET B(4,2)=0
640 LET B(4,3)=0
650 IF L0>=2 THEN 1130
660 IF T0>=0.7 THEN 2680
670 LET J=1
680 LET A2=0
690 LET A3=0
700 LET A4=0
710 IF J=1 THEN 2700
720 IF T0>=0.7 THEN 2740
730 LET Z1=INT(20*T0)/20
740 LET Y1=INT(5*L0)/20
750 LET X1=Y1
760 LET N2=(K2+K4)/(Z1*L0)+(K2+K6)/((1-Z1)*L0)
770 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+N2
780 IF J=1 THEN 2760
790 LET N1=Q0*(1-T0)*(2*(1-Z1)-(1-T0)*(X1+Y1))/((1-Z1)^2)
800 LET N1=L0*((3-X1-Y1)/3+N1)/(2*N2)
810 LET A1=N1*Q1*L1^3
820 IF A2>=A1 THEN 910
830 LET A2=A1
840 LET X2=X1
850 LET Y2=Y1
860 LET Z2=Z1
870 IF X1+Y1>0.99 THEN 910
880 IF K3<K5 THEN 2780
890 IF K3>K5 THEN 2810
900 IF X1<0.49 THEN 2870
910 IF A3>=A2 THEN 2840
920 LET A3=A2
930 LET X3=X2
940 LET Y3=Y2
950 LET Z3=Z2
960 LET A2=0
970 IF K3<K5 THEN 2860
980 IF K3>K5 THEN 2910
990 IF A4>=A3 THEN 1070
1000 LET A4=A3
1010 LET X4=X3
1020 LET Y4=Y3
1030 LET Z4=Z3
1040 LET A3=0
1050 IF J=1 THEN 2950
1060 IF Z1>0.31 THEN 2980
1070 IF J=2 THEN 3000
1080 LET A(4,1)=A4
1090 LET X(4,1)=X4
1100 LET Y(4,1)=Y4
1110 LET Z(4,1)=Z4
1120 IF L0<=0.5 THEN 3060
1130 LET J=3
1140 LET U1=0.5
1150 IF T0>=1-INT(5/L0)/20 THEN 3080
1160 IF L0>1.25 THEN 3100
1170 IF J=3 THEN 3130
1180 LET V1=INT(5/L0)/20
1190 IF J=4 THEN 3180
1200 IF T0>=1-INT(5/L0)/20 THEN 3180
1210 LET W1=1-INT(20*T0)/20
1220 LET B2=0

```

```

1230 LET B3=0
1240 LET B4=0
1250 LET N2=(K2+K4)/(V1*L0)+(K2+K6)/(W1*L0)
1260 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+N2
1270 IF J=3 THEN 3200
1280 IF J=4 THEN 3220
1290 LET N1=Q0*(1-T0)+(2*W1+T0-1)/(W1^2)
1300 LET N1=L0*((3-V1-W1)/3+N1)/(2*N2)
1310 LET B1=N1*Q1*L1^3
1320 IF B2>=B1 THEN 1410
1330 LET B2=B1
1340 LET U2=U1
1350 LET V2=V1
1360 LET W2=W1
1370 IF V1+W1>0.99 THEN 1410
1380 IF J=3 THEN 3250
1390 IF J=4 THEN 3240
1400 IF V1<INT(20/L0)/20 THEN 3280
1410 IF B3>=B2 THEN 3300
1420 LET B3=B2
1430 LET U3=U2
1440 LET V3=V2
1450 LET W3=W2
1460 LET B2=0
1470 IF J=3 THEN 3330
1480 IF J=4 THEN 3320
1490 IF W1>0.99-INT(5/L0)/20 THEN 1510
1500 IF W1<INT(20/L0)/20 THEN 3380
1510 IF B4>=B3 THEN 1590
1520 LET B4=B3
1530 LET U4=U3
1540 LET V4=V3
1550 LET W4=W3
1560 LET B3=0
1570 IF K3<K5 THEN 3410
1580 IF K3>K5 THEN 3440
1590 IF J=3 THEN 3470
1600 IF J=4 THEN 3530
1610 LET B(4,3)=B4
1620 LET U(4,3)=U4
1630 LET V(4,3)=V4
1640 LET W(4,3)=W4
1650 IF A(4,1)<A(4,2) THEN 1690
1660 IF A(4,1)<B(4,1) THEN 1690
1670 IF A(4,1)<B(4,2) THEN 1690
1680 IF A(4,1)>=B(4,3) THEN 3590
1690 IF A(4,2)<B(4,1) THEN 1720
1700 IF A(4,2)<B(4,2) THEN 1720
1710 IF A(4,2)>=B(4,3) THEN 3650
1720 IF B(4,1)<B(4,2) THEN 1740
1730 IF B(4,1)>=B(4,3) THEN 3710
1740 IF B(4,2)>=B(4,3) THEN 3770
1750 LET J=5
1760 LET M1=B(4,3)
1770 LET U0=U(4,3)
1780 LET V0=V(4,3)
1790 LET W0=W(4,3)
1800 LET M2=K2*M1
1810 LET M3=-K3*M1
1820 LET M4=-K4*M1
1830 LET M5=-K5*M1
1840 LET M6=-K6*M1

```

```

1850 PRINT
1860 PRINT;TAB(17);"PARAMETRI"
1870 IF J>2 THEN 3830
1880 PRINT;TAB(4);"X0 =" ;X0;TAB(28);"Y0 =" ;Y0
1890 PRINT;TAB(4);"Z0 =" ;Z0
1900 PRINT
1910 PRINT;TAB(18);"MOMENTE"
1920 PRINT;TAB(4);"M1 =" ;M1;TAB(28);"M2 =" ;M2
1930 PRINT;TAB(4);"M3 =" ;M3;TAB(28);"M4 =" ;M4
1940 PRINT;TAB(4);"M5 =" ;M5;TAB(28);"M6 =" ;M6
1950 IF J>1 THEN 2060
1960 LET Q3=(1/2+Q0*T0/Z0)*L0*X0*Q1*L1^2
1970 LET E3=(1/3+Q0*(T0/Z0)^2)*L0*X0*Q1*L1^2/2
1980 LET Q7=Q0*(Z0-T0*(X0+Y0))/Z0
1990 LET Q4=(Z0*(2-X0-Y0)/2+Q7)*L0*Q1*L1^2
2000 LET E4=(Z0*(3-2*(X0+Y0))/6+T0*Q7/Z0)*L0*Q1*L1^2
2010 LET Q5=(1/2+Q0*T0/Z0)*L0*Y0*Q1*L1^2
2020 LET E5=(1/3+Q0*(T0/Z0)^2)*L0*Y0*Q1*L1^2/2
2030 LET Q6=(1-Z0)*(2-X0-Y0)*L0*Q1*L1^2/2
2040 LET E6=(1-Z0)*(3-2*(X0+Y0))*L0*Q1*L1^2/6
2050 IF J=1 THEN 2170
2060 IF J>2 THEN 2220
2070 LET Q3=(1/2+Q0*(1-T0)/(1-Z0))*L0*X0*Q1*L1^2
2080 LET E3=(1/3+Q0*((1-T0)/(1-Z0))^2)*L0*X0*Q1*L1^2/2
2090 LET Q4=(2-X0-Y0)*L0*Z0*Q1*L1^2/?
2100 LET E4=(3-2*(X0+Y0))*L0*Z0*Q1*L1^2/6
2110 LET Q5=(1/2+Q0*(1-T0)/(1-Z0))*L0*Y0*Q1*L1^2
2120 LET E5=(1/3+Q0*((1-T0)/(1-Z0))^2)*L0*Y0*Q1*L1^2/2
2130 LET Q7=Q0*(1-Z0-(1-T0)*(X0+Y0))/(1-Z0)
2140 LET Q6=((1-Z0)*(2-X0-Y0)/2+Q7)*L0*Q1*L1^2
2150 LET E6=(1-Z0)*(3-2*(X0+Y0))/6+Q7*(1-T0)/(1-Z0)
2160 LET E6=E6*L0*Q1*L1^2
2170 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
2180 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
2190 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
2200 LET F6=(M2-M6)/((1-Z0)*L2)-E6
2210 IF J<3 THEN 2580
2220 IF J>3 THEN 2340
2230 LET Q3=((2-V0-W0)/2+Q0*T0/V0)*L0*U0*Q1*L1^2
2240 LET E3=((3-2*(V0+W0))/3+Q0*(T0/V0)^2
2250 LET E3=E3*L0*U0*Q1*L1^2/2
2260 LET Q4=(V0/2+Q0*(V0-T0)/V0)*L0*Q1*L1^2
2270 LET E4=(V0/6+Q0*T0*(V0-T0)/(V0^2))*L0*Q1*L1^2
2280 LET Q5=((2-V0-W0)/2+Q0*T0/V0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2
2290 LET E5=((3-2*(V0+W0))/3+Q0*(T0/V0)^2
2300 LET E5=(1-U0)*E5*L0*Q1*L1^2/2
2310 LET Q6=L0*W0*Q1*L1^2/2
2320 LET E6=Q6/3
2330 IF J=3 THEN 2540
2340 IF J>4 THEN 2440
2350 LET Q3=((2-V0-W0)/2+Q0)*L0*U0*Q1*L1^2
2360 LET E3=((3-2*(V0+W0))/3+Q0)*L0*U0*Q1*L1^2/2
2370 LET Q4=L0*V0*Q1*L1^2/2
2380 LET E4=Q4/3
2390 LET Q5=((2-V0-W0)/2+Q0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2
2400 LET E5=((3-2*(V0+W0))/3+Q0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2/2
2410 LET Q6=L0*W0*Q1*L1^2/2
2420 LET E6=Q6/3
2430 IF J=4 THEN 2540
2440 LET Q3=((2-V0-W0)/2+Q0*(1-T0)/W0)*L0*U0*Q1*L1^2
2450 LET E3=((3-2*(V0+W0))/3+Q0*(1-T0)/W0)^2
2460 LET E3=E3*L0*U0*Q1*L1^2/2

```

```

2470 LET Q4=L0*V0*Q1*L1^2/2
2480 LET E4=Q4/3
2490 LET Q5=((2-V0-W0)/2+Q0*(1-T0)/W0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2
2500 LET E5=(3-2*(V0+W0))/3+Q0*((1-T0)/W0)^2
2510 LET E5=(1-U0)*E5*L0*Q1*L1^2/2
2520 LET Q6=(W0/2+Q0*(W0+T0-1)/W0)*L0*Q1*L1^2
2530 LET E6=(W0/6+Q0*(1-T0)*(W0+T0-1)/(W0^2))*L0*Q1*L1^2
2540 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
2550 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
2560 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
2570 LET F6=(M2-M6)/(W0*L2)-E6
2580 LET R3=Q3+F3
2590 LET R4=Q4+F4
2600 LET R5=Q5+F5
2610 LET R6=Q6+F6
2620 PRINT
2630 PRINT:TAB(17);"REACTIUNI"
2640 PRINT:TAB(4);"R3 ="R3:TAB(28);"R4 ="R4
2650 PRINT:TAB(4);"R5 ="R5:TAB(28);"R6 ="R6
2660 IF I<S THEN 3860
2670 GOTO 5000
2680 LET J=2
2690 GOTO 680
2700 LET Z1=0.3
2710 IF T0<0.3 THEN 740
2720 LET Z1=1-INT(20*(1-T0))/20
2730 GOTO 740
2740 LET Z1=0.7
2750 GOTO 740
2760 LET N1=Q0*T0*(2*Z1-T0*(X1+Y1))/(Z1^2)
2770 GOTO 800
2780 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 910
2790 LET Y1=Y1+0.05
2800 GOTO 760
2810 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 910
2820 LET X1=X1+0.05
2830 GOTO 760
2840 LET A2=0
2850 GOTO 990
2860 IF X1>0.49 THEN 990
2870 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 990
2880 LET X1=X1+0.05
2890 LET Y1=X1
2900 GOTO 740
2910 IF Y1>0.49 THEN 990
2920 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 990
2930 LET Y1=Y1+0.05
2940 GOTO 750
2950 LET Z1=Z1+0.05
2960 IF Z1<0.71 THEN 740
2970 GOTO 1070
2980 LET Z1=Z1-0.05
2990 GOTO 740
3000 LET A(4,2)=A4
3010 LET X(4,2)=X4
3020 LET Y(4,2)=Y4
3030 LET Z(4,2)=Z4
3040 IF L0<=0.5 THEN 1650
3050 GOTO 1130
3060 IF T0<0.3 THEN 1650
3070 GOTO 2680
3080 LET J=5

```

```

3000 GOTO 1180
3100 IF T0<INT(20/L0)/20 THEN 3130
3110 LET J=4
3120 GOTO 1180
3130 LET W1=INT(5/L0)/20
3140 LET V1=W1
3150 IF T0<V1 THEN 1220
3160 LET V1=INT(20*T0)/20+0.05
3170 GOTO 1220
3180 LET W1=V1
3190 GOTO 1220
3200 LET N1=Q0*T0*(2*V1-T0)/(V1^2)
3210 GOTO 1300
3220 LET N1=Q0
3230 GOTO 1300
3240 IF W1>=0.95-INT(20*T0)/20 THEN 1410
3250 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 1410
3260 LET W1=W1+0.05
3270 GOTO 1250
3280 LET V1=V1+0.05
3290 GOTO 1250
3300 LET B2=0
3310 GOTO 1510
3320 IF V1=INT(20*T0)/20 THEN 1510
3330 IF V1>0.99-INT(5/L0)/20 THEN 1510
3340 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 1510
3350 LET V1=V1+0.05
3360 LET W1=INT(5/L0)/20
3370 GOTO 1250
3380 LET W1=W1+0.05
3390 LET V1=INT(5/L0)/20
3400 GOTO 1250
3410 IF U1<0.31 THEN 1590
3420 LET U1=U1-0.05
3430 GOTO 1170
3440 IF U1>0.69 THEN 1590
3450 LET U1=U1+0.05
3460 GOTO 1170
3470 LET B(4,1)=B4
3480 LET U(4,1)=U4
3490 LET V(4,1)=V4
3500 LET W(4,1)=W4
3510 IF T0<=INT(5/L0)/20 THEN 1650
3520 GOTO 3110
3530 LET B(4,2)=B4
3540 LET U(4,2)=U4
3550 LET V(4,2)=V4
3560 LET W(4,2)=W4
3570 IF T0<1-INT(20*L0)/20 THEN 1650
3580 GOTO 3080
3590 LET J=1
3600 LET M1=A(4,1)
3610 LET X0=X(4,1)
3620 LET Y0=Y(4,1)
3630 LET Z0=Z(4,1)
3640 GOTO 1800
3650 LET J=2
3660 LET M1=A(4,2)
3670 LET X0=X(4,2)
3680 LET Y0=Y(4,2)
3690 LET Z0=Z(4,2)
3700 GOTO 1800

```

```
3710 LET J=3
3720 LET M1=B(4,1)
3730 LET U0=U(4,1)
3740 LET V0=V(4,1)
3750 LET W0=W(4,1)
3760 GOTO 1800
3770 LET J=4
3780 LET M1=B(4,2)
3790 LET U0=U(4,2)
3800 LET V0=V(4,2)
3810 LET W0=W(4,2)
3820 GOTO 1800
3830 PRINT TAB(4); "U0 =" ; U0 ; TAB(28); "V0 =" ; V0
3840 PRINT TAB(4); "W0 =" ; W0
3850 GOTO 1900
3860 LET I=I+1
3870 GOTO 460
4000 DATA 6
4010 DATA 10,15,5,3,0,5,3,0,0,0,0
4020 DATA 10,15,5,3,1,5,3,0,3,0,0
4030 DATA 10,15,5,3,2,5,3,1,3,1,3
4040 DATA 10,30,3,5,1,0,5,1,5,1,1,5,0
4050 DATA 10,30,3,5,2,0,5,1,5,0,1,5,1
4060 DATA 10,30,3,5,4,0,5,1,5,1,1,5,0
5000 END
```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE  
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE  
DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA,  
DISTRIBUITE UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
LUNGIME, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA  
DE SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 6.00000

PLACA 1.00000

DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000	L2 = 3.00000
L3 = .500000	K2 = 3.00000
K3 = .000000	K4 = .000000
K5 = .000000	K6 = .000000

PARAMETRI

X0 = .300000	Y0 = .300000
Z0 = .400000	

MOMENTE

M1 = 15.8806	M2 = 47.6418
M3 = -.000000	M4 = -.000000
M5 = -.000000	M6 = -.000000

REACTIUNI

R3 = 33.0090	R4 = 96.5140
R5 = 33.0090	R6 = 62.4677

PLACA 2.00000

DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000	L2 = 3.00000
L3 = 1.50000	K2 = 3.00000
K3 = .000000	K4 = 2.00000
K5 = .000000	K6 = .000000

PARAMETRI

X0 = .200000	Y0 = .200000
Z0 = .500000	

MOMENTE

M1 = 15.6250	M2 = 46.8750
M3 = -.000000	M4 = -46.8750
M5 = -.000000	M6 = -.000000

REACTIUNI

R3 = 33.1250	R4 = 95.0000
R5 = 33.1250	R6 = 63.7500



## PLACA 3.00000

## DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000	L2 = 3.00000
L3 = 2.50000	K2 = 3.00000
K3 = 1.00000	K4 = 3.00000
K5 = 1.00000	K6 = 3.00000

## PARAMETRI

X0 = .300000	Y0 = .300000
Z0 = .600000	

## MOMENTE

M1 = 7.94039	M2 = 23.8212
M3 = -7.94039	M4 = -23.8212
M5 = -7.94039	M6 = -23.8212

## REACTIUNI

R3 = 33.0093	R4 = 62.4680
R5 = 33.0093	R6 = 96.5140

## PLACA 4.00000

## DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 30.0000
L1 = 3.00000	L2 = 5.00000
L3 = 1.00000	K2 = .500000
K3 = 1.50000	K4 = 1.00000
K5 = 1.50000	K6 = .000000

## PARAMETRI

U0 = .500000	V0 = .250000
W0 = .300000	

## MOMENTE

M1 = 21.4624	M2 = 10.7312
M3 = -32.1936	M4 = -21.4624
M5 = -32.1936	M6 = -.000000

## REACTIUNI

R3 = 87.9961	R4 = 41.8549
R5 = 87.9960	R6 = 22.1542

## PLACA 5.00000

## DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 30.0000
L1 = 3.00000	L2 = 5.00000
L3 = 2.00000	K2 = .500000
K3 = 1.50000	K4 = .000000
K5 = 1.50000	K6 = 1.00000

## PARAMETRI

U0 = .500000	V0 = .300000
W0 = .550000	

## MOMENTE

M1 = 23.4442	M2 = 11.7221
M3 = -35.1663	M4 = -.000000
M5 = -35.1663	M6 = -23.4442

## REACTIUNI

R3 = 88.4490	R4 = 22.8148
R5 = 88.4489	R6 = 40.2878

PLACA 6.00000

## DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 30.0000
L1 = 3.00000	L2 = 5.00000
L3 = 4.00000	K2 = .500000
K3 = 1.50000	K4 = 1.00000
K5 = 1.50000	K6 = .000000

## PARAMETRI

U0 = .500000	V0 = .550000
W0 = .200000	

## MOMENTE

M1 = 23.1228	M2 = 11.5614
M3 = -34.6842	M4 = -23.1228
M5 = -34.6842	M6 = -.000000

## REAȚIUNI

R3 = 89.1634	R4 = 40.1125
R5 = 89.1635	R6 = 21.5614

20. PLĂCI DREPTUNGHILARE REZEMATE  
PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE  
DISTRIBUITĂ UNIFORM PE TOATĂ SUPRAFAȚA  
ȘI DE O ÎNCĂRCARE DISTRIBUITĂ UNIFORM  
PE O ZONĂ DREPTUNGHILARĂ  
A SUPRAFEȚEI LOR

## 20.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungime  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată pe tot conturul, la care reazemele de pe direcția deschiderii  $l_1$  sînt notate cu 3 și 5, iar cele de pe direcția deschiderii  $l_2$  cu 4 și 6. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea  $q_1$ , și de o încărcare de intensitate  $q_2$  distribuită uniform pe o suprafață dreptunghiulară, cu laturile de lungime  $l_3$  pe direcția deschiderii  $l_1$  și de lungime  $l_4$  pe direcția deschiderii  $l_2$ , dintre care cel puțin două laturi neparalele se suprapun peste laturile corespunzătoare ale plăcii. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 20.1

Schemele distincte de cedare ale plăcilor de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 18.2 și 18.3.

Fiecare dintre aceste scheme prezintă cîte șapte variante, în funcție de poziția încărcării de intensitate  $q_2$  față de liniile de curgere ale schemei de cedare respective. Aceste variante notate cu II...I7 pentru schema de cedare I și cu III...II7 pentru schema de cedare II sînt prezentate în figurile 20.2 și 20.3.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3, Q_4, Q_5$  și  $Q_6$  aferente reazemelor plăcii și pentru forțele nodale  $F_3, F_4, F_5$  și  $F_6$  care apar la legăturile dintre porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, pentru fiecare dintre cele 14 variante ale celor două scheme distincte de cedare.

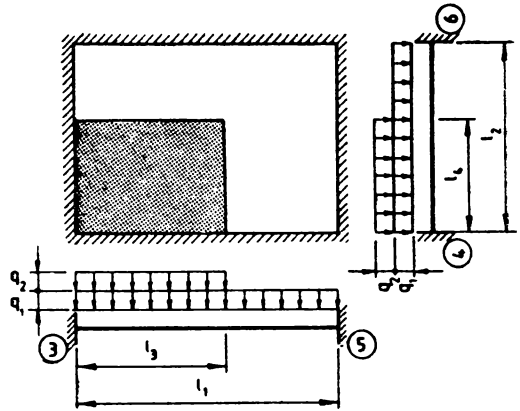


Fig. 20.1

Factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  au fost determinați pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime  $l_1$  în cazul schemei de cedare I și respectiv liniei de curgere paralele cu laturile de lungime  $l_2$  în cazul schemei de cedare II.

a) Varianta II (fig. 20.2 a)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left[ 3 - x - y + \frac{q_0 \alpha^2 (3\beta x - \alpha z)}{x^2} \right]. \quad (20.1)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2} \left[ 1 + \frac{q_0 \alpha (2\beta x - \alpha z)}{x^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.2)$$

$$Q_4 = \frac{z}{2} \left[ 2 - x - y + \frac{q_0 \alpha^2}{x} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.3)$$

$$Q_5 = \frac{y}{2} q_1 l_1 l_2; \quad (20.4)$$

$$Q_6 = (1 + q_0 \alpha \beta) q_1 l_1 l_2 - (Q_3 + Q_4 + Q_5). \quad (20.5)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{x}{6} \left[ 1 + \frac{q_0 \alpha^2 (3\beta x - 2\alpha z)}{x^3} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.6)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{6} \left[ 3 - 2(x + y) + \frac{q_0 \alpha^3}{x^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.7)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{y}{6} q_1 l_1 l_2; \quad (20.8)$$

$$F_6^* = - (F_3 + F_4 + F_5). \quad (20.9)$$

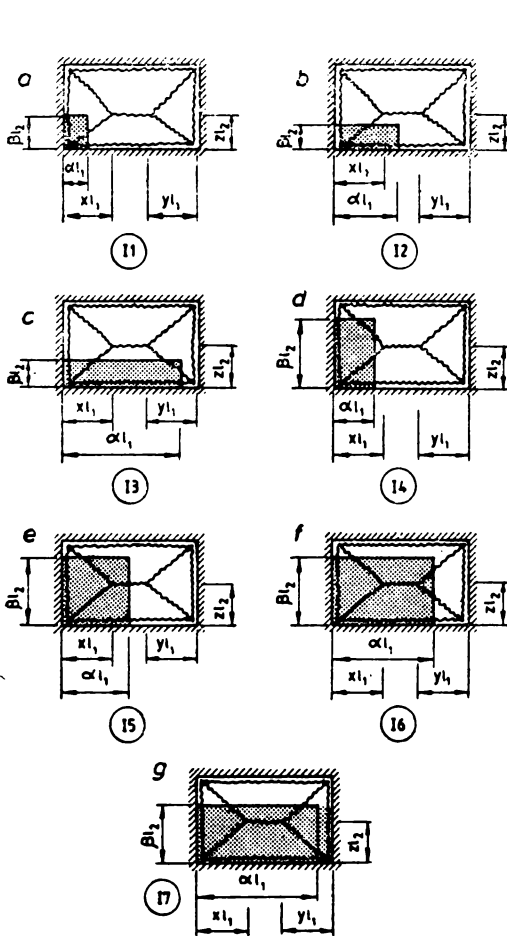


Fig. 20.2

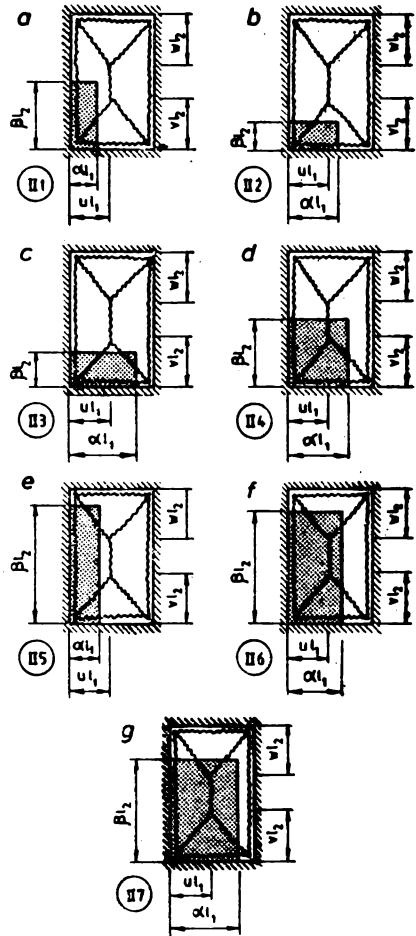


Fig. 20.3

b) Varianta I2 (fig. 20.2 b)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left[ 3 - x - y + \frac{q_0 \beta^2 (3\alpha z - \beta x)}{z^2} \right]. \quad (20.10)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2} \left[ 1 + \frac{q_0 \beta^2}{z} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.11)$$

$$Q_4 = \frac{z}{2} \left[ 2 - x - y + \frac{q_0 \beta}{z^2} (2xz - \beta x) \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.12)$$

Încărcările  $Q_5$  și  $Q_6$  sint cele date de relațiile (20.4) și (20.5).  
— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{x}{6} \left[ 1 + \frac{q_0 \beta^3}{z^2} \right] q_1 l_1 l_2 ; \quad (20.13)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{zl_2} - \frac{z}{6} \left[ 3 - 2(x + y) + \frac{q_0 \beta^2}{z^3} (3xz - 2\beta x) \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.14)$$

Forțele nodale  $F_5$  și  $F_6$  sint cele date de relațiile (20.8) și (20.9).

c) *Varianta 13* (fig. 20.2 c)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ 3 - x - y + \frac{q_0 \beta^2 [3z - \beta(x + y)]}{z^2} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2 [3\beta y - z(1 - \alpha)]}{y^2} \right\}. \quad (20.15)$$

— încărcări :

Încărcările  $Q_3$  și  $Q_6$  sint cele date de relațiile (20.11) și (20.5).

$$Q_4 = \frac{z}{2} \left[ 2 - x - y + \frac{q_0 \beta}{z^2} (2z - \beta x - \beta y) - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{y} \right] q_1 l_1 l_2 ; \quad (20.16)$$

$$Q_5 = \frac{y}{2} \left\{ 1 + \frac{q_0 \beta^2}{z} - \frac{q_0(1 - \alpha)[2\beta y - z(1 - \alpha)]}{y^2} \right\} q_1 l_1 l_2 ; \quad (20.17)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale  $F_3$  și  $F_6$  sint cele date de relațiile (20.13) și (20.9).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{zl_2} - \frac{z}{6} \left\{ 3 - 2(x + y) + \frac{q_0 \beta^2}{z^3} [3z - 2(x + y)] - \frac{q_0(1 - \alpha)^3}{y^2} \right\} q_1 \cdot l_1 \cdot l_2 ; \quad (20.18)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{yl_1} - \frac{y}{6} \left\{ 1 + \frac{q_0 \beta^3}{z^2} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2 [3\beta y - 2z(1 - \alpha)]}{y^3} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.19)$$

d) *Varianta 14* (fig. 20.2d)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ 3 - x - y + \frac{q_0 \alpha^2 (3x - \alpha)}{x^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2 [3\alpha(1 - z) - x(1 - \beta)]}{(1 - z)^2} \right\}. \quad (20.20)$$

— încărcări :

Încărcările  $Q_4$ ,  $Q_5$  și  $Q_6$  sint cele date de relațiile (20.3), (20.4) și (20.5).

$$Q_3 = \frac{x}{2} \left[ 1 + \frac{q_0 \alpha (2x - \alpha)}{x^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{1 - z} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.21)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale  $F_4$ ,  $F_5$  și  $F_6$  sint cele date de relațiile (20.7), (20.8) și (20.9).

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{x}{6} \left[ 1 + \frac{q_0 \alpha^2 (3x - 2\alpha)}{x^3} - \frac{q_0(1 - \beta)^3}{(1 - z)^2} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.22)$$

e) *Varianta 15* (fig. 20.2e)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ 3 - x - y + q_0(3x - x) - \frac{q_0(1 - \beta)^2[3\alpha(1 - z) - x(1 - \beta)]}{(1 - z)^2} \right\}. \quad (20.23)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{1 - z} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.24)$$

$$Q_4 = \frac{z}{2} [2 - x - y + q_0(2x - x)] q_1 l_1 l_2. \quad (20.25)$$

Încărcările  $Q_5$  și  $Q_6$  sînt cele date de relațiile (20.4) și (20.5).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{x}{6} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{(1 - z)^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.26)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{6} [3 - 2(x + y) + q_0(3x - 2x)] q_1 l_1 l_2. \quad (20.27)$$

Forțele nodale  $F_5$  și  $F_6$  sînt cele date de relațiile (20.8) și (20.9).

f) *Varianta 16* (fig. 20.2 f).

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ (1 + q_0)(3 - x - y) - \frac{q_0(1 - \alpha)^2(3y + \alpha - 1)}{y^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2[3\alpha(1 - z) - x(1 - \beta)]}{(1 - z)^2} \right\}; \quad (20.28)$$

— încărcări :

Încărcările  $Q_3$  și  $Q_6$  sînt cele date de relațiile (20.24) și (20.25) ;

$$Q_4 = \frac{z}{2} \left[ (1 + q_0)(2 - x - y) - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{y} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.29)$$

$$Q_5 = \frac{y}{2} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \alpha)(2y + \alpha - 1)}{y^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.30)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale  $F_3$  și  $F_6$  sînt cele date de relațiile (20.26) și (20.9).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{6} \left\{ (1 + q_0)[3 - 2(x + y)] - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{y^2} \right\} q_1 l_1 l_2; \quad (20.31)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{y}{6} \left\{ 1 + q_0 - \frac{q_0[3y + 2(1\alpha - 1)](1 - \alpha^2)}{y^2} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.32)$$

g) Varianta I7 (fig. 20.2 g)

— factorii :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ (1 + q_0)(3 - x - y) - \frac{q_0(1 - \beta)^2[3(1 - z) - (1 - \beta)(x + y)]}{(1 - z)^2} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2[3\beta y - z(1 - \alpha)]}{y^2} \right\}. \quad (20.33)$$

— încărcări :

Încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_6$  sînt cele date de relațiile (20.24), (20.29) și (20.5).

$$Q_5 = \frac{y}{2} \left\{ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \alpha)[2\beta y - z(1 - \alpha)]}{y^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{1 - z} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.34)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale  $F_3$ ,  $F_4$  și  $F_6$  sînt cele date de relațiile (20.26), (20.31) și (20.9).

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{y}{6} \left\{ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \alpha)^2[3\beta y - 2z(1 - \alpha)]}{y^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{(1 - z)^2} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.35)$$

h) Varianta III (fig. 20.3 a)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left[ 3 - v - w + \frac{q_0 \alpha^2 (3\beta u - \alpha v)}{u^2} \right]. \quad (20.36)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2} \left[ 2 - v - w + \frac{q_0 \alpha (2\beta u - \alpha v)}{u^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.37)$$

$$Q_4 = \frac{v}{2} \left[ 1 + \frac{q_0 \alpha^2}{u} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.38)$$

$$Q_6 = \frac{w}{2} q_1 l_1 l_2; \quad (20.39)$$

$$Q_5 = (1 + q_0 \alpha \beta) q_1 l_1 l_2 - (Q_3 + Q_4 + Q_6). \quad (20.40)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{u}{6} \left[ 3 - 2(v + w) + \frac{q_0 \alpha^3}{u^2} (3\beta u - 2\alpha v) \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.41)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - \frac{v}{6} \left[ 1 + \frac{q_0 \alpha^3}{u^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.42)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{w l_2} - \frac{w}{6} q_1 l_1 l_2; \quad (20.43)$$

$$F_5 = -(F_3 + F_4 + F_6). \quad (20.44)$$

i) *Varianta II2* (fig. 20.3 b)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left[ 3 - v - w + \frac{q_0 \beta^2 (3\alpha v - \beta u)}{v^2} \right]. \quad (20.45)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2} \left[ 2 - v - w + \frac{q_0 \beta^2}{v} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.46)$$

$$Q_4 = \frac{v}{2} \left[ 1 + \frac{q_0 \beta (2\alpha v - \beta u)}{v^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.47)$$

Încărcările  $Q_6$  și  $Q_5$  sînt cele date de relațiile (20.39) și (20.40).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{u}{6} \left[ 3 - 2(v + w) + \frac{q_0 \beta^3}{v^2} \right] q_1 l_1 l_2; \quad (20.48)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{v}{6} \left[ 1 + \frac{q_0 \beta^2 (3\alpha v - 2\beta u)}{v^3} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.49)$$

Forțele nodale  $F_6$  și  $F_5$  sînt cele date de relațiile (20.43) și (20.44).

j) *Varianta II3* (fig. 20.3 c)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ 3 - v - w + \frac{q_0 \beta^2 (3v - \beta)}{v^2} - \frac{q_0 (1 - \alpha)^2 [3\beta(1 - u) - v(1 - \alpha)]}{(1 - u)^2} \right\}. \quad (20.50)$$

— încărcări :

Încărcările  $Q_3$ ,  $Q_5$  și  $Q_6$  sînt cele date de relațiile (20.46), (20.39) și (20.40).

$$Q_4 = \frac{v}{2} \left[ 1 + \frac{q_0 \beta}{v^2} (2v - \beta) - \frac{q_0 (1 - \alpha)^2}{1 - u} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.51)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale  $F_3$ ,  $F_5$  și  $F_6$  sînt cele date de relațiile (20.48), (20.44) și (20.43).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{v}{6} \left[ 1 + \frac{q_0 \beta^2}{v^3} (3v - 2\beta) - \frac{q_0 (1 - \alpha)^3}{(1 - u)^2} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.52)$$

k) *Varianta II4* (fig. 20.3 d)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ 3 - v - w + q_0 (3\beta - v) - \frac{q_0 (1 - \alpha)^2 [3\beta(1 - u) - v(1 - \alpha)]}{(1 - u)^2} \right\}. \quad (20.53)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2} [2 - v - w + q_0 (2\beta - v)] q_1 l_1 l_2; \quad (20.54)$$

$$Q_4 = \frac{v}{2} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0 (1 - \alpha)^2}{1 - u} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.55)$$



Încărcările  $Q_5$  și  $Q_6$  sînt cele date de relațiile (20.40) și (20.39).  
 — forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k2}}{ul_1} - \frac{u}{6} [3 - 2(v + w) + q_0(3\beta - 2v)] q_1 l_1 l_2 ; \quad (20.56)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k1}}{vl_2} - \frac{v}{6} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{(1 - w)^2} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.57)$$

Forțele nodale  $F_5$  și  $F_6$  sînt cele date de relațiile (20.44) și (20.43).

l) *Varianta II5* (fig. 20.3 e)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ 3 - v - w + \frac{q_0 \alpha^2 [3u - \alpha(v + w)]}{u^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2 [3\alpha w - u(1 - \beta)]}{w^2} \right\}; \quad (20.58)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2} \left\{ 2 - v - w + \frac{q_0 \alpha}{u^2} [2u - \alpha(v + w)] - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{w} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.59)$$

Încărcările  $Q_4$  și  $Q_5$  sînt cele date de relațiile (20.38) și (20.40).

$$Q_6 = \frac{w}{2} \left\{ 1 + \frac{q_0 \alpha^2}{u} - \frac{q_0(1 - \beta) [2\alpha w - u(1 - \beta)]}{w^2} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.60)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{u}{6} \left\{ 3 - 2(v + w) + \frac{q_0 \alpha^2}{u^2} [3u - 2\alpha(v + w)] - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{w^2} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.61)$$

Forțele nodale  $F_4$  și  $F_5$  sînt cele date de relațiile (20.42) și (20.44).

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{v}{6} \left\{ 1 + \frac{q_0 \alpha^3}{u^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2 [3\alpha w - 2u(1 - \beta)]}{w^3} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.62)$$

m) *Varianta II6* (fig. 20.3f)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ (1 + q_0)(3 - v - w) - \frac{q_0(1 - \alpha)^2 [3(1 - u) - (1 - \alpha)(v + w)]}{(1 - u)^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2 [3\alpha w - u(1 - \beta)]}{w^2} \right\}. \quad (20.63)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2} \left[ (1 + q_0)(2 - v - w) - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{w} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.64)$$

Încărcările  $Q_4$  și  $Q_5$  sînt cele date de relațiile (20.55) și (20.40).

$$Q_6 = \frac{w}{2} \left\{ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta) [2\alpha w - u(1 - \beta)]}{w^2} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{1 - u} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.65)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{u}{6} \left\{ (1 + q_0)([3 - 2(v + w)] - \frac{q_0(1 - \beta)^3}{w^2}) \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.66)$$

Forțele nodale  $F_4$  și  $F_5$  sînt cele date de relațiile (20.57) și (20.44).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{wl_2} - \frac{w}{6} \left\{ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)^2[3\alpha w - 2u(1 - \beta)]}{w^3} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{(1 - u)^2} \right\} q_1 l_1 l_2. \quad (20.67)$$

n) Varianta II7 (fig. 20.3, g)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left\{ (1 + q_0)(3 - v - w) - \frac{q_0(1 - \beta)^2(3w + \beta - 1)}{w} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2[3\beta(1 - u) - v(1 - \alpha)]}{(1 - u)^2} \right\}. \quad (20.68)$$

— încărcări :

Încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_5$  sînt cele date de relațiile (20.64), (20.55) și (20.40).

$$Q_6 = \frac{w}{2} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)(2w + \beta - 1)}{w^2} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.69)$$

— forțele nodale :

Forțele nodale  $F_3$ ,  $F_4$  și  $F_5$  sînt cele date de relațiile (20.66), (20.57) și (20.44).

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{wl_2} - \frac{w}{6} \left[ 1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)^2(3w + 2\beta - 2)}{w^3} \right] q_1 l_1 l_2. \quad (20.70)$$

## 20.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :

a) *Schema de cedare I*. Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decît 2, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (18.21) ;

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mici decît  $\frac{l_2}{4}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt cele date de relația (18.22) ;

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mari decît  $l_2$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt cele date de relația (18.23) ;

— suma lungimilor  $xl_1$  și  $yl_1$  nu poate fi mai mare decît  $l_1$  și deci parametrii  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24) ;

— lungimea  $xl_2$  nu poate fi mai mică decît  $0,3l_2$  și nici mai mare decît  $0,7l_2$  și deci parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile (18.25) ;

— varianta I1 a schemei de cedare I (fig. 20.2a) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $x$  și  $z$  satisfac următoarele inegalități;

$$\alpha \leq x; \beta \geq \frac{\alpha z}{x}; \beta \leq 1 - \frac{\alpha(1-z)}{x}; \quad (20.71)$$

— varianta I2 a schemei de cedare I (fig. 20.2b) poate fi reală dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $x$ ,  $y$  și  $z$  satisfac inegalitățile:

$$\beta \leq z; \alpha \geq \frac{\beta x}{z}; \alpha \leq 1 - \frac{\beta y}{z}; \quad (20.72)$$

— varianta I3 a schemei de cedare I (fig. 20.2c) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $y$  și  $z$  satisfac inegalitățile:

$$\beta \leq z; \alpha \geq 1 - \frac{\beta y}{z}; \quad (20.73)$$

— varianta I4 a schemei de cedare I (fig. 20.2d) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $x$  și  $z$  satisfac inegalitățile:

$$\alpha \leq x; \beta \geq 1 - \frac{\alpha(1-z)}{x}; \quad (20.74)$$

— varianta I5 a schemei de cedare I (fig. 20.2e) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $x$ ,  $y$  și  $z$  satisfac inegalitățile:

$$\alpha \geq x; \alpha \leq 1 - y; \beta \geq z; \quad (20.75)$$

— varianta I6 a schemei de cedare I (fig. 20.2f) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $y$  și  $z$  satisfac inegalitățile:

$$\alpha \geq 1 - y; \beta \geq 1 - \frac{(1-\alpha)(1-z)}{y}; \quad (20.76)$$

— varianta I7 a schemei de cedare I (fig. 20.2g) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $y$  și  $z$  satisfac inegalitățile:

$$\alpha \geq 1 - y; \beta \leq 1 - \frac{(1-\alpha)(1-z)}{y}; \beta \geq z; \quad (20.77)$$

b) *Schema de cedare II*. Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât 0,5, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (18.26);

— lungimile  $vl_2$  și  $wl_2$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_1}{4}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $v$  și  $w$  sînt cele date de relațiile (18.27);

— lungimile  $vl_2$  și  $wl_2$  nu pot fi mai mari decât  $l_1$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $v$  și  $w$  sînt cele date de relațiile (18.28);

— suma lungimilor  $vl_2$  și  $wl_2$  nu poate fi mai mică decât  $l_2$  și deci parametrii  $v$  și  $w$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29);

— lungimea  $ul_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,3l_1$  și nici mai mare decât  $0,7l_1$  și deci parametrul  $u$  trebuie să satisfacă inegalitățile (18.30);

— varianta III a schemei de cedare II (fig. 20.3 a) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$ ,  $v$  și  $w$  satisfac inegalitățile:

$$\alpha \leq u; \beta \geq \frac{\alpha v}{u}; \beta \leq 1 - \frac{\alpha w}{u}; \quad (20.78)$$

— varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 20.3b) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$  și  $v$  satisfac inegalitățile :

$$\beta \leq v; \alpha \geq \frac{\beta u}{v}; \alpha \leq 1 - \frac{\beta(1-u)}{v}; \quad (20.79)$$

— varianta II3 a schemei de cedare II (fig. 20.3 c) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$  și  $v$  satisfac inegalitățile :

$$\beta \leq v; \alpha \geq 1 - \frac{\beta(1-u)}{v}; \quad (20.80)$$

— varianta II4 a schemei de cedare II (fig. 20.3 d) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$ ,  $v$  și  $w$  satisfac inegalitățile :

$$\beta \geq v; \beta \leq 1 - w; \alpha \geq u; \quad (20.81)$$

— varianta II5 a schemei de cedare II (fig. 20.3 e) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$  și  $w$  satisfac inegalitățile ;

$$\alpha \leq u; \beta \geq 1 - \frac{\alpha w}{u}; \quad (20.82)$$

— varianta II6 a schemei de cedare II (fig. 20.3 f) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$  și  $w$  satisfac inegalitățile :

$$\beta \geq 1 - w; \alpha \geq \frac{u(1-\beta)}{w}; \alpha \leq 1 - \frac{(1-u)(1-\beta)}{w}; \quad (20.83)$$

— varianta II7 a schemei de cedare II (fig. 20.3 g) poate fi reală numai dacă parametrii  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $u$  și  $w$  satisfac inegalitățile :

$$\beta \geq 1 - w; \alpha \geq \frac{(1-u)(1-\beta)}{w}. \quad (20.84)$$

## 20.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea organigramei elaborate în conformitate cu cele expuse în paragraful 20.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor prezentate în tabelul 16.1, a condus la obținerea programului de calcul EP-42-03 listat în anexa 20.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 5 540 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 7 000 iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 5 541 și 6 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  și  $k_6$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile  $x_0$ ,  $y_0$  și  $z_0$  ale parametrilor  $x$ ,  $y$  și  $z$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau valorile  $u_0$ ,  $v_0$  și  $w_0$  ale parametrilor  $u$ ,  $v$  și  $w$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din cimpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}$ ,  $M_{k_4}$ ,  $M_{k_5}$  și  $M_{k_6}$  de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii;  
 — valorile reacțiunilor  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  și  $R_6$  de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Tabelul 20.1

Date	Placa					
	1	2	3	4	5	6
$l_1$	6	6	6	4	4	4
$l_2$	4	4	4	6	6	6
$l_3$	2	2	4	1	2	4
$l_4$	2	4	2	3	3	3
$q_1$	10	10	10	10	10	10
$q_2$	20	20	20	20	20	20
$k_2$	2	2	2	0,5	0,5	0,5
$k_3$	0	0	0	1	1,5	1
$k_4$	0	0	0	0,5	1	0,5
$k_5$	0	0	0	1	1,5	1
$k_6$	0	0	0	0,5	1	0,5

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat unui număr de 6 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 20.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA, avînd etichetele cuprinse între 6 000 și 6 060, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 20.1. În anexa 20.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 6 plăci considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-03

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHUIARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE *
70 REM * DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA SI DE *
80 REM * O INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE O ZONA *
90 REM * DREPTUNGHUIARA A SUPRAFETEI LOR *
100 REM *
110 REM *****
120 REM *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR *
140 REM * DE CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR *
150 REM * SI REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
160 REM *
170 REM *****
180 REM *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
200 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
210 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
220 REM *
230 REM *****
240 REM *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
260 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-1A SI M-11A *
270 REM *
280 REM *****

290 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
300 PRINT "DREPTUNGHUIARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
310 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
320 PRINT "DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA SI DE"
330 PRINT "O INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE O ZONA"
340 PRINT "DREPTUNGHUIARA A SUPRAFETEI LOR"
350 PRINT
360 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
370 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
380 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
390 PRINT
400 PRINT
410 DIM A(5,7),B(5,7),X(4,7),Y(4,7),Z(4,7)
420 DIM U(4,7),V(4,7),W(4,7)
430 READ S
440 PRINT:TAB(5):"NUMARUL PLACILOR ESTE S ="S
450 LET I=1
460 PRINT
470 PRINT
480 PRINT:TAB(15):"PLACA "I
490 PRINT
500 READ L1,L2,L3,L4,Q1,Q2,K2,K3,K4,K5,K6
510 PRINT:TAB(20):"DATE"
520 PRINT:TAB(4):"L1 ="L1:TAB(28):"L2 ="L2
530 PRINT:TAB(4):"L3 ="L3:TAB(28):"L4 ="L4
540 PRINT:TAB(4):"Q1 ="Q1:TAB(28):"Q2 ="Q2
550 PRINT:TAB(4):"K2 ="K2:TAB(28):"K3 ="K3
560 PRINT:TAB(4):"K4 ="K4:TAB(28):"K5 ="K5
570 PRINT:TAB(4):"K6 ="K6
580 LET L0=L2/L1
590 LET A0=L3/L1
600 LET B0=L4/L2

```

```

610 LET Q0=Q2/Q1
620 FOR K=1 TO 5
630 FOR J=1 TO 7
640 LET A(K,J)=0
650 LET B(K,J)=0
660 NEXT J
670 NEXT K
680 IF L0>=2 THEN 3510
690 LET Z1=0.3
700 LET Y1=INT(5*L0)/20
710 LET X1=Y1
720 LET N2=(K2+K4)/(Z1*L0)+(K2+K6)/((1-Z1)*L0)
730 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+N2
740 IF A(5,1)>0 THEN 810
750 IF A0>X1 THEN 810
760 IF B0<A0*Z1/X1 THEN 810
770 IF B0>1-A0*(1-Z1)/X1 THEN A10
780 LET N1=(3*B0*X1-A0*Z1)*Q0*A0^2/(X1^2)
790 LET J=1
800 IF J<2 THEN 1090
810 IF A(5,2)>0 THEN 880
820 IF B0>Z1 THEN 8A0
830 IF A0<B0*X1/Z1 THEN 8A0
840 IF A0>1-B0*Y1/Z1 THEN 8B0
850 LET N1=(3*A0*Z1-B0*X1)*Q0*B0^2/(Z1^2)
860 LET J=2
870 IF J<3 THEN 1090
880 IF A(5,3)>0 THEN 950
890 IF B0>Z1 THEN 950
900 IF A0<1-B0*Y1/Z1 THEN 950
910 LET N1=Q0*(3*B0*Y1-Z1*(1-A0))*(1-A0)^2/(Y1^2)
920 LET N1=(3*Z1-B0*(X1+Y1))*Q0*B0^2/(Z1^2)-N1
930 LET J=3
940 IF J<4 THEN 1090
950 IF A(5,4)>0 THEN 1020
960 IF A0>X1 THEN 1020
970 IF B0<1-A0*(1-Z1)/X1 THEN 1020
980 LET N1=Q0*(3*A0*(1-Z1)-X1*(1-B0))*(1-B0)^2/((1-Z1)^2)
990 LET N1=(3*X1-A0)*Q0*A0^2/(X1^2)-N1
1000 LET J=4
1010 IF J<5 THEN 1090
1020 IF A(5,5)>0 THEN 1110
1030 IF A0<X1 THEN 1110
1040 IF A0>1-Y1 THEN 1110
1050 IF B0<Z1 THEN 1110
1060 LET N1=Q0*(3*A0*(1-Z1)-X1*(1-B0))*(1-B0)^2/((1-Z1)^2)
1070 LET N1=Q0*(3*A0-X1)-N1
1080 LET J=5
1090 LET N1=L0*(N1+3-X1-Y1)/(6*N2)
1100 IF J<6 THEN 1260
1110 IF A(5,6)>0 THEN 1180
1120 IF A0<1-Y1 THEN 1180
1130 IF B0<1-(1-A0)*(1-Z1)/Y1 THEN 1180
1140 LET N1=Q0*(3*A0*(1-Z1)-X1*(1-B0))*(1-B0)^2/((1-Z1)^2)
1150 LET N1=Q0*(3*Y1+A0-1)*(1-A0)^2/(Y1^2)+N1
1160 LET J=6
1170 IF J<7 THEN 1250
1180 IF A0<1-Y1 THEN 1320
1190 IF B0<Z1 THEN 1320
1200 IF B0>1-(1-A0)*(1-Z1)/Y1 THEN 1320
1210 LET N1=Q0*(3*B0*Y1-Z1*(1-A0))*(1-A0)^2/(Y1^2)
1220 LET N0=Q0*(3*(1-Z1)-(1-B0)*(X1+Y1))*(1-B0)^2

```

```

1230 LET N1=N0/((1-Z1)^2)+N1
1240 LET J=7
1250 LET N1=L0*((1+Q0)*(3-X1-Y1)-N1)/(6*N2)
1260 LET A1=N1*Q1*L1^3
1270 IF A(2,J)>=A1 THEN 1330
1280 LET A(2,J)=A1
1290 LET X(2,J)=X1
1300 LET Y(2,J)=Y1
1310 LET Z(2,J)=Z1
1320 IF X1+Y1<1 THEN 3530
1330 IF A(3,J)>=A(2,J) THEN 3560
1340 LET A(3,J)=A(2,J)
1350 LET X(3,J)=X(2,J)
1360 LET Y(3,J)=Y(2,J)
1370 LET Z(3,J)=Z(2,J)
1380 LET A(2,J)=0
1390 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 1410
1400 IF X1<1-INT(5*L0)/20 THEN 3580
1410 IF A(4,J)>=A(3,J) THEN 3610
1420 LET A(4,J)=A(3,J)
1430 LET X(4,J)=X(3,J)
1440 LET Y(4,J)=Y(3,J)
1450 LET Z(4,J)=Z(3,J)
1460 LET A(3,J)=0
1470 IF Z1<0.69 THEN 3640
1480 LET J=1
1490 IF A(4,J)>0 THEN 3750
1500 IF A(3,J)>0 THEN 3660
1510 IF A(2,J)>0 THEN 3710
1520 FOR I=2 TO 6
1530 IF A(4,I)<A(4,J) THEN 1560
1540 NEXT J
1550 IF A(4,1)>=A(4,7) THEN 3780
1560 FOR J=3 TO 6
1570 IF A(4,2)<A(4,J) THEN 1600
1580 NEXT J
1590 IF A(4,2)>=A(4,7) THEN 3830
1600 FOR J=4 TO 6
1610 IF A(4,3)<A(4,J) THEN 1640
1620 NEXT J
1630 IF A(4,3)>=A(4,7) THEN 3840
1640 IF A(4,4)<A(4,5) THEN 1670
1650 IF A(4,4)<A(4,6) THEN 1670
1660 IF A(4,4)>=A(4,7) THEN 3930
1670 IF A(4,5)<A(4,6) THEN 1690
1680 IF A(4,5)>=A(4,7) THEN 3980
1690 IF A(4,6)>=A(4,7) THEN 4030
1700 LET A0=A(4,7)
1710 LET X0=X(4,7)
1720 LET Y0=Y(4,7)
1730 LET Z0=Z(4,7)
1740 IF L0<=0.5 THEN 4080
1750 LET U1=0.3
1760 LET V1=INT(5/L0)/20
1770 LET W1=V1
1780 LET N2=(K2+K4)/(V1*L0)+(K2+K6)/(W1*L0)
1790 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+N2
1800 IF B(5,1)>0 THEN 1870
1810 IF A0>U1 THEN 1870
1820 IF B0<A0*V1/U1 THEN 1870
1830 IF B0>1-A0*W1/U1 THEN 1870
1840 LET N1=(3*B0+U1-A0*V1)*Q0*A0^2/(U1^2)

```



```

1850 LET J=1
1860 IF J<2 THEN 2150
1870 IF B(5,2)>0 THEN 1940
1880 IF B0>V1 THEN 1940
1890 IF A0<B0*U1/V1 THEN 1940
1900 IF A0>1-B0*(1-U1)/V1 THEN 1940
1910 LET N1=(3*A0*V1-B0*U1)*Q0*B0^2/(V1^2)
1920 LET J=2
1930 IF J<3 THEN 2150
1940 IF B(5,3)>0 THEN 2010
1950 IF B0>V1 THEN 2010
1960 IF A0<1-B0*(1-U1)/V1 THEN 2010
1970 LET N1=Q0*(3*B0*(1-U1)-V1*(1-A0))*(1-A0)^2/((1-U1)^2)
1980 LET N1=(3*V1-B0)*Q0*B0^2/(V1^2)-N1
1990 LET J=3
2000 IF J<4 THEN 2150
2010 IF B(5,4)>0 THEN 2090
2020 IF A0<U1 THEN 2090
2030 IF B0<V1 THEN 2090
2040 IF B0>1-W1 THEN 2090
2050 LET N1=Q0*(3*B0*(1-U1)-V1*(1-A0))*(1-A0)^2/((1-U1)^2)
2060 LET N1=Q0*(3*B0-V1)-N1
2070 LET J=4
2080 IF J<5 THEN 2150
2090 IF B(5,5)>0 THEN 2170
2100 IF A0>U1 THEN 2170
2110 IF B0<1-A0*W1/U1 THEN 2170
2120 LET N1=Q0*(3*A0*W1-U1*(1-B0))*(1-B0)^2/(W1^2)
2130 LET N1=(3*U1-A0*(V1+W1))*Q0*A0^2/(U1^2)-N1
2140 LET J=5
2150 LET N1=L0*(N1+3-V1-W1)/(6*N2)
2160 IF J<6 THEN 2320
2170 IF B(5,6)>0 THEN 2260
2180 IF B0<1-W1 THEN 2260
2190 IF A0<U1*(1-B0)/W1 THEN 2260
2200 IF A0>1-(1-U1)*(1-B0)/W1 THEN 2260
2210 LET N1=Q0*(3*A0*W1-U1*(1-B0))*(1-B0)^2/(W1^2)
2220 LET N0=Q0*(3*(1-U1)-(1-A0)*(V1+W1))*(1-A0)^2
2230 LET N1=N0/((1-U1)^2)+N1
2240 LET J=6
2250 IF J<7 THEN 2310
2260 IF B0<1-W1 THEN 2380
2270 IF A0<(1-U1)*(1-B0)/W1 THEN 2380
2280 LET N1=Q0*(3*B0*(1-U1)-V1*(1-A0))*(1-A0)^2/((1-U1)^2)
2290 LET N1=Q0*(3*W1+B0-1)*(1-B0)^2/(W1^2)+N1
2300 LET J=7
2310 LET N1=L0*((1+Q0)*(3-V1-W1)-N1)/(6*N2)
2320 LET B1=N1*Q1*L1^3
2330 IF B(2,J)>=B1 THEN 2390
2340 LET B(2,J)=B1
2350 LET U(2,J)=U1
2360 LET V(2,J)=V1
2370 LET W(2,J)=W1
2380 IF V1+W1<1 THEN 4100
2390 IF B(3,J)>=B(2,J) THEN 4130
2400 LET B(3,J)=B(2,J)
2410 LET U(3,J)=U(2,J)
2420 LET V(3,J)=V(2,J)
2430 LET W(3,J)=W(2,J)
2440 LET B(2,J)=0
2450 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 2470
2460 IF V1<1-INT(5/L0)/20 THEN 4150

```

```

2470 IF B(4,J)>=B(3,J) THEN 4180
2480 LET B(4,J)=B(3,J)
2490 LET U(4,J)=U(3,J)
2500 LET V(4,J)=V(3,J)
2510 LET W(4,J)=W(3,J)
2520 LET B(3,J)=0
2530 IF U1<0.69 THEN 4210
2540 LET J=1
2550 IF B(4,J)>0 THEN 4320
2560 IF B(3,J)>0 THEN 4230
2570 IF B(2,J)>0 THEN 4280
2580 FOR J=2 TO 6
2590 IF B(4,1)<B(4,J) THEN 2620
2600 NEXT J
2610 IF B(4,1)=B(4,7) THEN 4350
2620 FOR J=3 TO 6
2630 IF B(4,2)<B(4,J) THEN 2660
2640 NEXT J
2650 IF B(4,2)=B(4,7) THEN 4400
2660 FOR J=4 TO 6
2670 IF B(4,3)<B(4,J) THEN 2700
2680 NEXT J
2690 IF B(4,3)=B(4,7) THEN 4450
2700 IF B(4,4)<B(4,5) THEN 2730
2710 IF B(4,4)<B(4,6) THEN 2730
2720 IF B(4,4)=B(4,7) THEN 4500
2730 IF B(4,5)<B(4,6) THEN 2750
2740 IF B(4,5)=B(4,7) THEN 4550
2750 IF B(4,6)=B(4,7) THEN 4600
2760 LET B4=B(4,7)
2770 LET U0=U(4,7)
2780 LET V0=V(4,7)
2790 LET W0=W(4,7)
2800 IF A4<B4 THEN 4650
2810 LET M1=A4
2820 LET M2=K2*M1
2830 LET M3=-K3*M1
2840 LET M4=-K4*M1
2850 LET M5=-K5*M1
2860 LET M6=-K6*M1
2870 PRINT
2880 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
2890 IF A4<B4 THEN 4670
2900 PRINT:TAB(4):"X0 ="X0:TAB(28):"Y0 ="Y0
2910 PRINT:TAB(4):"Z0 ="Z0
2920 PRINT
2930 PRINT:TAB(19):"MOMENTE"
2940 PRINT:TAB(4):"M1 ="M1:TAB(28):"M2 ="M2
2950 PRINT:TAB(4):"M3 ="M3:TAB(28):"M4 ="M4
2960 PRINT:TAB(4):"M5 ="M5:TAB(28):"M6 ="M6
2970 IF A4<B4 THEN 3230
2980 IF A4=A(4,1) THEN 4700
2990 IF A4=A(4,2) THEN 4740
3000 IF A4=A(4,3) THEN 4790
3010 IF A4=A(4,4) THEN 4920
3020 IF A4=A(4,5) THEN 4990
3030 IF A4=A(4,6) THEN 5070
3040 LET Q5=Q0*(1-A0)*(2*B0*Y0-Z0*(1-A0))/(Y0^2)
3050 LET Q5=(1-Q5+Q0*(1-(1-B0)^2/(1-Z0)))*Y0*Q1*L1*L2/2
3060 LET E5=Q0*(1-A0)^2*(3*B0*Y0-2*Z0*(1-A0))/(Y0^3)
3070 LET E5=(1-E5+Q0*(1-(1-B0)^3/((1-Z0)^2)))*Y0*Q1*L1*L2/6
3080 LET Q3=(1+Q0*(1-(1-B0)^2/(1-Z0)))*X0*Q1*L1*L2/2

```

```

3090 LET E3=(1+Q0*(1-(1-B0)^3/((1-Z0)^2)))*X0*Q1*L1*L2/6
3100 IF A4=A(4,5) THEN 3150
3110 LET Q4=(1+Q0)*(2-X0-Y0)
3120 LET Q4=(Q4-Q0*(1-A0)^2/Y0)*Z0*Q1*L1*L2/2
3130 LET E4=(1+Q0)*(3-2*(X0+Y0))
3140 LET E4=(E4-Q0*(1-A0)^3/(Y0^2))*Z0*Q1*L1*L2/6
3150 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
3160 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
3170 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
3180 LET R3=Q3+F3
3190 LET R4=Q4+F4
3200 LET R5=Q5+F5
3210 LET R6=(1+Q0*A0*B0)*Q1*L1*L2-R3-R4-R5
3220 IF A4>=B4 THEN 3450
3230 IF B4=B(4,1) THEN 5120
3240 IF B4=B(4,2) THEN 5170
3250 IF B4=B(4,3) THEN 5210
3260 IF B4=B(4,4) THEN 5280
3270 IF B4=B(4,5) THEN 5360
3280 IF B4=B(4,6) THEN 5480
3290 LET Q6=Q0*(1-B0)*(2*W0+B0-1)/(W0^2)
3300 LET Q6=(1+Q0-Q6)*W0*Q1*L1*L2/2
3310 LET E6=Q0*(1-B0)^2*(3*W0-2*(1-B0))/(W0^3)
3320 LET F6=(1+Q0-E6)*W0*Q1*L1*L2/6
3330 LET Q3=((1+Q0)*(2-V0-W0)-Q0*(1-B0)^2/W0)*U0*Q1*L1*L2/2
3340 LET E3=(1+Q0)*(3-2*(V0+W0))-Q0*(1-B0)^3/(W0^2)
3350 LET E3=E3*U0*Q1*L1*L2/6
3360 LET Q4=(1+Q0*(1-(1-A0)^2/(1-U0)))*V0*Q1*L1*L2/2
3370 LET E4=(1+Q0*(1-(1-A0)^3/((1-U0)^2)))*V0*Q1*L1*L2/6
3380 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
3390 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
3400 LET F6=(M2-M6)/(W0*L2)-E6
3410 LET R3=Q3+F3
3420 LET R4=Q4+F4
3430 LET R6=Q6+F6
3440 LET R5=(1+Q0*A0*B0)*Q1*L1*L2-R3-R4-R6
3450 PRINT
3460 PRINT TAB(18) ; "REACTIUNI"
3470 PRINT TAB(4) ; "R3 =" ; R3 ; TAB(28) ; "R4 =" ; R4
3480 PRINT TAB(4) ; "R5 =" ; R5 ; TAB(28) ; "R6 =" ; R6
3490 IF I<S THEN 5530
3500 GOTO 7000
3510 LET A4=0
3520 GOTO 1750
3530 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 1330
3540 LET Y1=Y1+0.05
3550 GOTO 720
3560 LET A(2,J)=0
3570 GOTO 1410
3580 LET X1=X1+0.05
3590 LET Y1=INT(5*L0)/20
3600 GOTO 720
3610 LET A(5,J)=A(4,J)
3620 IF J>6 THEN 1480
3630 GOTO 1470
3640 LET Z1=Z1+0.05
3650 GOTO 700
3660 LET A(4,J)=A(3,J)
3670 LET X(4,J)=X(3,J)
3680 LET Y(4,J)=Y(3,J)
3690 LET Z(4,J)=Z(3,J)
3700 GOTO 3750

```

```

3710 LET A(4,J)=A(2,J)
3720 LET X(4,J)=X(2,J)
3730 LET Y(4,J)=Y(2,J)
3740 LET Z(4,J)=Z(2,J)
3750 IF J>6 THEN 1520
3760 LET J=J+1
3770 GOTO 1490
3780 LET A4=A(4,1)
3790 LET X0=X(4,1)
3800 LET Y0=Y(4,1)
3810 LET Z0=Z(4,1)
3820 GOTO 1740
3830 LET A4=A(4,2)
3840 LET X0=X(4,2)
3850 LET Y0=Y(4,2)
3860 LET Z0=Z(4,2)
3870 GOTO 1740
3880 LET A4=A(4,3)
3890 LET X0=X(4,3)
3900 LET Y0=Y(4,3)
3910 LET Z0=Z(4,3)
3920 GOTO 1740
3930 LET A4=A(4,4)
3940 LET X0=X(4,4)
3950 LET Y0=Y(4,4)
3960 LET Z0=Z(4,4)
3970 GOTO 1740
3980 LET A4=A(4,5)
3990 LET X0=X(4,5)
4000 LET Y0=Y(4,5)
4010 LET Z0=Z(4,5)
4020 GOTO 1740
4030 LET A4=A(4,6)
4040 LET X0=X(4,6)
4050 LET Y0=Y(4,6)
4060 LET Z0=Z(4,6)
4070 GOTO 1740
4080 LET B4=0
4090 GOTO 2810
4100 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 2390
4110 LET W1=W1+0.05
4120 GOTO 1780
4130 LET B(2,J)=0
4140 GOTO 2470
4150 LET V1=V1+0.05
4160 LET W1=INT(5/L0)/20
4170 GOTO 1780
4180 LET B(5,J)=B(4,J)
4190 IF J>6 THEN 2540
4200 GOTO 2530
4210 LET U1=U1+0.05
4220 GOTO 1760
4230 LET B(4,J)=B(3,J)
4240 LET U(4,J)=U(3,J)
4250 LET V(4,J)=V(3,J)
4260 LET W(4,J)=W(3,J)
4270 GOTO 4320
4280 LET B(4,J)=B(2,J)
4290 LET U(4,J)=U(2,J)
4300 LET V(4,J)=V(2,J)
4310 LET W(4,J)=W(2,J)
4320 IF J>6 THEN 2580

```

```

4330 LET J=J+1
4340 GOTO 2550
4350 LET B4=B(4,1)
4360 LET U0=U(4,1)
4370 LET V0=V(4,1)
4380 LET W0=W(4,1)
4390 GOTO 2800
4400 LET B4=B(4,2)
4410 LET U0=U(4,2)
4420 LET V0=V(4,2)
4430 LET W0=W(4,2)
4440 GOTO 2800
4450 LET B4=B(4,3)
4460 LET U0=U(4,3)
4470 LET V0=V(4,3)
4480 LET W0=W(4,3)
4490 GOTO 2800
4500 LET B4=B(4,4)
4510 LET U0=U(4,4)
4520 LET V0=V(4,4)
4530 LET W0=W(4,4)
4540 GOTO 2800
4550 LET B4=B(4,5)
4560 LET U0=U(4,5)
4570 LET V0=V(4,5)
4580 LET W0=W(4,5)
4590 GOTO 2800
4600 LET B4=B(4,6)
4610 LET U0=U(4,6)
4620 LET V0=V(4,6)
4630 LET W0=W(4,6)
4640 GOTO 2800
4650 LET M1=B4
4660 GOTO 2820
4670 PRINT TAB(4); "U0 ="; U0; TAB(28); "V0 ="; V0
4680 PRINT TAB(4); "W0 ="; W0
4690 GOTO 2920
4700 LET Q3=(1+Q0*A0*(2*B0*X0-A0*Z0)/(X0^2))*X0*Q1*L1*L2/2
4710 LET E3=1+Q0*A0^2*(3*B0*X0-2*A0*Z0)/(X0^3)
4720 LET E3=E3*X0*Q1*L1*L2/6
4730 GOTO 4960
4740 LET Q4=Q0*B0*(2*A0*Z0-B0*X0)/(Z0^2)
4750 LET Q4=(Q4+2-X0-Y0)*Z0*Q1*L1*L2/2
4760 LET E4=Q0*B0^2*(3*A0*Z0-2*B0*X0)/(Z0^3)
4770 LET E4=(E4+3-2*(X0+Y0))*Z0*Q1*L1*L2/6
4780 GOTO 4880
4790 LET Q5=Q0*(1-A0)*(2*B0*Y0-Z0*(1-A0))/(Y0^2)
4800 LET Q5=(1+Q0*B0^2/Z0-Q5)*Y0*Q1*L1*L2/2
4810 LET E5=Q0*(1-A0)^2*(3*B0*Y0-2*Z0*(1-A0))/(Y0^3)
4820 LET E5=(1+Q0*B0^3/(Z0^2)-E5)*Y0*Q1*L1*L2/6
4830 LET Q4=Q0*B0*(2*Z0-B0*(X0+Y0))/(Z0^2)
4840 LET Q4=(Q4+2-X0-Y0-Q0*(1-A0)^2/Y0)*Z0*Q1*L1*L2/2
4850 LET E4=Q0*B0^2*(3*Z0-2*B0*(X0+Y0))/(Z0^3)
4860 LET E4=(E4+3-2*(X0+Y0)-Q0*(1-A0)^3/(Y0^2))
4870 LET E4=E4*Z0*Q1*L1*L2/6
4880 LET Q3=(1+Q0*B0^2/Z0)*X0*Q1*L1*L2/2
4890 LET E3=(1+Q0*B0^3/(Z0^2))*X0*Q1*L1*L2/6
4900 IF A4=A(4,2) THEN 5010
4910 GOTO 3150
4920 LET Q3=1+Q0*A0*(2*X0-A0)/(X0^2)
4930 LET Q3=(Q3-Q0*(1-B0)^2/(1-Z0))*X0*Q1*L1*L2/2
4940 LET E3=1+Q0*A0^2*(3*X0-2*A0)/(X0^3)
4950 LET E3=(E3-Q0*(1-B0)^3/((1-Z0)^2))*X0*Q1*L1*L2/6
4960 LET Q4=(2-X0-Y0+Q0*A0^2/X0)*Z0*Q1*L1*L2/2

```

```

4970 LET E4=(3-2*(X0+Y0)+Q0*A0^3/(X0^2))*Z0*Q1*L1*L2/6
4980 GOTO 5010
4990 LET Q4=(2-X0-Y0+Q0*(2*A0-X0))*Z0*Q1*L1*L2/2
5000 LET E4=(3-2*(X0+Y0)+Q0*(3*A0-2*X0))*Z0*Q1*L1*L2/6
5010 LET Q5=Y0*Q1*L1*L2/2
5020 LET E5=Q5/3
5030 IF A4=A(4,1) THEN 3150
5040 IF A4=A(4,2) THEN 3150
5050 IF A4=A(4,4) THEN 3150
5060 GOTO 3080
5070 LET Q5=Q0*(1-A0)*(2*Y0+A0-1)/(Y0^2)
5080 LET Q5=(1+Q0-Q5)*Y0*Q1*L1*L2/2
5090 LET E5=Q0*(3*Y0-2*(1-A0))*(1-A0)^2/(Y0^3)
5100 LET E5=(1+Q0-E5)*Y0*Q1*L1*L2/6
5110 GOTO 3080
5120 LET Q3=Q0*A0*(2*B0*U0-A0*V0)/(U0^2)
5130 LET Q3=(Q3+2-V0-W0)*U0*Q1*L1*L2/2
5140 LET E3=Q0*A0^2*(3*B0*U0-2*A0*V0)/(U0^3)
5150 LET E3=(E3+3-2*(V0+W0))*U0*Q1*L1*L2/6
5160 GOTO 5300
5170 LET Q4=(1+Q0*B0*(2*A0*V0-B0*U0)/(V0^2))*V0*Q1*L1*L2/2
5180 LET E4=1+Q0*B0^2*(3*A0*V0-2*B0*U0)/(V0^3)
5190 LET E4=E4*V0*Q1*L1*L2/6
5200 GOTO 5250
5210 LET Q4=1+Q0*B0*(2*V0-B0)/(V0^2)
5220 LET Q4=(Q4-Q0*(1-A0)^2/(1-U0))*V0*Q1*L1*L2/2
5230 LET E4=1+Q0*B0^2*(3*V0-2*B0)/(V0^3)
5240 LET E4=(E4-Q0*(1-A0)^3/((1-U0)^2))*V0*Q1*L1*L2/6
5250 LET Q3=(2-V0-W0+Q0*B0^2/V0)*U0*Q1*L1*L2/2
5260 LET E3=(3-2*(V0+W0)+Q0*B0^3/(V0^2))*U0*Q1*L1*L2/6
5270 GOTO 5300
5280 LET Q3=(2-V0-W0+Q0*(2*B0-V0))*U0*Q1*L1*L2/2
5290 LET E3=(3-2*(V0+W0)+Q0*(3*B0-2*V0))*U0*Q1*L1*L2/6
5300 LET Q6=W0*Q1*L1*L2/2
5310 LET E6=Q6/3
5320 IF B4=B(4,1) THEN 5450
5330 IF B4=B(4,2) THEN 3380
5340 IF B4=B(4,3) THEN 3380
5350 GOTO 3360
5360 LET Q3=Q0*A0*(2*U0-A0*(V0+W0))/(U0^2)
5370 LET Q3=(Q3+2-V0-W0-Q0*(1-B0)^2/W0)*U0*Q1*L1*L2/2
5380 LET E3=Q0*A0^2*(3*U0-2*A0*(V0+W0))/(U0^3)
5390 LET E3=E3+3-2*(V0+W0)-Q0*(1-B0)^3/(W0^2)
5400 LET E3=E3*U0*Q1*L1*L2/6
5410 LET Q6=Q0*(1-B0)*(2*A0*W0-U0*(1-B0))/(W0^2)
5420 LET Q6=(1-Q6+Q0*A0^2/U0)*W0*Q1*L1*L2/2
5430 LET E6=Q0*(1-B0)^2*(3*A0*W0-2*U0*(1-B0))/(W0^3)
5440 LET E6=(1-E6+Q0*A0^3/(U0^2))*W0*Q1*L1*L2/6
5450 LET Q4=(1+Q0*A0^2/U0)*V0*Q1*L1*L2/2
5460 LET E4=(1+Q0*A0^3/(U0^2))*V0*Q1*L1*L2/6
5470 GOTO 3380
5480 LET Q6=Q0*(1-B0)*(2*A0*W0-U0*(1-B0))/(W0^2)
5490 LET Q6=(1-Q6+Q0*(1-(1-A0)^2/(1-U0))*W0*Q1*L1*L2/2
5500 LET E6=Q0*(1-B0)^2*(3*A0*W0-2*U0*(1-B0))/(W0^3)
5510 LET E6=(1-E6+Q0*(1-(1-A0)^3/((1-U0)^2))*W0*Q1*L1*L2/6
5520 GOTO 3330
5530 LET I=I+1
5540 GOTO 480
6000 DATA 6
6010 DATA 6,4,2,2,10,20,2,0,0,0,0
6020 DATA 6,4,2,4,10,20,2,0,0,0,0
6030 DATA 6,4,4,2,10,20,2,0,0,0,0
6040 DATA 4,6,1,3,10,20,0,5,1,0,5,1,0,5
6050 DATA 4,6,2,3,10,20,0,5,1,5,1,1,5,1
6060 DATA 4,6,4,3,10,20,0,5,1,0,5,1,0,5
7000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE  
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE  
DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA SI DE  
O INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE O ZONA  
DREPTUNGHILARA A SUPRAFETEI LOR

UNITATI DE MASURA; M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 6.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 6.00000	L2 = 4.00000
L3 = 2.00000	L4 = 2.00000
Q1 = 10.00000	Q2 = 20.00000
K2 = 2.00000	K3 = .000000
K4 = .000000	K5 = .000000
K6 = .000000	

PARAMETRI

U0 = .700000	V0 = .500000
W0 = .500000	

MOMENTE

M1 = 40.7745	M2 = 81.5490
M3 = -.000000	M4 = -.000000
M5 = -.000000	M6 = -.000000

REACTIUNI

R3 = 121.708	R4 = 114.684
R5 = 2.83250	R6 = 80.7745

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 6.00000	L2 = 4.00000
L3 = 2.00000	L4 = 4.00000
Q1 = 10.00000	Q2 = 20.00000
K2 = 2.00000	K3 = .000000
K4 = .000000	K5 = .000000
K6 = .000000	

PARAMETRI

X0 = .250000	Y0 = .450000
Z0 = .500000	

MOMENTE

M1 = 50.0489	M2 = 100.098
M3 = -.000000	M4 = -.000000
M5 = -.000000	M6 = -.000000

REACTIUNI

R3 = 93.3658	R4 = 126.850
R5 = 54.5366	R6 = 126.047

ANEXA 20.2 (continuare)

PLACA 3.00000

		DATE		
L1 = 6.00000			L2 = 4.00000	
L3 = 4.00000			L4 = 2.00000	
Q1 = 10.0000			Q2 = 20.0000	
K2 = 2.00000			K3 = .000000	
K4 = .000000			K5 = .000000	
K6 = .000000				

		PARAMETRI		
X0 = .250000			Y0 = .450000	
Z0 = .350000				

		MOMENTE		
M1 = 54.3313			M2 = 108.663	
M3 = -.000000			M4 = -.000000	
M5 = -.000000			M6 = -.000000	

		REACTIUNI		
R3 = 79.0611			R4 = 158.597	
R5 = 57.3632			R6 = 104.979	

PLACA 4.00000

		DATE		
L1 = 4.00000			L2 = 6.00000	
L3 = 1.00000			L4 = 3.00000	
Q1 = 10.0000			Q2 = 20.0000	
K2 = .500000			K3 = 1.00000	
K4 = .500000			K5 = 1.00000	
K6 = .500000				

		PARAMETRI		
U0 = .450000			V0 = .350000	
W0 = .400000				

		MOMENTE		
M1 = 35.8751			M2 = 17.9376	
M3 = -35.8751			M4 = -17.9376	
M5 = -35.8751			M6 = -17.9376	

		REACTIUNI		
R3 = 116.350			R4 = 54.5894	
R5 = 82.1130			R6 = 46.9480	

PLACA 5.00000

		DATE		
L1 = 4.00000			L2 = 6.00000	
L3 = 2.00000			L4 = 3.00000	
Q1 = 10.0000			Q2 = 20.0000	
K2 = .500000			K3 = 1.50000	
K4 = 1.00000			K5 = 1.50000	
K6 = 1.00000				

		PARAMETRI		
U0 = .400000			V0 = .300000	
W0 = .500000				



MOMENTE	
M1 = 36.1482	M2 = 18.0741
M3 = -54.2223	M4 = -36.1482
M5 = -54.2223	M6 = -36.1482

REACTIUNI	
R3 = 130.082	R4 = 80.4563
R5 = 91.3880	R6 = 58.0741

PLACA 6.00000

DATE	
L1 = 4.00000	L2 = 6.00000
L3 = 4.00000	L4 = 3.00000
Q1 = 10.00000	Q2 = 20.00000
K2 = .500000	K3 = 1.00000
K4 = .500000	K5 = 1.00000
K6 = .500000	

PARAMETRI	
U0 = .500000	V0 = .350000
W0 = .500000	

MOMENTE	
M1 = 63.3559	M2 = 31.6780
M3 = -63.3559	M4 = -31.6780
M5 = -63.3559	M6 = -31.6780

REACTIUNI	
R3 = 152.356	R4 = 114.169
R5 = 152.356	R6 = 61.1187

## 21. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TREI LATURI ȘI LIBERE PE A PATRA LATURĂ, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

### 21.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată pe cele două laturi de lungime  $l_2$  și pe una dintre laturile de lungime  $l_1$ , cealaltă latură de lungime  $l_1$  fiind liberă. Reazemele de pe direcția deschiderii  $l_1$  sînt notate cu 3 și 5, iar reazemul de pe direcția deschiderii  $l_2$  este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția deschiderii  $l_1$ , ea variind liniar pe direcția deschiderii  $l_2$ , astfel încît intensitatea cea mai mare a încărcării,  $q_1$ , este în dreptul laturii rezemate notate cu 4, iar intensitatea cea mai mică a încărcării,  $q_2$ , este în dreptul laturii libere. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 21.1.

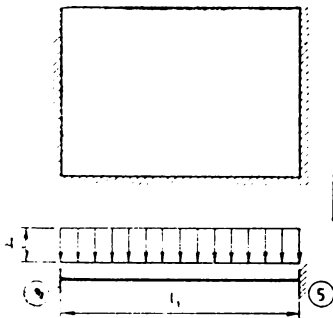


Fig. 21.1

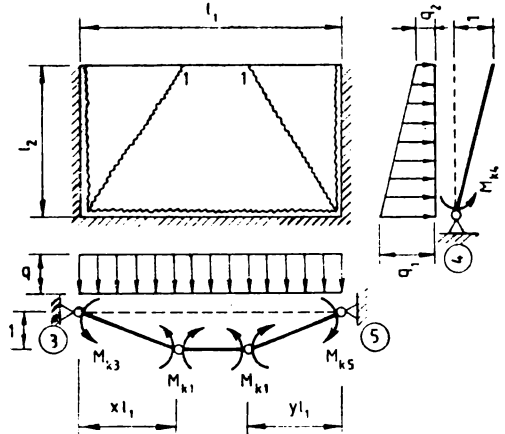


Fig. 21.2

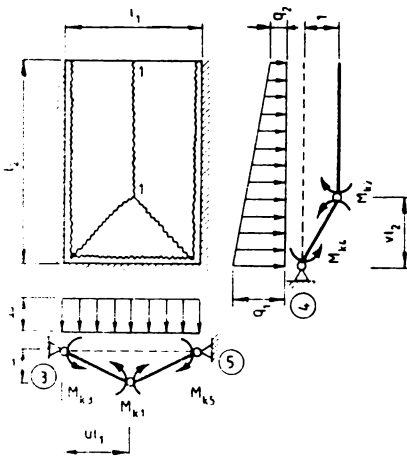


Fig. 21.3

Plăcile de acest tip prezintă două scheme distincte de cedare, notate cu I și II, ale căror configurații sînt trasate în figurile 21.2 și 21.3.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_5$  care acționează pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor 3, 4 și 5 ale plăcilor, precum și pentru forțele nodale  $F_3$ ,  $F_4$  și  $F_5$  care apar la legăturile dintre porțiunile de placă, ele corespunzînd încărcărilor  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_5$ .

a) *Schema de cedare I* (fig. 21.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{x} + \frac{1 + k_5}{y} + \frac{k_2(x + y) + k_4}{l_0}; \quad (21.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24} [4(1 + 2q_0) - (1 + 3q_0)(x + y)]. \quad (21.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0 x (1 + 2q_0)}{6} q_1 l_1^2; \quad (21.3)$$

$$Q_4 = \frac{l_0}{6} [3(1 + q_0) - (1 + 2q_0)(x + y)] q_1 l_1^2; \quad (21.4)$$

$$Q_5 = \frac{l_0 y (1 + 2q_0)}{6} q_1 l_1^2. \quad (21.5)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{l_0 x(1 + 3q_0)}{24} q_1 l_1^2 ; \quad (21.6)$$

$$F_4 = \frac{(x + y)M_{k2} + M_{k4}}{l_0 l_1} - \frac{l_0}{12} [2(1 + 2q_0) - (1 + 3q_0)(x + y)] q_1 l_1^2 ; \quad (21.7)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{yl_1} - \frac{l_0 y(1 + 3q_0)}{24} q_1 l_1^2. \quad (21.8)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 21.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{u} + \frac{1 + k_5}{1 - u} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 v} ; \quad (21.9)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24} [6(1 + q_0) - 4v + v^2(1 - q_0)]. \quad (21.10)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0 u}{6} [3(1 + q_0 - v) + v^2(1 - q_0)] q_1 l_1^2 ; \quad (21.11)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v}{6} [3 - v(1 - q_0)] q_1 l_1^2 ; \quad (21.12)$$

$$Q_5 = \frac{l_0(1 - u)}{6} [3(1 + q_0 - v) + v^2(1 - q_0)] q_1 l_1^2. \quad (21.13)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{24} [6(1 + q_0) - 8v + 3v^2(1 - q_0)] q_1 l_1^2 ; \quad (21.14)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{l_0 v l_1} - \frac{l_0 v}{12} [2 - v(1 - q_0)] q_1 l_1^2 ; \quad (21.15)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1 - u)l_1} - \frac{l_0(1 - u)}{24} [6(1 + q_0) - 8v + 3v^2(1 - q_0)] q_1 l_1^2. \quad (21.16)$$

## 21.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al doilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I* (fig. 21.2). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât 1, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 < 1, ; \quad (21.17)$$

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_2}{2}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt date de relațiile :

$$x_{min} = y_{min} = \frac{1}{20} \text{int}(10l_0) ; \quad (21.18)$$

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mari decât  $2l_2$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt date de relațiile :

$$x_{max} = y_{max} = \frac{1}{20} \text{int}(40l_0) ; \quad (21.19)$$

— suma lungimilor  $xl_1$  și  $yl_1$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci parametrii  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24) ;

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $y$  este mai mic decât 0,5 ;

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $x$  este mai mic decât 0,5. În acest caz, ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I în cadrul algoritmului de calcul este  $y, x$  ;

— pentru  $k_3 = k_5$ , parametrii  $x$  și  $y$  sînt egali între ei, deci  $x = y$ , și nu pot depăși valoarea 0,5.

b) *Schema de cedare II* (fig. 21.3). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât  $\frac{1}{4}$ , deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 > 0,25 ; \quad (21.20)$$

— lungimea  $vl_2$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_1}{4}$  și deci valoarea minimă a parametrului  $v$  este dată de relația

$$v_{min} = \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{5}{l_0} \right) ; \quad (21.21)$$

— lungimea  $vl_2$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci valoarea maximă a parametrului  $v$  este dată de relația

$$v_{max} = \frac{1}{20} \text{int} \left( \frac{20}{l_0} \right) ; \quad (21.22)$$

— lungimea  $ul_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,3l_1$  și nici mai mare decât  $0,7l_1$  și deci parametrul  $u$  trebuie să satisfacă inegalitățile (18.30) ;

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $u$  este mai mic decât 0,5 ;

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $u$  este mai mare decât 0,5 ;

— pentru  $k_3 = k_5$ , parametrul  $u$  este egal cu 0,5.

### 21.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 21.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea programului de calcul EP-42-04 listat în anexa 21.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1810 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1811 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4$  și  $k_5$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează valorile  $x_0$  și  $y_0$  ale parametrilor  $x$  și  $y$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau valorile  $u_0$  și  $v_0$  ale parametrilor  $u$  și  $v$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}$ ,  $M_{k_4}$  și  $M_{k_5}$  de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor  $R_3, R_4$  și  $R_5$  de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Tabelul 21.1

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	8	8	4
$l_2$	2	2	2
$q_1$	10	10	10
$q_2$	10	0	0
$k_2$	0,5	0,5	0,5
$k_3$	1	1	1
$k_4$	1	1	1
$k_5$	1	1	1

*Pentru exemplificare,* programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 21.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 2000, 2010, 2020, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 21.1.

În anexa 21.2, sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-04

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHIALARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA, *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA *
80 REM * DISTRIBUITA LINIAR *
90 REM *
100 REM *****
110 REM *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPARILE ALE PLACILOR SI *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN *M PENTRU MOMENTE *
210 REM *
220 REM *****
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
250 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *****

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
290 PRINT "DREPTUNGHIALARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
300 PRINT "PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,"
310 PRINT "SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA"
320 PRINT "DISTRIBUITA LINIAR"
330 PRINT
340 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
350 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
360 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
370 PRINT
380 PRINT
390 READ S
400 PRINT:TAB(5):"NUMARUL PLACILOR ESTE S ="IS
410 LET I=1
420 PRINT
430 PRINT
440 PRINT :TAB(15):"PLACA "I
450 PRINT
460 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4,K5
470 PRINT:TAB(20):"DATE"
480 PRINT:TAB(4):"L1 ="L1:TAB(28):"L2 ="L2
490 PRINT:TAB(4):"Q1 ="Q1:TAB(28):"Q2 ="Q2
500 PRINT:TAB(4):"K2 ="K2:TAB(28):"K3 ="K3
510 PRINT:TAB(4):"K4 ="K4:TAB(28):"K5 ="K5
520 LET L0=L2/L1
530 LET Q0=Q2/Q1
540 IF L0>=1 THEN 800
550 LET J=1
560 LET A2=0
570 LET A3=0
580 LET Y1=INT(10*L0)/20
590 LET X1=Y1
600 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+(K2*(X1+Y1)+K4)/L0

```

```

610 LET N1=L0*(4*(1+2*Q0)-(1+3*Q0)*(X1+Y1))
620 LET N1=N1/(24*N2)
630 LET A1=N1*Q1*L1^3
640 IF A2>=A1 THEN 720
650 LET A2=A1
660 LET X2=X1
670 LET Y2=Y1
680 IF X1+Y1>0.99 THEN 720
690 IF K3<K5 THEN 1500
700 IF K3>K5 THEN 1530
710 IF Y1<0.49 THEN 1620
720 IF A3>=A2 THEN 790
730 LET A3=A2
740 LET X3=X2
750 LET Y3=Y2
760 LET A2=0
770 IF K3<K5 THEN 1560
780 IF K3>K5 THEN 1610
790 IF L0<=0.25 THEN 1040
800 LET J=2
810 LET B2=0
820 LET B3=0
830 LET U1=0.5
840 LET V1=INT(5/L0)/20
850 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+(K2+K4)/(V1*L0)
860 LET N1=L0*(6*(1+Q0)-4*V1+(1-Q0)*V1^2)
870 LET N1=N1/(24*N2)
880 LET B1=N1*Q1*L1^3
890 IF B2>=B1 THEN 950
900 LET B2=B1
910 LET U2=U1
920 LET V2=V1
930 IF V1>0.99 THEN 950
940 IF V1<INT(20/L0)/20 THEN 1650
950 IF B3>=B2 THEN 1020
960 LET B3=B2
970 LET U3=U2
980 LET V3=V2
990 LET B2=0
1000 IF K3<K5 THEN 1670
1010 IF K3>K5 THEN 1700
1020 IF L0>=1 THEN 1730
1030 IF A3<B3 THEN 1730
1040 LET J=1
1050 LET M1=A3
1060 LET X0=X3
1070 LET Y0=Y3
1080 LET M2=K2*M1
1090 LET M3=-K3*M1
1100 LET M4=-K4*M1
1110 LET M5=-K5*M1
1120 PRINT
1130 PRINT: TAB(18): "PARAMETRI"
1140 IF J=2 THEN 1780
1150 PRINT: TAB(4): "X0 =" : X0 : TAB(28): "Y0 =" : Y0
1160 PRINT
1170 PRINT: TAB(19): "MOMENTE"
1180 PRINT: TAB(4): "M1 =" : M1 : TAB(28): "M2 =" : M2
1190 PRINT: TAB(4): "M3 =" : M3 : TAB(28): "M4 =" : M4
1200 PRINT: TAB(4): "M5 =" : M5
1210 IF J=2 THEN 1320
1220 LET Q3=(1+2*Q0)*L0*X0*Q1*L1^2/6
1230 LET E3=(1+3*Q0)*L0*X0*Q1*L1^2/6
1240 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3

```

```

1250 LET Q4=(3*(1+Q0)-(X0+Y0)*(1+2*Q0))*L0*Q1*L1^2/6
1260 LET E4=(2*(1+2*Q0)-(X0+Y0)*(1+3*Q0))*L0*Q1*L1^2/12
1270 LET F4=(M2*(X0+Y0)-M4)/L2-E4
1280 LET Q5=(1+2*Q0)*L0*Y0*Q1*L1^2/6
1290 LET E5=(1+3*Q0)*L0*Y0*Q1*L1^2/24
1300 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
1310 IF J=1 THEN 1410
1320 LET Q3=(3*(1+Q0-V0)+(1-Q0)*V0^2)*L0*U0*Q1*L1^2/6
1330 LET E3=(6*(1+Q0)-R*V0+3*(1-Q0)*V0^2)*L0*U0*Q1*L1^2/24
1340 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
1350 LET Q4=(3-V0*(1-Q0))*L0*V0*Q1*L1^2/6
1360 LET F4=(2-V0*(1-Q0))*L0*V0*Q1*L1^2/12
1370 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
1380 LET Q5=(1-U0)*Q3/U0
1390 LET E5=(1-U0)*E3/U0
1400 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
1410 LET R3=Q3+F3
1420 LET R4=Q4+F4
1430 LET R5=Q5+F5
1440 PRINT
1450 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1460 PRINT;TAB(4);"R3 =" ;R3;TAB(28);"R4 =" ;R4
1470 PRINT;TAB(4);"R5 =" ;R5
1480 IF I<S THEN 1800
1490 GOTO 3000
1500 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 720
1510 LET Y1=Y1+0.05
1520 GOTO 600
1530 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 720
1540 LET X1=X1+0.05
1550 GOTO 600
1560 IF X1>0.49 THEN 790
1570 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1580 LET X1=X1+0.05
1590 LET Y1=X1
1600 GOTO 600
1610 IF Y1>0.49 THEN 790
1620 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1630 LET Y1=Y1+0.05
1640 GOTO 590
1650 LET V1=V1+0.05
1660 GOTO 850
1670 IF U1<0.31 THEN 1020
1680 LET U1=U1-0.05
1690 GOTO 840
1700 IF U1>0.69 THEN 1020
1710 LET U1=U1+0.05
1720 GOTO 840
1730 LET J=2
1740 LET M1=R3
1750 LET U0=U3
1760 LET V0=V3
1770 GOTO 1080
1780 PRINT;TAB(4);"U0 =" ;U0;TAB(28);"V0 =" ;V0
1790 GOTO 1160
1800 LET I=I+1
1810 GOTO 420
2000 DATA 3
2010 DATA 8,2,10,10,0,0,5,1,1,1
2020 DATA 8,2,10,0,0,0,5,1,1,1
2030 DATA 4,2,10,0,0,0,5,1,1,1
3000 END

```



CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
DREPTUNGIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE  
PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA.  
SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA  
DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 0.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = 10.0000
K2 = ,500000	K3 = 1.00000
K4 = 1.00000	K5 = 1.00000

PARAMETRI

X0 = ,450000	Y0 = ,450000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 30.4992	M2 = 15.2496
M3 = -30.4992	M4 = -30.4992
M5 = -30.4992	

REACTIUNI

R3 = 40.9440	R4 = 78.1119
R5 = 40.9440	

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 0.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = ,000000
K2 = ,500000	K3 = 1.00000
K4 = 1.00000	K5 = 1.00000

PARAMETRI

X0 = ,500000	Y0 = ,500000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 11.4286	M2 = 5,71430
M3 = -11.4286	M4 = -11.4286
M5 = -11.4286	

REACTIUNI

R3 = 15.7143	R4 = 48.5715
R5 = 15.7143	

## PLACA 3.00000

DATE	
L1 = 4.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = .000000
K2 = .500000	K3 = 1.00000
K4 = 1.00000	K5 = 1.00000
PARAMETRI	
U0 = .500000	V0 = .550000
MOMENTE	
M1 = 4.06553	M2 = 2.03277
M3 = -4.06553	M4 = -4.06553
M5 = -4.06553	
REAȚIUNI	
R3 = 10.9031	R4 = 18.1939
R5 = 10.9030	

## 22. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TREI LATURI ȘI LIBERE PE A PATRA LATURĂ, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ PARĂLELĂ CU LATURA LIBERĂ, DISTRIBUITE UNIFORM

### 22.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată pe cele două laturi de lungime  $l_2$  și pe una dintre laturile de lungime  $l_1$ , cealaltă latură de lungime  $l_1$  fiind liberă. Reazemele de pe direcția deschiderii  $l_1$  sînt notate cu 3 și 5, iar reazemul de pe direcția deschiderii  $l_2$  este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea  $q_1$  (kN/m<sup>2</sup>) și de o încărcare liniară distribuită uniform pe o linie de lungime  $l_1$ , paralelă cu latura liberă, avînd intensitatea  $q_2$  (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 22.1.

Plăcile de acest tip prezintă două scheme distincte de cedare, notate cu I și II, ale căror configurații sînt cele trasate în figurile 21.2, și 21.3. Cea de a doua schemă de cedare prezintă două variante, în funcție de poziția încărcării liniare față de liniile de curgere ale acestei scheme, notate cu III și II2. Varianta III este caracterizată prin inegalitatea  $l_3 \leq vl_2$  (fig. 22.3), iar varianta II2 este caracterizată prin inegalitatea  $l_3 > vl_2$  (fig. 22.4).

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_5$  care acționează pe porțiunile de placă delimitate de

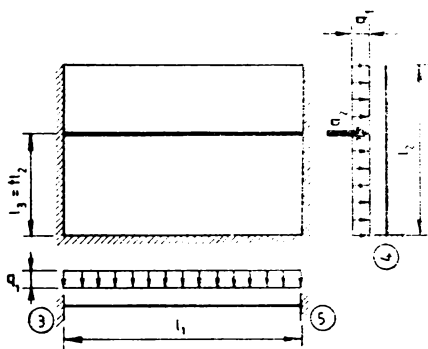


Fig. 22.1

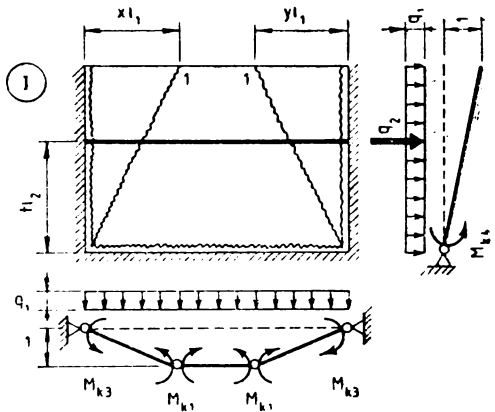


Fig. 22.2

liniile de curgere aferente reazemelor 3, 4 și 5, și pentru forțele nodale  $F_3$ ,  $F_4$  și  $F_5$  care apar la legăturile dintre aceste porțiuni, corespunzătoare încărcărilor  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_5$ .

a) Schema de cedare I (fig. 22.2)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (21.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \{3 - x - y + 3q_0'l_0[2 - l_0(x + y)]\}. \quad (22.1)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0x \left( \frac{1}{2} + q_0'l_0 \right) q_1 l_1^2; \quad (22.2)$$

$$Q_4 = l_0 \left\{ \frac{2 - x - y}{2} + q_0[1 - l_0(x + y)] \right\} q_1 l_1^2; \quad (22.3)$$

$$Q_5 = l_0y \left( \frac{1}{2} + q_0'l_0 \right) q_1 l_1^2. \quad (22.4)$$

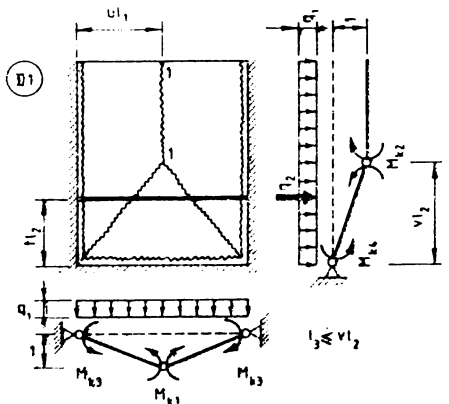


Fig. 22.3

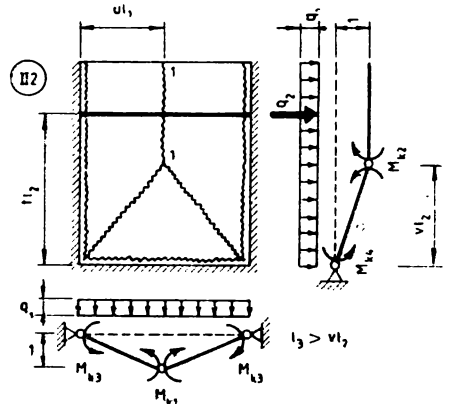


Fig. 22.4

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{l_0 x}{6} (1 + 3q_0 l_0^2) q_1 l_1^2 ; \quad (22.5)$$

$$F_4 = \frac{(x+y)M_{k2} + M_{k3}}{l_2} - l_0 \left\{ \frac{3-2(x+y)}{6} + q_0 l_0 [1 - l_0(x+y)] \right\} q_1 l_1^2 ; \quad (22.6)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{yl_1} - \frac{l_0 y}{6} (1 + 3q_0 l_0^2) q_1 l_1^2. \quad (22.7)$$

b) *Varianta III a schemei de cedare II* (fig. 22.3)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (21.9).

$$\lambda_Q = l_0 \left[ \frac{3-v}{6} + \frac{q_0 l_0 (2v-l_0)}{2v^2} \right]. \quad (22.8)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[ \frac{2-v}{2} + \frac{q_0 l_0}{v} \right] q_1 l_1^2 ; \quad (22.9)$$

$$Q_4 = l_0 \left[ \frac{v}{2} + \frac{q_0 (v-l_0)}{v} \right] q_1 l_1^2 ; \quad (22.10)$$

$$Q_5 = l_0 (1-u) \left[ \frac{2-v}{2} + \frac{q_0 l_0}{v} \right] q_1 l_1^2. \quad (22.11)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{2} \left[ \frac{3-2v}{3} + \frac{q_0 l_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2 ; \quad (22.12)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - l_0 \left[ \frac{v}{6} + \frac{q_0 l_0 (v-l_0)}{v^2} \right] q_1 l_1^2 ; \quad (22.13)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1-u)l_1} - \frac{l_0 (1-u)}{2} \left[ \frac{3-2v}{3} + \frac{q_0 l_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2. \quad (22.14)$$

c) *Varianta II2 a schemei de cedare II* (fig. 22.4)

— factori :

Factorul  $\lambda_M$  este cel dat de relația (21.9).

$$\lambda_Q = l_0 \left[ \frac{3-v}{6} + \frac{q_0}{2} \right]. \quad (22.15)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[ \frac{2-v}{2} + q_0 \right] q_1 l_1^2 ; \quad (22.16)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v}{2} q_1 l_1^2 ; \quad (22.17)$$

$$Q_5 = \frac{l_0 (1-u)}{2} [2(1+q_0) - v] q_1 l_1^2. \quad (22.18)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{6} [3(1 + q_0) - 2v] q_1 l_1^2 ; \quad (22.19)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{l_0 v}{6} q_1 l_1^2 ; \quad (22.20)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1-u)l_1} - \frac{l_0(1-u)}{6} [3(1 + q_0) - 2v] q_1 l_1^2. \quad (22.21)$$

## 22.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru serierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al doilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :

a) *Schema de cedare I* (fig. 22.2). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât 1, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (21.17) ;

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mici decât  $\frac{l_2}{2}$  și deci valorile minime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt cele date de relațiile (21.18) ;

— lungimile  $xl_1$  și  $yl_1$  nu pot fi mai mari decât  $2l_2$  și deci valorile maxime ale parametrilor  $x$  și  $y$  sînt cele date de relațiile (21.19) ;

— suma lungimilor  $xl_1$  și  $yl_1$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci parametrul  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24) ;

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $y$  este mai mic decât parametrul  $x$  ;

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $x$  este mai mic decât parametrul  $y$  ; în acest caz, ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I în cadrul algoritmului de calcul este  $y, x$  ;

— pentru  $k_3 = k_5$ , parametrii  $x$  și  $y$  sînt egali între ei, deci  $x = y$ , și nu pot depăși valoarea 0,5.

b) *Schema de cedare II* (fig. 22.3 și 22.4). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât  $\frac{1}{4}$ , deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (21.20) ;

— lungimea  $vl_2$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_1}{4}$  și deci valoarea minimă a parametrului  $v$  este cea dată de relația (21.21) ;

— lungimea  $vl_2$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci valoarea maximă a parametrului  $v$  este cea dată de relația (21.22) ;

— lungimea  $ul_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,3l_1$  și nici mai mare decât  $0,7l_1$  și deci parametrul  $u$  trebuie să satisfacă inegalitățile 18.30 ;

— pentru  $k_3 < k_5$ , parametrul  $u$  este mai mic decât 0,5 ;

— pentru  $k_3 > k_5$ , parametrul  $u$  este mai mare decât 0,5 ;

— pentru  $k_3 = k_5$ , parametrul  $u$  este egal cu 0,5 ;

— varianta III a schemei de cedare II (fig. 22.3) poate fi reală numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 \leq v ; \quad (22.22)$$

— varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 22.4) poate fi reală numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 > v. \quad (22.23)$$

### 22.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 22.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-42-05* listat în anexa 22.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2280 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2281 și 3999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine:  $q_1, q_2, l_1, l_2, l_3, k_2, k_3, k_4$  și  $k_5$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează:

— valorile  $x_0$  și  $y_0$  ale parametrilor  $x$  și  $y$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau valorile  $u_0$  și  $v_0$  ale parametrilor  $u$  și  $v$  (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II);

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din câmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}, M_{k_4}$  și  $M_{k_5}$  de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii;

— valorile reacțiilor  $R_3, R_1$  și  $R_5$  de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 22.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3000, 3010, 3020 și 3030, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 22.1.

În anexa 22.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

Tabelul 22.1

Date	Placa		
	1	2	3
$q_1$	10	10	10
$q_2$	15	15	15
$l_1$	8	5	4
$l_2$	2	4	6
$l_3$	2	2	3
$k_2$	0,5	0,5	0,5
$k_3$	0	1	1
$k_4$	2	1	1
$k_5$	0	1	1

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-05

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA, *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE *
80 REM * O INCARCARE LINIARA PARALELA CU LATURA LIBERA, *
90 REM * DISTRIBUITE UNIFORM *
100 REM *
110 REM *****
120 REM *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
140 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
150 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
160 REM *
170 REM *****
180 REM *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
200 REM * FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
210 REM * LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
220 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
230 REM *
240 REM *****
250 REM *
260 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
270 REM * PE MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
280 REM *
290 REM *****

300 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
310 PRINT "DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
320 PRINT "PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,"
330 PRINT "SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI"
340 PRINT "DE O INCARCARE LINIARA PARALELA CU LATURA"
350 PRINT "LIBERA, DISTRIBUITE UNIFORM"
360 PRINT
370 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
380 PRINT "FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,"
390 PRINT "KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA"
400 PRINT "SI KN*M PENTRU MOMENTE"
410 PRINT
420 PRINT
430 DIM B(3,2),U(3,2),V(3,2)
440 READ S
450 PRINT:TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE S ="&S
460 LET I=1
470 PRINT
480 PRINT
490 PRINT:TAB(15);"PLACA "&I
500 PRINT
510 READ Q1,Q2,L1,L2,L3,K2,K3,K4,K5
520 PRINT:TAB(20);"DATE"
530 PRINT:TAB(4);"Q1 ="&Q1:TAB(28);"Q2 ="&Q2
540 PRINT:TAB(4);"L1 ="&L1:TAB(28);"L2 ="&L2
550 PRINT:TAB(4);"L3 ="&L3:TAB(28);"K2 ="&K2
560 PRINT:TAB(4);"K3 ="&K3:TAB(28);"K4 ="&K4
570 PRINT:TAB(4);"K5 ="&K5
580 LET L0=L2/L1
590 LET T0=L3/L2
600 LET Q0=Q2/(Q1*L2)

```

```

610 LET A3=0
620 IF L0>=1 THEN 870
630 LET J=1
640 LET A2=0
650 LET Y1=INT(10*L0)/20
660 LET X1=Y1
670 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+(K2*(X1+Y1)+K4)/L0
680 LET N1=L0*(3*(1+2*Q0*T0)-(X1+Y1)*(1+3*Q0*T0^2))
690 LET N1=N1/(6*N2)
700 LET A1=N1*Q1*L1^3
710 IF A2>=A1 THEN 790
720 LET A2=A1
730 LET X2=X1
740 LET Y2=Y1
750 IF X1+Y1>0.99 THEN 790
760 IF K3<K5 THEN 1770
770 IF K3>K5 THEN 1800
780 IF Y1<0.49 THEN 1890
790 IF A3>=A2 THEN 860
800 LET A3=A2
810 LET X3=X2
820 LET Y3=Y2
830 LET A2=0
840 IF K3<K5 THEN 1830
850 IF K3>K5 THEN 1880
860 IF L0<=0.25 THEN 2150
870 LET J=2
880 LET B2=0
890 LET B3=0
900 LET B(3,1)=0
910 LET B(3,2)=0
920 LET U1=0.5
930 IF L0>=1 THEN 1920
940 LET V1=INT(5/L0)/20
950 IF J<3 THEN 1950
960 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+(K2+K4)/(L0*V1)
970 IF J>2 THEN 1980
980 LET N1=L0*((3-V1)/6+Q0*T0*(2*V1-T0)/(2*V1^2))/N2
990 LET B1=N1*Q1*L1^3
1000 IF B2>=B1 THEN 1070
1010 LET B2=B1
1020 LET U2=U1
1030 LET V2=V1
1040 IF V1>0.99 THEN 1070
1050 IF J>2 THEN 2000
1060 IF V1<INT(20/L0)/20 THEN 2020
1070 IF B3>=B2 THEN 1140
1080 LET B3=B2
1090 LET U3=U2
1100 LET V3=V2
1110 LET B2=0
1120 IF K3<K5 THEN 2040
1130 IF K3>K5 THEN 2070
1140 IF J<3 THEN 2100
1150 LET B(3,2)=B3
1160 LET U(3,2)=U3
1170 LET V(3,2)=V3
1180 IF A3<B(3,1) THEN 1200
1190 IF A3>=B(3,2) THEN 2150
1200 IF B(3,1)>=B(3,2) THEN 2200
1210 LET J=3
1220 LET M1=B(3,2)

```



```

1230 LET U0=U(3,2)
1240 LET V0=V(3,2)
1250 LET M2=K2*M1
1260 LET M3=-K3*M1
1270 LET M4=-K4*M1
1280 LET M5=-K5*M1
1290 PRINT
1300 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
1310 IF J<2 THEN 2250
1320 PRINT:TAB(4):"U0 ="U0:TAB(28):"V0 ="V0
1330 PRINT
1340 PRINT:TAB(19):"MOMENTE"
1350 PRINT:TAB(4):"M1 ="M1:TAB(28):"M2 ="M2
1360 PRINT:TAB(4):"M3 ="M3:TAB(28):"M4 ="M4
1370 PRINT:TAB(4):"M5 ="M5
1380 IF J>1 THEN 1500
1390 LET Q3=(1/2+Q0*T0)*L0*X0*Q1*L1^2
1400 LET E3=(1+3*Q0*T0^2)*L0*X0*Q1*L1^2/6
1410 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1420 LET Q4=((2-X0-Y0)/2+Q0*(1-T0*(X0+Y0)))*L0*Q1*L1^2
1430 LET E4=(3-2*(X0+Y0))/6+Q0*T0*(1-T0*(X0+Y0))
1440 LET F4=E4*L0*Q1*L1^2
1450 LET F4=((X0+Y0)*M2-M4)/L2-E4
1460 LET Q5=(1/2+Q0*T0)*L0*Y0*Q1*L1^2
1470 LET E5=(1+3*Q0*T0^2)*L0*Y0*Q1*L1^2/6
1480 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
1490 IF J<2 THEN 1680
1500 IF J>2 THEN 1590
1510 LET Q3=((2-V0)/2+Q0*T0/V0)*L0*U0*Q1*L1^2
1520 LET E3=(3-2*V0+3*Q0*T0^2/(V0^2))*L0*U0*Q1*L1^2/6
1530 LET Q4=(V0/2+Q0*(V0-T0)/V0)*L0*Q1*L1^2
1540 LET E4=(V0/6+Q0*T0*(V0-T0)/(V0^2))*L0*Q1*L1^2
1550 LET Q5=(1-U0)*((2-V0)/2+Q0*T0/V0)*L0*Q1*L1^2
1560 LET E5=(1-U0)*(3-2*V0+3*Q0*T0^2/(V0^2))
1570 LET F5=E5*L0*Q1*L1^2/6
1580 IF J<3 THEN 1650
1590 LET Q3=((2-V0)/2+Q0)*L0*U0*Q1*L1^2
1600 LET E3=(3*(1+Q0)-2*V0)*L0*U0*Q1*L1^2/6
1610 LET Q4=L0*V0*Q1*L1^2/2
1620 LET E4=Q4/3
1630 LET Q5=(1-U0)*(2*(1+Q0)-V0)*L0*Q1*L1^2/2
1640 LET E5=(1-U0)*(3*(1+Q0)-2*V0)*L0*Q1*L1^2/6
1650 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
1660 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
1670 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
1680 LET R3=Q3+F3
1690 LET R4=Q4+F4
1700 LET R5=Q5+F5
1710 PRINT
1720 PRINT:TAB(18):"REACTIUNI"
1730 PRINT:TAB(4):"R3 ="R3:TAB(28):"R4 ="R4
1740 PRINT:TAB(4):"R5 ="R5
1750 IF I<5 THEN 2270
1760 GOTO 4000
1770 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1780 LET Y1=Y1+0,05
1790 GOTO 670
1800 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1810 LET X1=X1+0,05
1820 GOTO 670
1830 IF X1>n.49 THEN 860
1840 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 860

```

## ANEXA 22.1 (continuare)

```

1850 LET X1=X1+0.05
1860 LET Y1=X1
1870 GOTO 670
1880 IF Y1>0.49 THEN 860
1890 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 860
1900 LET Y1=Y1+0.05
1910 GOTO 660
1920 IF T0<INT(20/L0)/20 THEN 940
1930 LET J=3
1940 GOTO 940
1950 IF T0<V1 THEN 960
1960 LET V1=INT(20*T0)/20+0.05
1970 GOTO 960
1980 LET N1=L0*((3-V1)/6+Q0/21)/N2
1990 GOTO 990
2000 IF V1<INT(20*T0)/20-0.05 THEN 1060
2010 GOTO 1070
2020 LET V1=V1+0.05
2030 GOTO 960
2040 IF U1<0.31 THEN 1140
2050 LET U1=U1-0.05
2060 GOTO 940
2070 IF U1>0.69 THEN 1140
2080 LET U1=U1+0.05
2090 GOTO 940
2100 LET B(3,1)=B3
2110 LET U(3,1)=U3
2120 LET V(3,1)=V3
2130 IF T0<=INT(5/L0)/20 THEN 1180
2140 GOTO 1930
2150 LET J=1
2160 LET M1=A3
2170 LET X0=X3
2180 LET Y0=Y3
2190 GOTO 1250
2200 LET J=2
2210 LET M1=B(3,1)
2220 LET U0=U(3,1)
2230 LET V0=V(3,1)
2240 GOTO 1250
2250 PRINT:TAB(4);"X0 =" ;X0 ;TAB(28);"Y0
2260 GOTO 1330
2270 LET I=I+1
2280 GOTO 470
3000 DATA 3
3010 DATA 10,15,8,2,2,0.5,0.2,0
3020 DATA 10,15,5,4,2,0.5,1,1,1
3030 DATA 10,15,4,6,3,0.5,1,1,1
4000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA, SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA PARALELA CU LATURA LIBERA, DISTRIBUTIE UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 15.0000
L1 = 8.00000	L2 = 2.00000
L3 = 2.00000	K2 = .500000
K3 = .000000	K4 = 2.00000
K5 = .000000	

PARAMETRI

X0 = .300000	Y0 = .300000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 74.6214	M2 = 37.3107
M3 = -.000000	M4 = -149.243
M5 = -.000000	

REACTIUNI

R3 = 65.0923	R4 = 149.814
R5 = 65.0923	

PLACA 2.00000

DATE

Q1 = 10.0000	Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000	L2 = 4.00000
L3 = 2.00000	K2 = .500000
K3 = 1.00000	K4 = 1.00000
K5 = 1.00000	

PARAMETRI

U0 = .500000	V0 = .600000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 52.3409	M2 = 26.1705
M3 = -52.3409	M4 = -52.3409
M5 = -52.3409	

REACTIUNI

R3 = 100.102	R4 = 74.7966
R5 = 100.102	



care rămâne imobilă în cadrul mecanismului corespunzător schemei de cedare respective. Ca urmare, reacțiunile de pe reazemele plăcilor, în cadrul schemelor de cedare din figurile 23.2, *a*–*d*, sînt nedeterminate din punct de vedere static. Pentru înlăturarea acestui inconvenient se recurge la comasarea schemelor de cedare I și III și a schemelor de cedare II și IV în cite o schemă simplificată, rezultînd în acest fel două scheme simplificate de cedare, notate cu *A* și *B*, ale căror configurații sînt trasate în figurile 23.3, *a* și 23.3, *b*. În cadrul schemelor *A* și

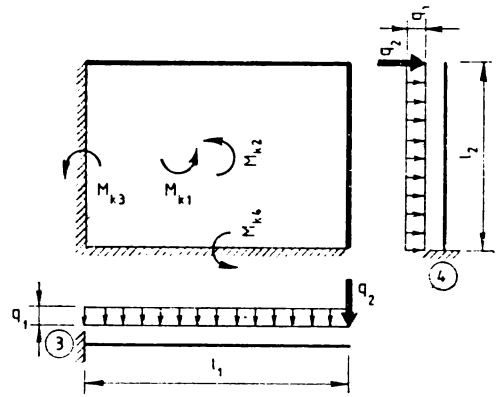


Fig. 23.1

*B*, reacțiunile de pe reazeme apar static determinate. Mărimile reacțiunilor obținute pe baza acestor scheme, deși sînt aproximative, sînt acceptabile din punct de vedere practic.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1 pentru calculul în domeniul plastic al unor astfel de plăci, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pe baza schemelor de cedare I–IV pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), precum și expresiile stabilite pe baza schemelor simplificate de cedare *A* și *B* atît pentru încărcările  $Q_3$  și  $Q_4$  care acționează pe cele două porțiuni de placă delimitate de linia de curgere din cîmp, aferente reazemelor 3 și 4, cit și pentru forțele nodale  $F_3$  și  $F_4$  care apar la legătura dintre aceste porțiuni.

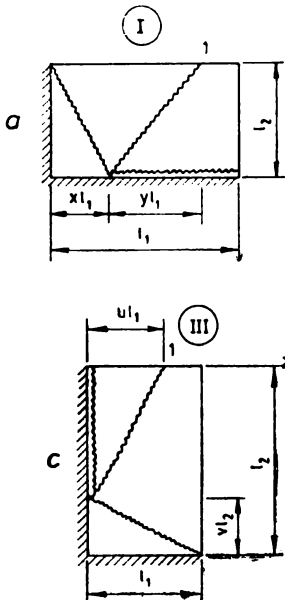


Fig. 23.2

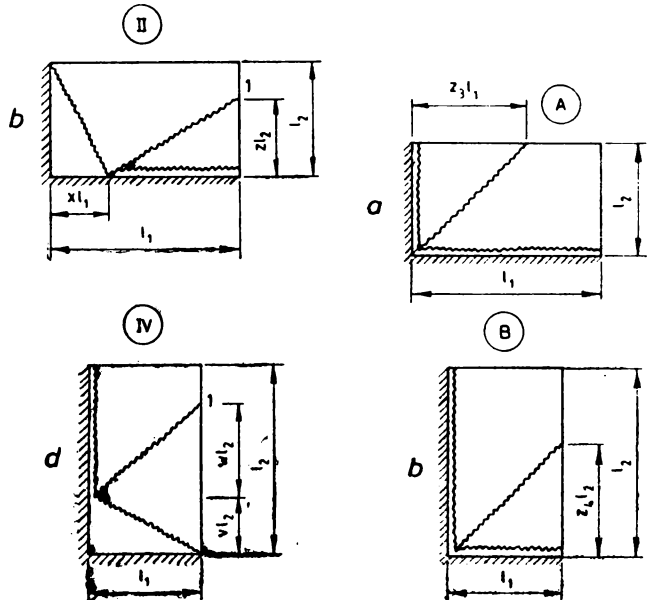


Fig. 23.3

a) *Schema de cedare* (fig. 23.2, a)

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{x + y} + \frac{y^2 k_2 + x^2 k_4}{l_0(x + y)} + \frac{(1 - x)k_1}{l_0}; \quad (23.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left[ \frac{3 - 2x - y}{3} + \frac{q_0(2 + l_0 - x - y)}{1 + l_0} \right]. \quad (23.2)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 23.2, b)

$$\lambda_M = \frac{z + k_3}{1 - x + xz} + \frac{(1 - x)^2 k_2 + x^2 z k_4}{l_0 z (1 - x + xz)} + \frac{(1 - x)k_1}{l_0 z}; \quad (23.3)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6(1 - x + xz)} \left\{ 2 - x + (1 - z)(1 - x)^2 + \right. \\ \left. + \frac{3q_0[1 + l_0(2 - x - z + xz)]}{1 + l_0} \right\}. \quad (23.4)$$

c) *Schema de cedare III* (fig. 23.2, c)

$$\lambda_M = \frac{(1 - v)^2 + uv^2 k_3}{u(1 - v + uv)} + \frac{(1 - v)k_3}{u} + \frac{uk_2 + k_4}{l_0(1 - v + uv)}; \quad (23.5)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6(1 - v + uv)} \left[ 2 - v + (1 - u)(1 - v)^2 + \frac{3q_0(2 + l_0 - u - v + uv)}{1 + l_0} \right]. \quad (23.6)$$

d) *Schema de cedare IV* (fig. 23.2, d)

$$\lambda_M = \frac{w^2 + v^2 k_3}{v + w} + (1 - v)k_3 + \frac{k_2 + k_4}{l_0(v + w)}; \quad (23.7)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left\{ \frac{3 - 2v - w}{3} + \frac{q_0[1 + l_0(2 - v - w)]}{1 + l_0} \right\}. \quad (23.8)$$

e) *Schema aproximativă de cedare A* (fig. 23.3, a)

— încărcări

$$Q_3 = x_3 l_1 \left[ \frac{q_1 l_2}{2} + q_2 \right]; \quad (23.9)$$

$$Q_4 = q_1 l_1 l_2 + q_2 (l_1 + l_2) - Q_3; \quad (23.10)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{11} + M_{13}}{x_3 l_1} - x_3 l_1 \left[ \frac{q_1 l_2}{6} + \frac{q_2}{2} \right]; \quad (23.11)$$

$$F_4 = -F_3. \quad (23.12)$$

f) *Schema aproximativă de cedare B* (fig. 23.3, b)

— încărcări :

$$Q_4 = z_4 l_2 \left[ \frac{q_1 l_1}{2} + q_2 \right]; \quad (23.13)$$

$$Q_3 = q_1 l_1 l_2 + q_2 (l_1 + l_2) - Q_4; \quad (23.14)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z_4 l_2} - z_4 l_2 \left[ \frac{q_1 l_1}{6} + \frac{q_2}{2} \right]; \quad (23.15)$$

$$F_3 = -F_4. \quad (23.16)$$

## 23.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al doilea algoritm de calcul aplicat schemelor aproximative de cedare  $A$  și  $B$ , prezentați în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :

*a) Schema de cedare I* (fig. 23.2, *a*). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât 2, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 < 2; \quad (23.17)$$

— lungimea  $x l_1$  poate varia de la zero la cel mult  $l_1 - \frac{l_2}{2}$  și deci parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0 \leq x \leq 1 - \frac{l_0}{2}; \quad (23.18)$$

— lungimea  $y l_1$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_2}{2}$  și nici mai mare decât  $2l_2$  și deci parametrul  $y$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{l_0}{2} \leq y \leq 2l_0; \quad (23.19)$$

— suma lungimilor  $x l_1$  și  $y l_1$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci parametrul  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24);

*b) Schema de cedare II* (fig. 23.2, *b*). Lungimea  $x l_1$  poate varia de la zero la cel mult  $l_1$  și deci parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0 \leq x \leq 1. \quad (23.20)$$

— lungimea  $z l_2$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_1 - x l_1}{2}$  și nici mai mare decât  $2(l_1 - x l_1)$ , fără însă a depăși lungimea  $l_2$ . În consecință, parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{1-x}{2} \leq z \leq 2(1-x) \quad (23.21)$$

și

$$z \leq 1; \quad (23.22)$$

*c) Schema de cedare III* (fig. 23.2, *c*). Lungimea  $v l_2$  poate varia de la zero la cel mult  $l_2$  și deci parametrul  $v$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0 \leq v \leq 1; \quad (23.23)$$

— lungimea  $ul_1$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_2 - vl_2}{2}$  și nici mai mare decât  $2(l_2 - vl_2)$ , fără însă a depăși lungimea  $l_1$ . În consecință, parametrul  $u$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{l_0(1 - v)}{2} \leq u \leq 2l_0(1 - v) \quad (23.24)$$

și

$$u \leq 1. \quad (23.25)$$

d) *Schema de cedare IV* (fig. 23.2, d). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât 0,5, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 > 0,5, \quad (23.26)$$

— lungimea  $vl_2$  poate varia de la zero la cel mult  $l_2 - \frac{l_1}{2}$  și deci parametrul  $v$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0 \leq v \leq 1 - \frac{1}{2l_0}, \quad (23.27)$$

— lungimea  $wl_2$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_1}{2}$  și nici mai mare decât  $2l_1$  și deci parametrul  $w$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{1}{2l_0} \leq w \leq \frac{2}{l_0}. \quad (23.28)$$

— suma lungimilor  $vl_2$  și  $wl_2$  nu poate fi mai mare decât  $l_2$  și deci parametrul  $v$  și  $w$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29).

e) *Schema aproximativă de cedare A* (fig. 23.3, a). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât 2, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (23.17);

— lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_2}{2}$  și nici mai mare decât  $2l_2$ , fără însă a depăși lungimea  $l_1$ . În consecință parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$\frac{l_0}{2} \leq x \leq 2l_0; \quad (23.29)$$

și

$$x \leq 1. \quad (23.30)$$

f) *Schema aproximativă de cedare B* (fig. 23.3, b). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât 0,5, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea (23.26);

— lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_1}{2}$  și nici mai mare decât  $2l_1$ , fără însă a depăși lungimea  $l_2$ . În consecință, parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$\frac{1}{2l_0} \leq z \leq \frac{2}{l_0} \quad (23.31)$$

și

$$z \leq 1. \quad (23.32)$$



### 23.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 23.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 16.1, s-a obținut *programul de calcul EP-42-06* listat în anexa 23.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2840 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2841 și 3999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine:  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  și  $k_4$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă programul furnizează:

— valorile  $x_0$  și  $y_0$  ale parametrilor  $x$  și  $y$  dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, valorile  $x_0$  și  $z_0$  ale parametrilor  $x$  și  $z$  dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II, valorile  $u_0$  și  $v_0$  ale parametrilor  $u$  și  $v$  dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare III sau valorile  $v_0$  și  $w_0$  ale parametrilor  $v$  și  $w$  dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare IV;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din câmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}$  și  $M_{k_4}$  de pe cele două laturi rezemate ale plăcii;

— valorile reacțiunilor  $R_3$  și  $R_4$  de pe cele două laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

*Pentru exemplificare*, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 23.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3000, 3010, 3020 și 3030, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 23.1.

Tabelul 23.1

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	8	4	3
$l_2$	2	4	6
$q_1$	10	10	10
$q_2$	0	5	5
$k_2$	2	1	1
$k_3$	2	2	2
$k_4$	4	2	1

În anexa 23.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-96

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * DOUA LATURI ADIACENTE SI LIBERE PE CELELALTE *
70 REM * DOUA LATURI, SOLICITATE DE O INCARCARE DE *
80 REM * SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA PE *
90 REM * LUNGIMILE LATURILOR LIBERE, DISTRIBUITE UNIFORM*
100 REM *
110 REM *****
120 REM *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
140 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
150 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
160 REM *
170 REM *****
180 REM *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
200 REM * FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
210 REM * LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
220 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
230 REM *
240 REM *****
250 REM *
260 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
270 REM * MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
280 REM *
290 REM *****

300 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
310 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
320 PRINT "PE DOUA LATURI ADIACENTE SI LIBERE PE"
330 PRINT "CELELALTE DOUA LATURI, SOLICITATE DE O"
340 PRINT "INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE"
350 PRINT "LINIARA PE LUNGIMILE LATURILOR LIBERE,"
360 PRINT "DISTRIBUITE UNIFORM"
370 PRINT
380 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
390 PRINT "FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
400 PRINT "LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
410 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
420 PRINT
430 PRINT
440 DIM X(3,2),V(3,2)
450 READ S
460 PRINT:TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE S =" ;S
470 LET I=1
480 PRINT
490 PRINT
500 PRINT:TAB(15);"PLACA " ;I
510 PRINT
520 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4
530 PRINT:TAB(20);"DATE"
540 PRINT:TAB(4);"L1 =" ;L1 ;TAB(28);"L2 =" ;L2
550 PRINT:TAB(4);"Q1 =" ;Q1 ;TAB(28);"Q2 =" ;Q2
560 PRINT:TAB(4);"K2 =" ;K2 ;TAB(28);"K3 =" ;K3
570 PRINT:TAB(4);"K4 =" ;K4
580 LET L0=L2/L1
590 LET Q0=Q2*(1+L0)/(Q1+L2)
600 LET A3=0

```

```

610 LET B3=0
620 LET C3=0
630 LET O3=0
640 IF L0>=2 THEN 860
650 LET J=1
660 LET A2=0
670 LET X1=0
680 IF 2*L0<1-X1 THEN 2080
690 LET Y1=1-X1
700 LET N2=(K2*Y1^2+K4*X1^2)/(L0*(X1+Y1))
710 LET N2=(1+K3)/(X1+Y1)+K4*(1-X1)/L0+N2
720 LET N1=(3-2*X1-Y1)/3+Q0*(2+L0-X1-Y1)/(1+L0)
730 LET N1=N1*L0/(2*N2)
740 LET A1=N1*Q1*L1^3
750 IF A2>=A1 THEN 800
760 LET A2=A1
770 LET X2=X1
780 LET Y2=Y1
790 IF Y1>INT(10*L0)/20 THEN 2100
800 IF A3>=A2 THEN 860
810 LET A3=A2
820 LET X(3,1)=X2
830 LET Y3=Y2
840 LET A2=0
850 IF X1+INT(10*L0)/20<0.99 THEN 2120
860 LET J=2
870 LET B2=0
880 IF L0<=0.5 THEN 2160
890 LET X1=0
900 IF L0>2*(1-X1) THEN 2180
910 LET Z1=1
920 LET N2=(K2*(1-X1)^2+K4*Z1*X1^2)/(L0*Z1*(1-X1+X1*Z1))
930 LET N2=(K3+Z1)/(1-X1+X1*Z1)+K4*(1-X1)/(L0*Z1)+N2
940 LET N1=3*Q0*(1+L0*(2-X1-Z1+X1*Z1))/(1+L0)
950 LET N1=2-X1+(1-Z1)*(1-X1)^2+N1
960 LET N1=N1*L0/(6*N2*(1-X1+X1*Z1))
970 LET B1=N1*Q1*L1^3
980 IF B2>=B1 THEN 1030
990 LET B2=B1
1000 LET X2=X1
1010 LET Z2=Z1
1020 IF Z1>INT(10*(1-X1)/L0)/20 THEN 2200
1030 IF B3>=B2 THEN 1090
1040 LET B3=B2
1050 LET X(3,2)=X2
1060 LET Z3=Z2
1070 LET B2=0
1080 IF X1<1 THEN 2220
1090 LET J=3
1100 LET C2=0
1110 IF L0>=2 THEN 2270
1120 LET V1=0
1130 IF 2*L0*(1-V1)<1 THEN 2290
1140 LET U1=1
1150 LET N2=((1-V1)^2+K3*U1*V1^2)/(U1*(1-V1+U1*V1))
1160 LET N2=K3*(1-V1)/U1+(K2*U1+K4)/(L0*(1-V1+U1*V1))+N2
1170 LET N1=3*Q0*(2+L0-U1-V1+U1*V1)/(1+L0)
1180 LET N1=2-V1+(1-U1)*(1-V1)^2+N1
1190 LET N1=N1*L0/(6*N2*(1-V1+U1*V1))
1200 LET C1=N1*Q1*L1^3
1210 IF C2>=C1 THEN 1260
1220 LET C2=C1

```

```

1230 LET U2=U1
1240 LET V2=V1
1250 IF U1>INT(10*L0*(1-V1))/20 THEN 2310
1260 IF C3>=C2 THEN 1320
1270 LET C3=C2
1280 LET U3=U2
1290 LET V(3,1)=V2
1300 LET C2=0
1310 IF V1<1 THEN 2330
1320 IF L0<=0.5 THEN 1540
1330 LET J=4
1340 LET D2=0
1350 LET V1=0
1360 IF L0*(1-V1)>2 THEN 2380
1370 LET W1=1-V1
1380 LET N2=(K3*V1^2+W1^2)/(V1+W1)+K3*(1-V1)
1390 LET N2=(K2+K4)/(L0*(V1+W1))+N2
1400 LET N1=(3-2*V1-W1)/3+Q0*(1+L0*(2-V1-W1))/(1+L0)
1410 LET N1=N1*L0/(2*N2)
1420 LET D1=N1*Q1*L1^3
1430 IF D2>=D1 THEN 1480
1440 LET D2=D1
1450 LET V2=V1
1460 LET W2=W1
1470 IF W1>INT(10/L0)/20 THEN 2400
1480 IF D3>=D2 THEN 1540
1490 LET D3=D2
1500 LET V(3,2)=V2
1510 LET W3=W2
1520 LET D2=0
1530 IF V1+INT(10/L0)/20<0.99 THEN 2420
1540 IF A3<B3 THEN 1570
1550 IF A3<C3 THEN 1570
1560 IF A3>=D3 THEN 2460
1570 IF B3<C3 THEN 1590
1580 IF B3>=D3 THEN 2510
1590 IF C3>=D3 THEN 2560
1600 LET J=4
1610 LET M1=D3
1620 LET V0=V(3,2)
1630 LET W0=W3
1640 LET M2=K2*M1
1650 LET M3=-K3*M1
1660 LET M4=-K4*M1
1670 PRINT
1680 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
1690 IF J<2 THEN 2610
1700 IF J<3 THEN 2630
1710 IF J<4 THEN 2650
1720 PRINT:TAB(4):"V0 =" :V0:TAB(28):"W0 =" :W0
1730 PRINT
1740 PRINT:TAB(19):"MOMENTE"
1750 PRINT:TAB(4):"M1 =" :M1:TAB(28):"M2 =" :M2
1760 PRINT:TAB(4):"M3 =" :M3:TAB(28):"M4 =" :M4
1770 LET A2=0
1780 LET B2=0
1790 IF L0>=2 THEN 1900
1800 LET X1=INT(10*L0)/20
1810 LET N1=((3-X1)/3+Q0*(2+L0-X1)/(1+L0))*L0/2
1820 LET N1=N1/((1+K3)/X1+(X1*K2+K4)/L0)
1830 LET A1=N1*Q1*L1^3
1840 IF A2>=A1 THEN 1890

```

```

1850 LET A2=A1
1860 LET X2=X1
1870 IF L0<0.5 THEN 2670
1880 IF X1<1 THEN 2680
1890 IF L0<=0.5 THEN 1985
1900 LET Z1=INT(10/L0)/20
1910 LET N1=((3-Z1)/3+00*(1+L0*(2-Z1))/(1+L0))*L0/2
1920 LET N1=N1/(Z1+K3+(K2+K4)/(L0*Z1))
1930 LET B1=N1*Q1*L1^3
1940 IF B2>=B1 THEN 1980
1950 LET B2=B1
1960 LET Z2=Z1
1970 IF L0>2 THEN 2700
1975 IF Z1<1 THEN 2710
1980 IF A2<B2 THEN 2730
1985 LET M1=A2
1990 LET M3=-K3*M1
1995 LET X3=X2
2000 LET Q3=(Q1*L2/2+Q2)*X3*L1
2005 LET E3=(Q1*L2/6+Q2/2)*X3*L1
2010 LET F3=(M1-M3)/(X3*L1)-E3
2015 LET R3=Q3+F3
2020 LET R4=Q1*L1*L2+Q2*(L1+L2)-R3
2030 PRINT
2040 PRINT;TAB(18);"REACTIONI"
2050 PRINT;TAB(4);"R3 =" ;R3;TAB(28);"R4 =" ;R4
2060 IF I<5 THEN 2830
2070 GOTO 4000
2080 LET Y1=INT(40*L0)/20
2090 GOTO 700
2100 LET Y1=Y1-0.05
2110 GOTO 700
2120 LET X1=X1+0.05
2130 IF X1+INT(40*L0)/20<1 THEN 680
2140 LET Y1=1-X1
2150 GOTO 700
2160 LET X1=INT(20*(1-2*L0))/20+0.05
2170 GOTO 900
2180 LET Z1=INT(40*(1-X1)/L0)/20
2185 IF Z1>0.04 THEN 920
2190 LET X1=1
2195 GOTO 2240
2200 LET Z1=Z1-0.05
2205 IF Z1<0.04 THEN 1030
2210 GOTO 920
2220 LET X1=X1+0.05
2230 IF X1<1 THEN 900
2240 LET Z1=0
2250 LET N1=(1+3*Q0)*L0^2/(6*(L0*K3+K4))
2260 GOTO 970
2270 LET V1=INT(20*(1-2/L0))/20+0.05
2280 GOTO 1130
2290 LET U1=INT(40*L0*(1-V1))/20
2295 IF U1>0.04 THEN 1150
2300 LET V1=1
2305 GOTO 2350
2310 LET U1=U1-0.05
2315 IF U1<0.04 THEN 1260
2320 GOTO 1150
2330 LET V1=V1+0.05
2340 IF V1<1 THEN 1130

```

```

2350 LET U1=0
2360 LET N1=(1+3*Q0)*L0^2/(6*(L0*K3+K4))
2370 GOTO 1200
2380 LET W1=INT(40*L0)/20
2390 GOTO 1380
2400 LET W1=W1-0.05
2410 GOTO 1380
2420 LET V1=V1+0.05
2430 IF V1+INT(40/L0)/20<1 THEN 1360
2440 LET W1=1-V1
2450 GOTO 1380
2460 LET J=1
2470 LET M1=A3
2480 LET X0=X(3,1)
2490 LET Y0=Y3
2500 GOTO 1640
2510 LET J=2
2520 LET M1=B3
2530 LET X0=X(3,2)
2540 LET Z0=Z3
2550 GOTO 1640
2560 LET J=3
2570 LET M1=C3
2580 LET U0=U3
2590 LET V0=V(3,1)
2600 GOTO 1640
2610 PRINT;TAB(4);"X0 =" ;X0;TAB(28);"Y0 =" ;Y0
2620 GOTO 1730
2630 PRINT;TAB(4);"X0 =" ;X0;TAB(28);"Z0 =" ;Z0
2640 GOTO 1730
2650 PRINT;TAB(4);"U0 =" ;U0;TAB(28);"V0 =" ;V0
2660 GOTO 1730
2670 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 1890
2680 LET X1=X1+0.05
2690 GOTO 1810
2700 IF Z1=INT(40/L0)/20 THEN 1980
2710 LET Z1=Z1+0.05
2720 GOTO 1910
2730 LET M1=B2
2740 LET M2=K2*M1
2750 LET M4=-K4*M1
2760 LET Z4=Z2
2770 LET Q4=(Q1*L1/2+Q2)*Z4*L2
2780 LET E4=(Q1*L1/6+Q2/2)*Z4*L2
2790 LET F4=(M2-M4)/(Z4*L2)-F4
2800 LET R4=Q4+F4
2810 LET R3=Q1*L1*L2+Q2*(L1+L2)-R4
2820 GOTO 2030
2830 LET I=I+1
2840 GOTO 480
3000 DATA 3
3010 DATA 8.2,10.0,2.2,4
3020 DATA 4.4,10.5,1.2,2
3030 DATA 3.6,10.5,1.2,1
4000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE DOUA LATURI ADIACENTE SI LIBERE PE CELELALTE DOUA LATURI, SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA PE LUNGIMILE LATURILOR LIBERE, DISTRIBUITE UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 8.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = .000000
K2 = 2.00000	K3 = 2.00000
K4 = 4.00000	

PARAMETRI

X0 = .250000	Y0 = .250000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 22.8572	M2 = 45.7144
M3 = -45.7144	M4 = -91.4288

REACTIUNI

R3 = 40.8091	R4 = 119.191
--------------	--------------

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 4.00000	L2 = 4.00000
Q1 = 10.0000	Q2 = 5.00000
K2 = 1.00000	K3 = 2.00000
K4 = 2.00000	

PARAMETRI

X0 = .450000	Z0 = .650000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 53.4409	M2 = 53.4409
M3 = -106.882	M4 = -106.882

REACTIUNI

R3 = 97.4480	R4 = 102.552
--------------	--------------

## PLACA 3.00000

DATE	
L <sub>1</sub> = 3.00000	L <sub>2</sub> = 6.00000
Q <sub>1</sub> = 10.0000	Q <sub>2</sub> = 5.00000
K <sub>2</sub> = 1.00000	K <sub>3</sub> = 2.00000
K <sub>4</sub> = 1.00000	
PARAMETRI	
V <sub>0</sub> = .350000	W <sub>0</sub> = .350000
MOMENTE	
M <sub>1</sub> = 78.8365	M <sub>2</sub> = 78.8365
M <sub>3</sub> = -157.673	M <sub>4</sub> = -78.8365
REAȚIUNI	
R <sub>3</sub> = 140.742	R <sub>4</sub> = 84.2578

## 24. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE DOUĂ LATURI ADIACENTE ȘI PE COLȚUL OPUS LOR, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ UNIFORM

### 24.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată pe două laturi adiacente și pe colțul opus acestora. Reazemul punctual este notat cu  $O$ , reazemul liniar de pe direcția deschiderii  $l_1$  este notat cu  $3$ , iar reazemul liniar de pe direcția deschiderii  $l_2$  este notat cu  $4$ . Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea de calcul  $q$  (kN/m<sup>2</sup>). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 24.1.

Plăcile de acest tip prezintă trei scheme distincte de cedare, notate cu I, II și III, ale căror configurații sînt trasate în figurile 24.2, 24.3 și 24.4. Toate aceste scheme depind de trei parametri, notați cu  $x$ ,  $y$  și  $\theta$ . Parametrul  $x$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de latura rezemată de lungime  $l_2$  și mărimea lungimii  $l_1$ ; parametrul  $y$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de latura rezemată de lungime  $l_1$  și mărimea lungimii  $l_2$ ; în sfîrșit, parametrul  $\theta$  este egal cu unghiul, exprimat în radiani, făcut de axa de rotație care trece prin reazemul punctual al plăcii cu direcția laturilor de lungime  $l_2$ .



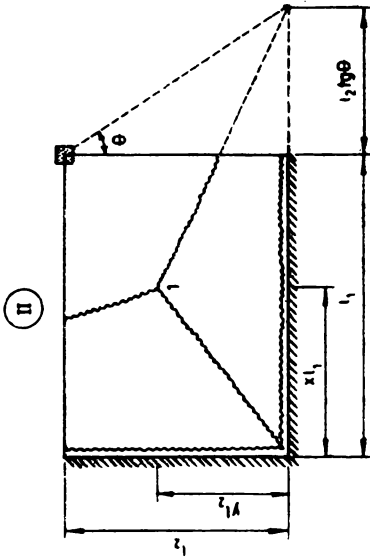


Fig. 24.3

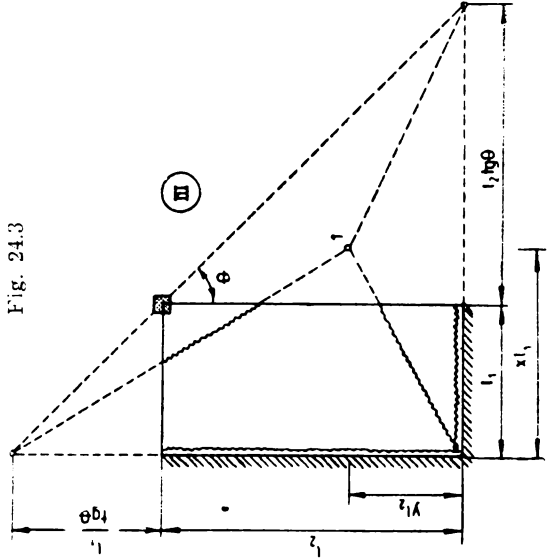


Fig. 24.4

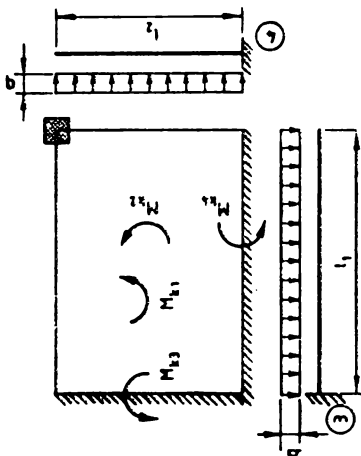


Fig. 24.1

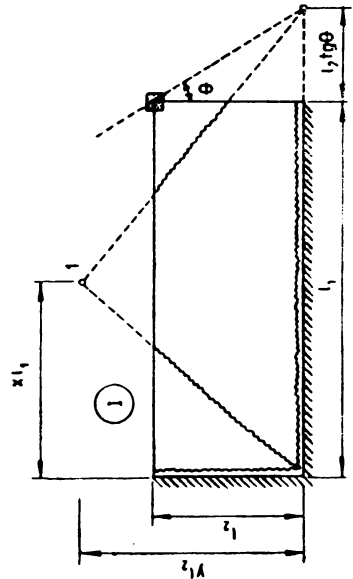


Fig. 24.2

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I, II și III pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_0$ ,  $Q_3$  și  $Q_4$  care acționează pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemului punctual  $O$  și reazemelor liniare 3 și 4, precum și pentru forțele nodale  $F_0$ ,  $F_3$  și  $F_4$  care apar la legăturile dintre aceste porțiuni.

a) *Schema de cedare I* (fig. 24.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta} + \frac{1+k_3}{x} + \frac{(1+l_0 \operatorname{tg} \theta)k_2 + yk_1}{l_0 y^2}; \quad (21.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6y^2} \left\{ 3y - x - \frac{[1-x-(y-1)l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}{1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta} \right\}. \quad (21.2)$$

— încărcări :

$$Q_0 = \frac{[1-x-(y-1)l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}{2y(1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta)} q l_1 l_2; \quad (21.3)$$

$$Q_3 = \frac{x}{2y} q l_1 l_2; \quad (21.4)$$

$$Q_4 = q l_1 l_2 - (Q_0 + Q_3). \quad (21.5)$$

— forțe nodale :

$$F_0 = \frac{yM_{k1}}{l_1(1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta)} + \frac{M_{k2} \operatorname{tg} \theta}{l_1} - \frac{Q_0}{3} \left[ 1 + \frac{l_0 y \operatorname{tg} \theta}{1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta} \right]; \quad (21.6)$$

$$F_3 = \frac{y(M_{k1} + M_{k3})}{x l_1} - \frac{Q_3}{3}; \quad (21.7)$$

$$F_4 = -(F_0 + F_3). \quad (21.8)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 24.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta} + \frac{1+k_3}{x} + \frac{k_2 \operatorname{tg} \theta}{1+(1-y)l_0 \operatorname{tg} \theta} + \frac{k_2+k_1}{l_0 y}; \quad (21.9)$$

$$\lambda_Q = \frac{1}{6 \operatorname{tg} \theta} \left[ (1+l_0 \operatorname{tg} \theta)^2 - \frac{1}{1+(1-y)l_0 \operatorname{tg} \theta} - \frac{l_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta} \right]. \quad (21.10)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2 \operatorname{tg} \theta} \left[ 1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{1+(1-y)l_0 \operatorname{tg} \theta} \right] q l_1^2; \quad (21.11)$$

$$Q_4 = \frac{y}{2} \left[ 1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{l_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{1-x+l_0 \operatorname{tg} \theta} \right] q l_1 l_2; \quad (21.12)$$

$$Q_0 = q l_1 l_2 - (Q_3 + Q_4). \quad (21.13)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{x}{6 \operatorname{tg} \theta} \left\{ 1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{1+(1-y)l_0 \operatorname{tg} \theta} \right\} q l_1 l_2; \quad (21.14)$$

$$F_4 = \frac{M_{k_2} + M_{k_4}}{y l_2} - \frac{y}{6} \left[ 1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{l_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{(1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta)^2} \right] q l_1 l_2 ; \quad (24.15)$$

$$F_0 = -(F_3 + F_4). \quad (24.16)$$

c) *Schema de cedare III* (fig. 24.4)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1 + l_0 \operatorname{tg} \theta}{l_0 x^2 \operatorname{tg} \theta} + \frac{k_3}{x} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 y} + \frac{k_2 \operatorname{tg} \theta}{1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg} \theta} ; \quad (24.17)$$

$$\lambda_Q = \frac{1}{6x^2} \left\{ l_0 (3x - y) - \frac{[1 - x + (1 - y) l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}{\operatorname{tg} \theta [1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg} \theta]} \right\}. \quad (24.18)$$

— încărcări :

$$Q_0 = \frac{[1 - x + (1 - y) l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}{2x[1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg} \theta]} q l_1^2 ; \quad (24.19)$$

$$Q_4 = \frac{y}{2x} q l_1 l_2 ; \quad (24.20)$$

$$Q_3 = q l_1 l_2 - (Q_0 + Q_4) ; \quad (24.21)$$

— forțe nodale :

$$F_0 = \frac{M_{k_1}}{l_2 \operatorname{tg} \theta} + \frac{x M_{k_2} \operatorname{tg} \theta}{l_1 + (1 - y) l_2 \operatorname{tg} \theta} - \frac{Q_0}{3} \left[ 1 + \frac{x}{1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg} \theta} \right] ; \quad (24.22)$$

$$F_4 = \frac{x(M_{k_2} + M_{k_4})}{y l_2} - \frac{Q_4}{3} ; \quad (24.23)$$

$$F_3 = -(F_0 + F_4). \quad (24.24)$$

## 24.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, aplicat schemelor de cedare I, II și III, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare se referă :

a) *Schema de cedare I* (fig. 24.2). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mici decât  $\frac{1}{2}$ , deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 < 0,5 ; \quad (24.25)$$

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I, în cadrul algoritmului de calcul este  $y, x, \theta$  ;

— lungimea  $x l_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,5 l_1$  și nici mai mare decât  $0,8 l_1$  ; ca urmare, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leq x \leq 0,8 ; \quad (24.26)$$

— lungimea  $y l_2$  nu poate fi mai mică decât  $l_2$ , iar punctul de intersecție a liniilor de curgere trebuie să fie situat sub axa de rotație care trece prin

reazemul punctual al plăcilor ; în consecință, parametrul  $y$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$1 \leq y \leq \frac{1}{1,2} \left[ 1 + \frac{1-x}{l_0 \operatorname{tg} \theta} \right]; \quad (24.27)$$

— unghiul  $\theta$  nu poate fi mai mic decât  $\frac{\pi}{20}$  și nici mai mare decât  $\frac{\pi}{4}$  și deci

$$\frac{\pi}{20} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}. \quad (24.28)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 24.3). Ordinea în care sînt considerați parametrii acestei scheme în cadrul algoritmului de calcul este  $x, y, \theta$  ;

— lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mic decât  $0,5l_1$  și nici mai mare decât  $0,9l_1$  ; ca urmare, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leq x \leq 0,9 ; \quad (24.29)$$

— lungimea  $yl_2$  nu poate fi mai mică decât  $0,5l_2$  și nici mai mare decât  $0,9l_2$  ; ca urmare, parametrul  $y$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leq y \leq 0,9 ; \quad (24.30)$$

— unghiul  $\theta$  nu poate fi mai mic decât  $\frac{\pi}{20}$  și nici mai mare decât  $\frac{9\pi}{20}$  și deci

$$\frac{\pi}{20} \leq \theta \leq \frac{9\pi}{20}. \quad (24.31)$$

c) *Schema de cedare III* (fig. 24.4). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor  $l_2$  și  $l_1$  mai mari decât 2, deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea

$$l_0 > 2 ; \quad (24.32)$$

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare III în cadrul algoritmului de calcul este  $x, y, \theta$  ;

— lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mică decât  $l_1$ , iar punctul de intersecție a liniilor de curgere trebuie să fie situat la stînga axei de rotație care trece prin reazemul punctual al plăcilor ; în consecință, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$1 \leq x \leq \frac{1 + (1-y)l_0 \operatorname{tg} \theta}{1,2} ; \quad (24.33)$$

— lungimea  $yl_2$  nu poate să fie mai mică decât  $0,5l_2$  și nici mai mare decât  $0,8l_2$  ; ca urmare, parametrul  $y$  trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leq y \leq 0,8 ; \quad (24.34)$$

— unghiul  $\theta$  nu poate fi mai mic decât  $\frac{\pi}{4}$  și nici mai mare decât  $\frac{9\pi}{20}$  și deci

$$\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{9\pi}{20}. \quad (24.35)$$

## 24.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 24.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea programului de calcul EP-42-07 listat în anexa 24.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2790 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4000, iar partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 2791 și 3999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine:  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $q$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$ .

*Observație:* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă programul furnizează:

- valorile  $x_0$ ,  $y_0$  și  $\theta_0$  ale parametrilor  $x$ ,  $y$  și  $\theta$ ;
- valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}$  și  $M_{k_4}$  de pe cele două laturi rezemate ale plăcii;
- valoarea reacțiunii  $R_0$  din reazemul punctual și valorile reacțiunilor  $R_3$  și  $R_4$  de pe cele două laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 24.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3000, 3010, 3020 și 3030, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 24.1.

Tabelul 24

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	5	5	4
$l_2$	2	4	4
$q$	10	10	10
$k_2$	2,5	1,25	1
$k_3$	0	0	0
$k_4$	10	0	0

În anexa 24.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-07

20 REM *
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * DOUA LATURI ADIACENTE SI PE COLTUL OPUS LOR. *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA *
80 REM * DISTRIBUITA UNIFORM *
90 REM *
100 REM *
110 REM *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMEI DE *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
210 REM *
220 REM *
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
250 REM * MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
290 PRINT "DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
300 PRINT "PE DOUA LATURI ADIACENTE SI PE COLTUL OPUS"
310 PRINT "LOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA"
320 PRINT "DISTRIBUITA UNIFORM"
330 PRINT
340 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN"
350 PRINT "PENTRU FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE"
360 PRINT "UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
370 PRINT
380 PRINT
385 DIM X(4,3),Y(4,3),T(4,3)
390 READ S
400 PRINT:TAB(5);"NUMARUL PLACILOR FSTE S ="S
410 LET I=1
420 PRINT
430 PRINT
440 PRINT:TAB(15);"PLACA "I
450 PRINT
460 READ L1,L2,Q1,K2,K3,K4
470 PRINT:TAB(20);"DATE"
480 PRINT:TAB(4);"L1 ="L1:TAB(28);"L2 ="L2
490 PRINT:TAB(4);"Q1 ="Q1:TAB(28);"K2 ="K2
500 PRINT:TAB(4);"K3 ="K3:TAB(28);"K4 ="K4
510 LET L0=L2/L1
520 LET A2=0
530 LET A3=0
540 LET A4=0
550 LET B2=0
560 LET B3=0
570 LET B4=0
580 LET C2=0
590 LET C3=C

```

```

600 LET C4=0
610 IF L0>=0.5 THEN 920
620 LET J=1
630 LET T1=PI/20
640 LET X1=0.5
650 LET Y1=1
660 LET N2=1/(1-X1+L0*TAN(T1))+ (1+K3)/X1
670 LET N2=(K2*(1+L0*TAN(T1))+K4*Y1)/(L0*Y1^2)+N2
680 LET N1=(1-X1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))^2/(1-X1+L0*TAN(T1))
690 LET N1=L0*(3*Y1-X1-N1)/(6*N2*Y1^2)
700 LET A1=N1*Q1*L1^3
710 IE A2>=A1 THEN 790
720 LET A2=A1
730 LET X2=X1
740 LET Y2=Y1
750 LET T2=T1
770 LET S1=10*(1-X1)/(L0*TAN(T1))+10-2*Y1
780 IE Y1<0.1*INT(S1) THEN 2260
790 IE A3>=A2 THEN 2280
800 LET A3=A2
810 LET X3=X2
820 LET Y3=Y2
830 LET T3=T2
835 LET A2=0
840 IE X1<0.8 THEN 2300
850 IE A4>=A3 THEN 920
860 LET A4=A3
870 LET X(4,1)=X3
880 LET Y(4,1)=Y3
890 LET T(4,1)=T3
900 LET A3=0
910 IF T1<PI/4 THEN 2320
920 LET J=2
930 LET T1=PI/20
940 LET Y1=0.5
950 LET X1=0.5
970 LET N2=K2*TAN(T1)/(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))
980 LET N2=(1+K3)/X1+(K2+K4)/(L0*Y1)+N2
990 LET N2=1/(1-X1+L0*TAN(T1))+N2
1000 LET N1=1/(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))
1010 LET N1=(L0*TAN(T1))^3/(1-X1+L0*TAN(T1))+N1
1020 LET N1=((1+L0*TAN(T1))^2-N1)/(6*N2*TAN(T1))
1030 LET B1=N1*Q1*L1^3
1040 IF B2>=B1 THEN 1100
1050 LET B2=B1
1060 LET X2=X1
1070 LET Y2=Y1
1080 LET T2=T1
1090 IF X1<0.89 THEN 2370
1100 IF B3>=B2 THEN 2390
1110 LET B3=B2
1120 LET X3=X2
1130 LET Y3=Y2
1140 LET T3=T2
1145 LET B2=0
1150 IE Y1<0.89 THEN 2410
1160 IE B4>=B3 THEN 1230
1170 LET B4=B3
1180 LET X(4,2)=X3
1190 LET Y(4,2)=Y3
1200 LET T(4,2)=T3
1210 LET B3=0

```

```

1220 IF T1<8.9*(PI/20) THEN 2430
1230 IF L0<=2 THEN 1570
1240 LET J=3
1250 LET T1=PI/4
1260 LET Y1=0.5
1270 LET X1=1
1290 LET N2=K2*TAN(T1)/(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))
1300 LET N2=(K2+K4)/(L0*Y1)+K3/X1+N2
1310 LET N2=(1+L0*TAN(T1))/(X1^2*L0*TAN(T1))+N2
1320 LET N1=(1-X1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))^2
1330 LET N1=N1/(TAN(T1)*(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1)))
1340 LET N1=(L0*(3*X1-Y1)-N1)/(6*N2*X1^2)
1350 LET C1=N1*Q1*L^3
1360 IF C2>=C1 THEN 1440
1370 LET C2=C1
1380 LET X2=X1
1390 LET Y2=Y1
1400 LET T2=T1
1420 LET S1=10*(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))-2*X1
1430 IF X1<0.1*INT(S1) THEN 2490
1440 IF C3>=C2 THEN 2510
1450 LET C3=C2
1460 LET X3=X2
1470 LET Y3=Y2
1480 LET T3=T2
1485 LET C2=0
1490 IF Y1<0.8 THEN 2530
1500 IF C4>=C3 THEN 1570
1510 LET C4=C3
1520 LET X(4,3)=X3
1530 LET Y(4,3)=Y3
1540 LET T(4,3)=T3
1550 LET C3=0
1560 IF T1<8.9*(PI/20) THEN 2550
1570 IF A4<B4 THEN 1590
1580 IF A4>=C4 THEN 2570
1590 IF B4>=C4 THEN 2630
1600 LET J=3
1610 LET M1=C4
1620 LET X0=X(4,3)
1630 LET Y0=Y(4,3)
1640 LET T0=T(4,3)
1650 LET M2=K2*M1
1660 LET M3=-K3*M1
1670 LET M4=-K4*M1
1680 PRINT
1690 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
1700 PRINT:TAB(4):"X0 =" :X0:TAB(28):"Y0 =" :Y0
1710 PRINT:TAB(4):"T0 =" :T0
1720 PRINT
1730 PRINT:TAB(19):"MOMENTEN"
1740 PRINT:TAB(4):"M1 =" :M1:TAB(28):"M2 =" :M2
1750 PRINT:TAB(4):"M3 =" :M3:TAB(28):"M4 =" :M4
1760 IF J>1 THEN 1900
1770 LET Q0=(1-X0+(1-Y0)*L0*TAN(T0))^2
1780 LET Q0=Q0*Q1*L1*L2/(2*Y0*(1-X0+L0*TAN(T0)))
1790 LET Q3=X0*Q1*L1*L2/(2*Y0)
1800 LET Q4=Q1*L1*L2-Q0-Q3
1810 LET E0=Q0*(1/Y0+L0*TAN(T0)/(1-X0+L0*TAN(T0)))
1820 LET E3=Q3/(3*Y0)
1830 LET F0=M1/((L1*(1-X0+L0*TAN(T0)))
1840 LET F0=Y0*(M2*TAN(T0)/(Y0*L1)+F0-E0)

```



```

1850 LET F3=Y0*(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1860 LET R0=Q0+F0
1870 LET R3=Q3+F3
1880 LET R4=Q4-F0-F3
1890 IF J<2 THEN 2200
1900 IF J>2 THEN 2080
1920 LET Q3=1+L0*TAN(T0)-1/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0))
1930 LET Q3=Q3*X0*Q1*L1^2/(2*TAN(T0))
1940 LET Q4=(L0*TAN(T0))^2/(1-X0+L0*TAN(T0))
1950 LET Q4=(1+L0*TAN(T0)-Q4)*Y0*Q1*L1*L2/2
1960 LET E3=1+L0*TAN(T0)-1/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0))^2)
1970 LET E3=E3*X0*Q1*L1^2/(6*TAN(T0))
1980 LET E4=(L0*TAN(T0))^3/((1-X0+L0*TAN(T0))^2)
1990 LET E4=(1+L0*TAN(T0)-E4)*Y0*Q1*L1*L2/6
2000 LET Q0=Q1*L1*L2-Q3-Q4
2010 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
2020 LET F4=(M2-M4)/(Y0*L2)-E4
2030 LET R3=Q3+F3
2040 LET R4=Q4+F4
2050 LET R0=Q0-F3-F4
2060 IF J<3 THEN 2200
2080 LET Q0=(1-X0+(1-Y0)*L0*TAN(T0))^2/(2*X0*TAN(T0))
2090 LET Q0=Q0*Q1*L1^2/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0))
2100 LET E0=Q0*(1/X0+1/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0)))/3
2110 LET F0=M2*TAN(T0)/(L1+(1-Y0)*L2*TAN(T0))
2120 LET F0=X0*(M1/(X0*L2*TAN(T0))+F0-E0)
2130 LET Q4=Y0*Q1*L1*L2/(2*X0)
2140 LET Q3=Q1*L1*L2-Q0-Q4
2150 LET E4=Q4/(3*X0)
2160 LET F4=X0*(M2-M4)/(Y0*L2)-E4
2170 LET R0=Q0+F0
2180 LET R4=Q4+F4
2190 LET R3=Q3-F0-F4
2200 PRINT
2210 PRINT:TAB(18):"REACTIUNI"
2220 PRINT:TAB(4):"R0 =" ;R0:TAB(28):"R3 =" ;R3
2230 PRINT:TAB(4):"R4 =" ;R4
2240 IF I<5 THEN 2780
2250 GOTO 4000
2260 LET Y1=Y1+0.1*INT(Y1)
2270 GOTO 660
2280 LET A2=0
2290 GOTO 850
2300 LET X1=X1+0.1
2310 GOTO 650
2320 LET T1=T1+PI/20
2330 GOTO 640
2370 LET X1=X1+0.1
2380 GOTO 970
2390 LET B2=0
2400 GOTO 1160
2410 LET Y1=Y1+0.1
2420 GOTO 950
2430 LET T1=T1+PI/20
2440 GOTO 940
2490 LET X1=X1+0.1*INT(X1)
2500 GOTO 1290
2510 LET C2=0
2520 GOTO 1500
2530 LET Y1=Y1+0.1
2540 GOTO 1270
2550 LET T1=T1+PI/2(

```

ANEXA 24.1 (continuare)

```
2560 GOTO 1260
2570 LET J=1
2580 LET M1=A4
2590 LET X0=X(4,1)
2600 LET Y0=Y(4,1)
2610 LET T0=T(4,1)
2620 GOTO 1650
2630 LET J=2
2640 LET M1=B4
2650 LET X0=X(4,2)
2660 LET Y0=Y(4,2)
2670 LET T0=T(4,2)
2680 GOTO 1650
2780 LET I=I+1
2790 GOTO 420
3000 DATA 3
3010 DATA 5,2,10,2.5,0,10
3020 DATA 5,4,10,1.25,0,0
3030 DATA 4,4,10,1,0,0
4000 END
```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE  
PE DOUA LATURI ADIACENTE SI PE COLTUL OPUS  
LOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA  
DISTRIBUITA UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN  
PENTRU FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE  
UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENT

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 2.00000
Q1 = 10.00000	K2 = 2.50000
K3 = .000000	K4 = 10.00000

PARAMETRI

X0 = .500000	Y0 = 2.20000
T0 = .628320	

MOMENTE

M1 = 6.41475	M2 = 16.0369
M3 = -.000000	M4 = -64.1475

REACTIUNI

R0 = 6.16146	R3 = 13.2207
R4 = 80.6175	

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 4.00000
Q1 = 10.00000	K2 = 1.25000
K3 = .000000	K4 = .000000

PARAMETRI

X0 = .700000	Y0 = .800000
T0 = .628320	

MOMENTE

M1 = 74.3290	M2 = 92.9113
M3 = -.000000	M4 = -.000000

REACTIUNI

R0 = 38.0373	R3 = 72.5199
R4 = 89.4420	

## PLACA 3.00000

DATE	
L1 = 4.00000	L2 = 4.00000
Q1 = 10.00000	K2 = 1.00000
K3 = .000000	K4 = .000000
PARAMETRI	
X0 = .800000	Y0 = .800000
T0 = .785400	
MOMENTE	
M1 = 59.7333	M2 = 59.7333
M3 = -.000000	M4 = -.000000
REACTIUNI	
R0 = 29.0364	R3 = 65.4814
R4 = 65.4820	

## 25. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE O LATURĂ ȘI PE DOUĂ COLȚURI, SOLICITATE PE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ UNIFORM

### 25.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi  $l_1$  și  $l_2$ , rezemată continuu pe una dintre laturile de lungime  $l_2$ , și rezemată punctual la capetele celeilalte laturi de lungime  $l_2$ . Placa admite o axă de simetrie perpendiculară pe mijloacele laturilor de lungime  $l_2$ . Reazemele punctuale sînt notate cu 0 iar reazemul liniar este notat cu 3. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea de calcul  $q$  (kN/m<sup>2</sup>). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 25.1.

Plăcile de acest tip prezintă trei scheme distincte de cedare, notate cu I, II și III, ale căror configurații sînt trasate în figurile 25.2, 25.3, și 25.4. *Schema de cedare I* depinde de un singur parametru, notat cu  $x$ , el reprezentînd raportul dintre distanța la care se găsește linia de curgere a schemei față de reazemul liniar 3, și mărimea lungimii  $l_1$ . *Schema de cedare II* depinde de doi parametri, notați cu  $x$  și  $y$ . Parametrul  $x$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsesc punctele de intersecție a liniilor de curgere cu laturile de lungime  $l_1$  față de reazemul liniar 3, și mărimea lungimii  $l_1$ . Parametrul  $y$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de linia care unește punctele de intersecție a liniilor de curgere cu laturile de lungime  $l_1$ , și mărimea lungimii  $l_1$ . *Schema de cedare III* depinde de doi parametri, notați cu  $x$  și  $z$ . Parametrul  $x$  are aceeași semnificație ca și în cazul schemei de cedare II, iar parametrul  $z$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește fiecare punct de intersecție a liniilor de curgere cu latura de lungime  $l_2$  față de reazemul punctual învecinat, și mărimea lungimii  $l_2$ .

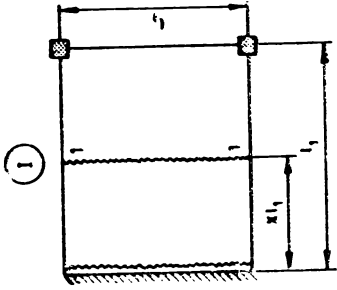


Fig. 25.2

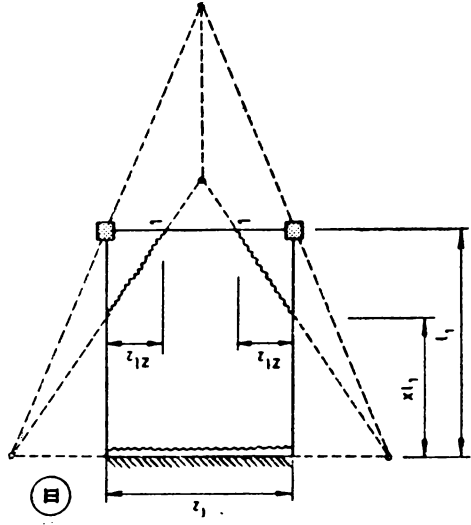


Fig. 25.4

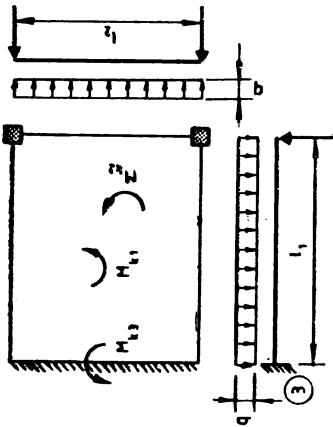


Fig. 25.1

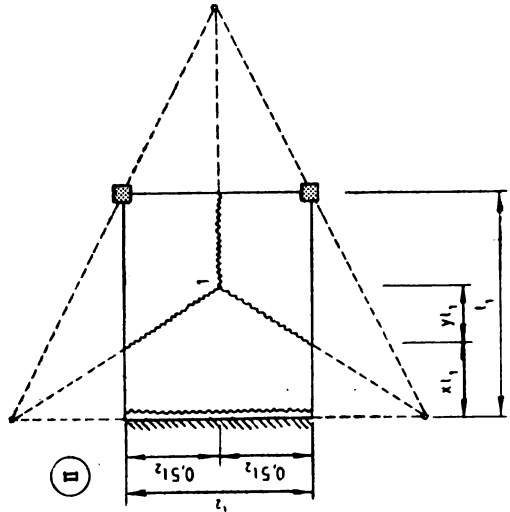


Fig. 25.3

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I, II și III pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_0$  și  $Q_3$  care acționează pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor punctuale 0 și reazemului linear 3, precum și pentru forțele nodale  $F_0$  și  $F_3$  care apar la legăturile dintre aceste porțiuni.

a) *Schema de cedare I* (fig. 25.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{x} \left[ \frac{1}{1-x} + k_3 \right]; \quad (25.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}. \quad (25.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = xql_1l_2; \quad (25.3)$$

$$Q_0 = \frac{1}{2}(ql_1l_2 - Q_3). \quad (25.4)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{x}{2} ql_1l_2; \quad (25.5)$$

$$F_0 = -F_3. \quad (25.6)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 25.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{x+y} \left[ \frac{1}{1-x} + \frac{4yk_2}{l_0} + k_3 \right]; \quad (25.7)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} \left[ \frac{(x+y)^2}{xy} - \frac{x^2}{y(x+y)} - \frac{y^2}{x(x+y)(1-x)} \right]. \quad (25.8)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{(2x+y)}{2} ql_1l_2. \quad (25.9)$$

Încărcarea  $Q_0$  este cea dată de relația (25.4).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{1}{6y} \left[ (x+y)^2 - \frac{x^2}{x+y} \right] ql_1l_2; \quad (25.10)$$

$$F_0 = -\frac{F_3}{2}. \quad (25.11)$$

c) *Schema de cedare III* (fig. 25.4)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{2z}{1-x} + \frac{2k_2(1-x)}{l_0z} + k_3; \quad (25.12)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6} [3 - 2z(1-x)]. \quad (25.13)$$

— încărcări :

$$Q_3 = [1 - z(1 - x)]ql_1l_2. \quad (25.14)$$

Încărcarea  $Q_0$  este cea dată de relația (25.4).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{2zM_{k1} + M_{k3}}{l_1} - \frac{1}{6} [3 - 2z(1 - x)(2 + x)]ql_1l_2. \quad (25.15)$$

Forța nodală  $F_0$  este cea dată de relația (25.11).

## 25.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza primului algoritm de calcul aplicat schemei de cedare I și celui de al doilea algoritm de calcul aplicat schemelor de cedare II și III, prezentați în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații, în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I* (fig. 25.2). Lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,5l_1$  și nici mai mare decât  $0,75l_1$ ; ca urmare, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,5 \leq x \leq 0,75. \quad (25.16)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 25.3). Lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,1l_1$  și nici mai mare decât  $0,9l_1$ ; ca urmare, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,1 \leq x \leq 0,9; \quad (25.17)$$

— lungimea  $yl_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,1l_1$  și deci parametrul  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea

$$y \geq 0,1; \quad (25.18)$$

— suma lungimilor  $xl_1$  și  $yl_1$  nu poate fi mai mare decât  $l_1$  și deci parametrul  $x$  și  $y$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24).

c) *Schema de cedare III* (fig. 25.4). Lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,1l_1$  și nici mai mare decât  $0,9l_1$ ; ca urmare, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile (25.17);

— lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mică decât  $0,1l_2$  și nici mai mare decât  $0,5l_2$ ; ca urmare, parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,1 \leq z \leq 0,5. \quad (25.19)$$

## 25.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 25.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 16.1, s-a obținut *programul de calcul EP-42-08*, listat în anexa 25.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1710 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 1711 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine:  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $q$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ .

*Observație.* Dacă latura rezemată a plăcii nu este încastrată, coeficientul  $k_3$  se ia egal cu zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează:

— valoarea  $x_0$  a parametrului  $x$ , dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, valorile  $x_0$  și  $y_0$  ale parametrilor  $x$  și  $y$ , dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II sau valorile  $x_0$  și  $z_0$  ale parametrilor  $x$  și  $z$ , dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare III;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din câmpul plăcii, pe cele două direcții de armare și valoarea negativă a momentului capabil  $M_{k_3}$  de pe latura rezemată continuu a plăcii;

— valoarea reacțiunii  $R_0$  din fiecare reazem punctual și valoarea reacțiunii  $R_2$  de pe latura rezemată continuu a plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 25.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 2000, 2010, 2020 și 2030, așa cum se poate vedea în listarea programului EP-12-68 conținută de anexa 25.1.

Tabelul 25.1

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	5	4	4
$l_2$	2	4	6
$q$	10	10	10
$k_2$	2	1	0,75
$k_3$	2	1	0

În anexa 25.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.



```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-08

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE O *
60 REM * LATURA SI PE CELE DOUA CULTURI OPUSE ACESTEIA. *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA *
80 REM * DISTRIBUITA UNIFORM *
90 REM *
100 REM *****
110 REM *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
150 REM *
160 REM *****
170 REM *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
210 REM *
220 REM *****
230 REM *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
250 REM * MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
260 REM *
270 REM *****

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
290 PRINT "DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
300 PRINT "PE O LATURA SI PE CELE DOUA CULTURI OPUSE"
310 PRINT "ACESTEIA, SOLICITATE DE O INCARCARE DE"
320 PRINT "SUPRAFATA DISTRIBUITA UNIFORM"
330 PRINT
340 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN"
350 PRINT "PENTRU FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE"
360 PRINT "UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
370 PRINT
380 PRINT
390 DIM X(3,2)
400 READ S
410 PRINT TAB(5); "NUMARUL PLACILOR ESTE S =" ; S
420 LET I=1
430 PRINT
440 PRINT
450 PRINT TAB(15); "PLACA " ; I
460 PRINT
470 READ L1, L2, Q1, K2, K3
480 PRINT TAB(20); "DATE"
490 PRINT TAB(4); "L1 =" ; L1 ; TAB(28); "L2 =" ; L2
500 PRINT TAB(4); "Q1 =" ; Q1 ; TAB(28); "K2 =" ; K2
510 PRINT TAB(4); "K3 =" ; K3
520 LET L0=L2/L1
530 LET A2=0
540 LET B3=0
550 LET C3=0
560 LET J=1
570 LET X1=0.5
580 LET N1=L0*X1/(2*(1/(1-X1)+K3))
590 LET A1=N1*Q1*L1^3
600 IF A2>=A1 THEN 650

```

```

610 LET A2=A1
620 LET X(2,1)=X1
630 IF X1<0.74 THEN 1410
650 LET J=2
660 LET B2=0
670 LET X1=0.1
680 LET Y1=0.1
690 LET N2=(1/(1-X1)+4*Y1*K2/L0+K3)/(X1+Y1)
700 LET N1=X1^2/(Y1*(X1+Y1))+Y1^2/(X1*(X1+Y1)*(1-X1))
710 LET N1=L0*((X1+Y1)^2/(X1*Y1)-N1)/(6*N2)
720 LET B1=N1*Q1*L1^3
730 IF B2>=B1 THEN 780
740 LET B2=B1
750 LET X2=X1
760 LET Y2=Y1
770 IF Y1<0.99-X1 THEN 1440
780 IF B3>=B2 THEN 850
790 LET B3=B2
800 LET X(3,1)=X2
810 LET Y3=Y2
820 LET B2=0
830 IF X1<0.89 THEN 1460
850 LET J=3
860 LET C2=0
870 LET Z1=0.5
880 LET X1=0.1
890 LET N2=2*Z1/(1-X1)+2*K2*(1-X1)/(L0*Z1)+K3
910 LET N1=L0*(3-2*Z1*(1-X1))/(6*N2)
920 LET C1=N1*Q1*L1^3
930 IF C2>=C1 THEN 980
940 LET C2=C1
950 LET X2=X1
960 LET Z2=Z1
970 IF X1<0.89 THEN 1530
980 IF C3>=C2 THEN 1040
990 LET C3=C2
1000 LET X(3,2)=X2
1010 LET Z3=Z2
1020 LET C2=0
1030 IF Z1>0.11 THEN 1550
1040 IF A2<B3 THEN 1060
1050 IF A2>=C3 THEN 1570
1060 IF B3>=C3 THEN 1610
1070 LET J=3
1080 LET M1=C3
1090 LET X0=X(3,2)
1100 LET Z0=Z3
1110 LET M2=K2*M1
1120 LET M3=-K3*M1
1130 PRINT
1140 IF J<2 THEN 1655
1150 PRINT:TAB(18);"PARAMETRI"
1160 IF J<3 THEN 1680
1170 PRINT:TAB(4);"X0 =" ;X0:TAB(28);"Z0 =" ;Z0
1180 PRINT
1190 PRINT:TAB(19);"MOMENTE"
1200 PRINT:TAB(4);"M1 =" ;M1:TAB(28);"M2 =" ;M2
1210 PRINT:TAB(4);"M3 =" ;M3
1220 IF J>1 THEN 1260
1230 LET Q3=X0*Q1*L1*L2
1240 LET E3=Q3/2

```

```

1250 IF J<2 THEN 1290
1260 IF J>2 THEN 1310
1270 LET Q3=(2*X0+Y0)*Q1*L1*L2/2
1280 LET E3=((X0+Y0)^3-X0^3)*Q1*L1*L2/(6*Y0*(X0+Y0))
1290 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1300 IF J<3 THEN 1340
1310 LET Q3=(1-Z0*(1-X0))*Q1*L1*L2
1320 LET E3=(3-2*Z0*(1-X0)*(2+X0))*Q1*L1*L2/6
1330 LET F3=(2*Z0*M1-M3)/L1-F3
1340 LET R3=Q3+F3
1350 LET R0=(Q1*L1*L2-R3)/2
1360 PRINT
1370 PRINT;TAB(18);"REACTIONI"
1380 PRINT;TAB(4);"R0 =" ;TAB(28);"R3 =" ;R3
1390 IF I<5 THEN 1700
1400 GOTO 3000
1410 LET X1=X1+0.05
1420 GOTO 580
1440 LET Y1=Y1+0.05
1450 GOTO 690
1460 LET X1=X1+0.05
1470 GOTO 680
1530 LET X1=X1+0.05
1540 GOTO 900
1550 LET Z1=Z1-0.05
1560 GOTO 880
1570 LET J=1
1580 LET M1=A2
1590 LET X0=X(2,1)
1600 GOTO 1110
1610 LET J=2
1620 LET M1=B3
1630 LET X0=X(3,1)
1640 LET Y0=Y3
1650 GOTO 1110
1655 PRINT;TAB(18);"PARAMETRU"
1660 PRINT;TAB(16);"X0 =" ;X0
1670 GOTO 1180
1680 PRINT;TAB(4);"X0 =" ;X0 ;TAB(28);"Y0 =" ;Y0
1690 GOTO 1180
1700 LET I=I+1
1710 GOTO 430
2000 DATA 3
2010 DATA 5.2,10.2,2
2020 DATA 4.4,10.1,1
2030 DATA 4.6,10.0,75.0
3000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
DREPTUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE  
PE O LATURA SI PE CELE DOUA COLTURI OPUSE  
ACESTEIA, SOLICITATE DE O INCARCARE DE  
SUPRAFATA DISTRIBUITA UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN  
PENTRU FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE  
UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 5.00000                      L2 = 2.00000  
Q1 = 10.0000                      K2 = 2.00000  
K3 = 2.00000

PARAMETRU

X0 = .650000

MOMENTE

M1 = 33.4559                      M2 = 66.9118  
M3 = -66.9118

REACTIUNI

R0 = 18.3085                      R3 = 63.3025

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 4.00000                      L2 = 4.00000  
Q1 = 10.0000                      K2 = 1.00000  
K3 = 1.00000

PARAMETRI

X0 = .900000                      Z0 = .100000

MOMENTE

M1 = 63.5733                      M2 = 63.5733  
M3 = -63.5733

REACTIUNI

R0 = 30.4905                      R3 = 99.0790

PLACA 3.00000

DATE

L1 = 4.00000                      L2 = 6.00000  
Q1 = 10.0000                      K2 = .750000  
K3 = .000000

PARAMETRI

X0 = .850000                      Z0 = .100000

MOMENTE

M1 = 167.718                      M2 = 125.789  
M3 = -.000000

REACTIUNI

R0 = 55.8970                      R3 = 128.206

## 26. PLĂCI TRAPEZOIDALE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

### 26.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă din beton armat în formă de *trapez isoscel*, avînd baza mare de lungime  $l_1$ , baza mică de lungime  $l_3$ , înălțimea de lungime  $l_2$  și laturile neperalele de lungime  $l_4$ . Placa este rezemată pe tot conturul, reazemele de pe lungimea laturilor neperalele fiind notate cu 3, reazemul de pe lungimea bazei mici fiind notat cu 4, iar cel de pe lungimea bazei mari fiind notat cu 6. Armarea plăcii pe cele două reazeme notate cu 3 este aceeași; ca urmare, momentele capabile de pe aceste reazeme au aceeași valoare. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția celor două baze și are o variație liniară pe direcția normalei la aceste baze.

Intensitatea cea mai mare a încărcării, notată cu  $q_1$ , corespunde bazei mici, iar intensitatea cea mai mică, notată cu  $q_2$ , corespunde bazei mari a plăcii. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 26.1.

Schemele distincte de cedare ale plăcii de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 26.2 și 26.3. Amîndouă schemele sînt simetrice în raport cu axa care trece prin mijloacele celor două baze ale plăcii. *Schema de cedare I* depinde de doi parametri, notați cu  $x$  și  $z$ . Parametrul  $x$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește normala la cele două baze ale plăcii, care trece prin unul din punctele de intersecție ale liniilor de curgere, față de extremitatea bazei mari învecinată acestei normale, și mărimea lungimii  $l_1$  a acestei baze. Parametrul  $z$  este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește linia definită de cele două puncte de intersecție a liniilor de curgere față de baza mare a plăcii, și mărimea înălțimii  $l_2$  a plăcii. *Schema de cedare II* depinde de doi parametri, notați cu  $v$  și  $w$ . Parametrul  $v$  este egal cu raportul dintre distanța față de baza mare a punctului de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei baze și mărimea înălțimii  $l_2$  a plăcii. Parametrul  $w$  este egal cu raportul dintre distanța față de baza mică a punctu-

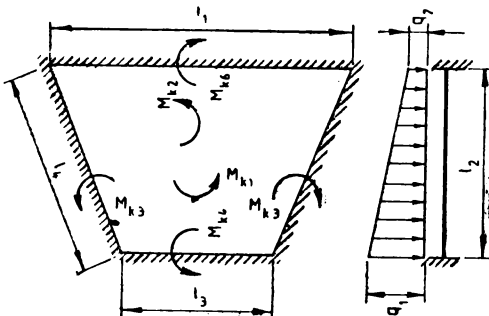


Fig. 26.1

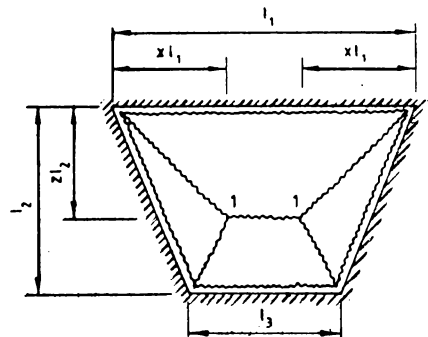


Fig. 26.2

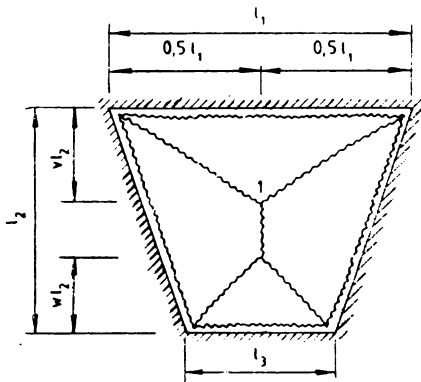


Fig. 26.3

lui de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei baze și mărimea înălțimii  $l_2$  a plăcii.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I și II pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$ ,  $Q_4$  și  $Q_6$  aplicate pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor 3, 4 și 6, precum și pentru forțele nodale  $F_3$ ,  $F_4$  și  $F_6$  care apar la legăturile dintre aceste porțiuni.

a) *Schema de cedare I* (fig. 26.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 + (1 - m_0)^2 k_2 + 4n_0 k_3}{l_0 [2x - (1 - m_0)z]} + \frac{m_0 k_2 + k_4}{l_0 (1 - z)} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 z}; \quad (26.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24} [2m_0(1 + q_0) + 2(1 + 3q_0)(1 - x) + z(1 - q_0)(3 + m_0 - 4x)]. \quad (26.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0}{12} [2x - z(1 - m_0)] [1 + 2q_0 + z(1 - q_0)] q_1 l_1^2; \quad (26.3)$$

$$Q_4 = \frac{l_0(1 - z)}{6} [3(1 + m_0 - 2x) - (2 + m_0 - 4x)(1 - q_0)(1 - z)] q_1 l_1^2; \quad (26.4)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 z}{6} [6q_0(1 - x) + z(1 - q_0)(3 - 4x)] q_1 l_1^2. \quad (26.5)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{m_0 M_{k_2} + M_{k_4}}{l_0(1 - z)l_1} - \frac{l_0(1 - z)}{12} [4 + 2m_0 - 8x - (1 - q_0)(3 + m_0 - 6x)(1 - z)] q_1 l_1^2; \quad (26.6)$$

$$F_6 = \frac{M_{k_2} + M_{k_4}}{l_0 z l_1} - \frac{l_0 z}{6} [q_0(3 - 4x) + z(1 - q_0)(2 - 3x)] q_1 l_1^2; \quad (26.7)$$

$$F_3 = -\frac{F_4 + F_6}{2}. \quad (26.8)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 26.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{w[4(l_0 + n_0 k_3) + (1 - m_0)^2 k_2] + [m_0 + w(1 - m_0)](m_0 k_2 + k_4)}{l_0 w [1 - v(1 - m_0)]} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 v}; \quad (26.9)$$

$$\begin{aligned} \lambda_Q = & \frac{l_0 v [2q_0 + v(1 - q_0)]}{12} + \frac{l_0 m_0 v [m_0 + w(1 - m_0)] [2 - w(1 - q_0)]}{12[1 - v(1 - m_0)]} + \\ & + \frac{l_0 v [1 - v(1 - m_0)] [4q_0 + 3v(1 - q_0)]}{24} + \frac{l_0 w [m_0 + w(1 - m_0)]^2 [4 - 3w(1 - q_0)]}{24[1 - v(1 - m_0)]} + \\ & + \frac{0}{24[1 - v(1 - m_0)]} \{12m_0^2(1 - v - w) + 6m_0(2 - 3m_0q_0)[(1 - v)^2 - w^2] + \\ & + 4(1 - m_0)(1 - 3m_0 + 2m_0q_0)[(1 - v)^3 - w^3] - 3(1 - m_0)^2(1 - q_0)[(1 - \\ & - v^4(-w^4)]\}; \end{aligned} \quad (26.10)$$

— încărcări :

$$\begin{aligned} Q_3 = & \frac{l_0 v}{12} [1 - v(1 - m_0)] [3q_0 + 2v(1 - q_0)] q_1 l_1^2 + \frac{l_0 w}{12} [m_0 + w(1 - m_0)] [3 - \\ & - 2w(1 - q_0)] q_1 l_1^2 + \frac{l_0}{12} \{6m_0(1 - v - w) + 3[1 - m_0(2 - q_0)] [(1 - v)^2 - w^2] - \\ & - 2(1 - m_0)(1 - q_0)[(1 - v)^3 - w^2]\} \cdot q_1 l_1^2; \end{aligned} \quad (26.11)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 m_0 w}{6} [3 - w(1 - q)] q_1 l_1^2; \quad (26.12)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 v}{6} [3q_0 + v(1 - q_0)] q_1 l_1^2. \quad (26.13)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{m_0 M_{k2} + M_{k4}}{l_0 w l_1} - \frac{l_0 m_0 w}{12} [2 - w(1 - q_0)] q_1 l_1^2; \quad (26.14)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{l_0 v l_1} - \frac{l_0 v}{12} [2q_0 + v(1 - q_0)] q_1 l_1^2. \quad (26.15)$$

Forța nodală  $F_3$  este cea dată de relația (26.8).

## 26.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de la doilea algoritm de calcul aplicat schemelor de cedare I și II, prezentat în paragraful 17.2, ținându-se seama de următoarele observații, în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I* (fig. 26.2). Lungimea  $x l_1$  nu poate fi mai mică decât  $0,15 l_1$  și nici mai mare decât  $0,5 l_1$ ; ca urmare, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,15 \leq x \leq 0,5 \quad (26.16)$$

— lungimea  $z l_2$  nu poate fi mai mică decât  $0,25 l_2$  și nici mai mare decât  $0,75 l_2$ ; ca urmare a parametrului  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,25 \leq z \leq 0,75; \quad (26.17)$$

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I în cadrul algoritmului de calcul este  $x, z$ .

b) *Schema de cedare II* (fig. 26.3). Lungimea  $vl_2$  nu poate fi mai mică decît 0,15  $l_2$  dacă  $l_1 \geq 0,6 l_2$  sau decît 0,25  $l_1$  dacă  $l_1 < 0,6 l_2$ ; ca urmare, parametrul  $v$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$v \geq 0,15 \text{ pentru } l_1 \geq 0,6 l_2 \quad (26.18)$$

sau

$$v \geq \frac{0,25}{l_0} \text{ pentru } l_1 < 0,6 l_2; \quad (26.19)$$

— lungimea  $wl_2$  nu poate fi mai mică decît 0,15  $l_2$  dacă  $l_3 \geq 0,6 l_2$  sau decît 0,25  $l_3$  dacă  $l_3 < 0,6 l_2$  și nici mai mare decît 0,75  $l_2$ ; în consecință, parametrul  $w$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$w \geq 0,15 \text{ pentru } l_3 \geq 0,6 l_2 \quad (26.20)$$

sau

$$w \geq \frac{0,25 m_0}{l_0} \text{ pentru } l_3 < 0,6 l_2 \quad (26.21)$$

și

$$w \leq 0,75; \quad (26.22)$$

— suma lungimilor  $vl_2$  și  $wl_2$  nu poate fi mai mare decît  $l_2$  și deci parametrul  $v$  și  $w$  trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29);

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare II în cadrul algoritmului de calcul este  $v, w$ .

## 26.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiunilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 26.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-42-09*, listat în anexa 26.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1 830 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3 000, iar partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 1 831 și 2 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $l_1, l_2, l_3, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4, k_6$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile  $x_0$  și  $z_0$  ale parametrilor  $x$  și  $z$ , dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, sau valorile  $v_0$  și  $w_0$  ale parametrilor  $v$  și  $w$ , dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din cîmpul plăcii, pe direcția bazelor și pe direcția înălțimii plăcii și valorile negative ale momentelor  $M_{k_3}, M_{k_4}$  și  $M_{k_6}$ , de pe laturile 3, 4 și 6 ale plăcii;

— valorile reacțiunilor  $R_3, R_4$  și  $R_6$  de pe laturile 3, 4 și 6 ale plăcii.



Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul EP-42-09 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 26.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 2 000, 2 010, 2 020 și 2 030 așa cum se poate vedea în listarea programului EP-42-09 conținută de anexa 26.1.

Tabelul 26.1

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	6	6	4
$l_2$	3	3	8
$l_3$	3	3	2
$q_1$	10	10	10
$q_2$	10	0	0
$k_2$	1,25	1,25	0,25
$k_3$	1,5	1,5	1,5
$k_4$	2	0	0,5
$k_5$	0	2	1

În anexa 26.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-09

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE 0 INCARCARE *
70 REM * DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR *
80 REM *
90 REM *****
100 REM *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
140 REM *
150 REM *****
160 REM *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
190 REM * SUPRAFATA SI KN *M PENTRU MOMENTE *
200 REM *
210 REM *****
220 REM *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
240 REM * MICROCALCULATORILE FELIX M-18 SI M-118 *
250 REM *
260 REM *****

270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
290 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE 0 INCARCARE"
300 PRINT "DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
350 PRINT
360 PRINT
370 READ S
380 PRINT: TAB(5): "NUMARUL PLACILOR ESTE S =" : S
390 LET I=1
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT: TAB(15): "PLACA " : I
430 PRINT
440 READ L1, L2, L3, Q1, Q2, K2, K3, K4, K6
450 LET L4=SQR((L1-L3)^2/4+L2^2)
460 PRINT: TAB(20): "DATE"
470 PRINT: TAB(4): "L1 =" : L1 : TAB(28): "L2 =" : L2
480 PRINT: TAB(4): "L3 =" : L3 : TAB(28): "L4 =" : L4
490 PRINT: TAB(4): "Q1 =" : Q1 : TAB(28): "Q2 =" : Q2
500 PRINT: TAB(4): "K2 =" : K2 : TAB(28): "K3 =" : K3
510 PRINT: TAB(4): "K4 =" : K4 : TAB(28): "K6 =" : K6
520 LET L0=L2/L1
530 LET M0=L3/L1
540 LET N0=L4/L1
550 LET Q0=Q2/Q1
560 LET A2=0
570 LET A3=0
580 LET B2=0
590 LET B3=0
610 LET Z1=0.25

```

```

620 LET X1=0.5
640 LET N2=4*L0+(1-M0)^2*K2+4*N0*K3
650 LET N2=N2/(L0*(2*X1-(1-M0)*Z1))
660 LET N2=(M0*K2+K4)/((1-Z1)*L0)+(K2+K6)/(L0*Z1)+N2
670 LET N1=2*M0*(1+Q0)+2*(1+3*Q0)*(1-X1)
680 LET N1=L0*(Z1*(1-Q0)*(3+M0-4*X1)+N1)/(24*N2)
690 LET A1=N1*Q1*L1^3
700 IF A2>=A1 THEN 750
710 LET A2=A1
720 LET X2=X1
730 LET Z2=Z1
740 IF X1>0.16 THEN 1670
750 IF A3>=A2 THEN 810
760 LET A3=A2
770 LET X3=X2
780 LET Z3=Z2
790 LET A2=0
800 IF Z1<0.74 THEN 1690
810 IF INT(5*M0/L0)<3 THEN 1705
820 LET W1=0.15
830 IF INT(5/L0)<3 THEN 1715
840 LET V1=0.15
860 LET N2=(M0+W1*(1-M0))*(M0*K2+K4)
870 LET N2=N2/(W1*L0*(1-V1*(1-M0)))
880 LET N2=(4*(L0+N0*K3)+K2*(1-M0)^2)/(L0*(1-V1*(1-M0)))+N2
890 LET N2=(K2+K6)/(L0*V1)+N2
900 LET N1=3*(1-Q0)*(1-M0)^2*((1-V1)^4-W1^4)
910 LET N1=4*(1-M0)*(1-M0*(3-2*Q0))*((1-V1)^3-W1^3)-N1
920 LET N1=6*M0*(2-M0*(3-Q0))*((1-V1)^2-W1^2)+N1
930 LET N1=(2*M0^2*(1-V1-W1)+N1)*L0
940 LET N1=L0*W1*(4-3*W1*(1-Q0))*(M0+W1*(1-M0))^2+N1
950 LET N1=2*L0*M0*W1*(2-W1*(1-Q0))*(M0+W1*(1-M0))+N1
960 LET N1=N1/(24*(1-V1*(1-M0))+L0*V1*(2*Q0+V1*(1-Q0)))/12
970 LET N1=L0*V1*(1-V1*(1-M0))*(4*Q0+3*V1*(1-Q0))/24+N1
980 LET N1=N1/N2
990 LET B1=N1*Q1*L1^3
1000 IF B2>=B1 THEN 1060
1010 LET B2=B1
1020 LET V2=V1
1030 LET W2=W1
1040 IF V1+W1<0.99 THEN 1725
1060 IF A3>=B2 THEN 1120
1070 LET B3=B2
1080 LET V3=V2
1090 LET W3=W2
1100 LET B2=0
1110 IF W1<0.74 THEN 1735
1120 IF A3<B3 THEN 1750
1130 LET J=1
1140 LET M1=A3
1150 LET X0=X3
1160 LET Z0=Z3
1170 LET M2=K2*M1
1180 LET M3=-K3*M1
1190 LET M4=-K4*M1
1200 LET M6=-K6*M1
1210 PRINT
1220 PRINT:TAB(18);"PARAMETRI"
1230 IF J>1 THEN 1800
1240 PRINT:TAB(4);"X0 =" ;X0:TAB(28);"Z0 =" ;Z0
1250 PRINT
1260 PRINT:TAB(19);"MOMENTE"
1270 PRINT:TAB(4);"M1 =" ;M1:TAB(29);"M2 =" ;M2

```

```

1280 PRINT:TAB(4):"M3 =" ;M3:TAB(28):"M4 =" ;M4
1290 PRINT:TAB(4):"M6 =" ;M6
1300 IF J>1 THEN 1430
1310 LET Q3=(2*X0-Z0*(1-M0))*(1+2*Q0+Z0*(1-Q0))*Q1*L1*L2/12
1320 LET Q4=3*(1+M0-2*X0)-(2+M0-4*X0)*(1-Q0)*(1-Z0)
1330 LET Q4=(1-Z0)*Q4*Q1*L1*L2/6
1340 LET E4=4+2*M0-8*X0-(3+M0-6*X0)*(1-Q0)*(1-Z0)
1350 LET E4=(1-Z0)*F4*Q1*L1*L2/12
1360 LET F4=(M0*M2-M4)/((1-Z0)*L2)-E4
1370 LET Q6=6*Q0*(1-X0)+Z0*(1-Q0)*(3-4*X0)
1380 LET Q6=Q6*Z0*Q1*L1*L2/6
1390 LET F6=Q0*(3-4*X0)+Z0*(1-Q0)*(2-3*X0)
1400 LET E6=E6*Z0*Q1*L1*L2/6
1410 LET F6=(M2-M6)/(Z0*L2)-E6
1420 IF J<2 THEN 1550
1430 LET Q3=V0*(1-V0*(1-M0))*(3*Q0+2*V0*(1-Q0))
1440 LET Q3=W0*(M0+W0*(1-M0))*(3-2*W0*(1-Q0))+Q3
1450 LET Q3=6*M0*(1-V0-W0)+Q3
1460 LET Q3=3*(1-M0*(2-Q0))*((1-V0)^2-W0^2)+Q3
1470 LET Q3=Q3-2*(1-Q0)*(1-M0)*((1-V0)^3-W0^3)
1480 LET Q3=Q3*Q1*L1*L2/12
1490 LET Q4=(3-W0*(1-Q0))*W0*Q1*L2*L3/6
1500 LET E4=(2-W0*(1-Q0))*W0*Q1*L2*L3/12
1510 LET F4=(M0*M2-M4)/(W0*L2)-E4
1520 LET Q6=(3*Q0+V0*(1-Q0))*V0*Q1*L1*L2/6
1530 LET E6=(2*Q0+V0*(1-Q0))*V0*Q1*L1*L2/12
1540 LET F6=(M2-M6)/(V0*L2)-E6
1550 LET F3=-(F4+F6)/2
1560 LET R3=Q3+F3
1570 LET R4=Q4+F4
1580 LET R6=Q6+F6
1590 PRINT
1600 PRINT:TAB(18):"REACTIONI"
1610 PRINT:TAB(4):"R3 =" ;R3:TAB(28):"R4 =" ;R4
1620 PRINT:TAB(4):"R6 =" ;R6
1630 IF I<S THEN 1820
1640 GOTO 3000
1670 LET X1=X1-0.05
1680 GOTO 640
1690 LET Z1=Z1+0.05
1700 GOTO 620
1705 LET W1=INT(5*M0/L0)/20
1710 GOTO 830
1715 LET V1=INT(5/L0)/20
1720 GOTO 860
1725 LET V1=V1+0.05
1730 GOTO 860
1735 LET W1=W1+0.05
1740 GOTO 830
1750 LET J=2
1760 LET M1=B3
1770 LET V0=V3
1780 LET W0=W3
1790 GOTO 1170
1800 PRINT:TAB(4):"V0 =" ;V0:TAB(28):"W0 =" ;W0
1810 GOTO 1250
1820 LET I=I+1
1830 GOTO 400
2000 DATA 3
2010 DATA 6.3,3,10,10,1.25,1.5,2,0
2020 DATA 6.3,3,10,0,1.25,1.5,0,2
2030 DATA 4.8,2,10,0,0.25,1.5,0.5,1
3000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE  
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE  
DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 6.00000	L2 = 3.00000
L3 = 3.00000	L4 = 3.35410
Q1 = 10.0000	Q2 = 10.0000
K2 = 1.25000	K3 = 1.50000
K4 = 2.00000	K6 = .000000

PARAMETRI

X0 = .450000	Z0 = .350000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 9.33496	M2 = 11.6687
M3 = -14.0024	M4 = -18.6699
M6 = -.000000	

REACTIUNI

R3 = 33.9104	R4 = 34.0163
R6 = 33.1630	

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 6.00000	L2 = 3.00000
L3 = 3.00000	L4 = 3.35410
Q1 = 10.0000	Q2 = .000000
K2 = 1.25000	K3 = 1.50000
K4 = .000000	K6 = 2.00000

PARAMETRI

V0 = .700000	W0 = .250000
--------------	--------------

MOMENTE

M1 = 4.44781	M2 = 5.55976
M3 = -6.67172	M4 = -.000000
M6 = -8.89562	

REACTIUNI

R3 = 17.5144	R4 = 10.7379
R6 = 14.2335	

## PLACA 3.00000

## DATE

$L1 = 4.00000$	$L2 = 8.00000$
$L3 = 2.00000$	$L4 = 8.06225$
$Q1 = 10.00000$	$Q2 = .000000$
$K2 = .250000$	$K3 = 1.500000$
$K4 = .500000$	$K6 = 1.000000$

## PARAMETRI

$V0 = .400000$	$W0 = .200000$
----------------	----------------

## MOMENTE

$M1 = 10.4358$	$M2 = 2.60895$
$M3 = -15.6537$	$M4 = -5.21790$
$M6 = -10.4358$	

## REACTIONI

$R3 = 42.0568$	$R4 = 14.2098$
$R6 = 6.34316$	

## 27. PLĂCI TRAPEZOIDALE REZEMATE PE TREI LATURI ȘI LIBERE PE A PATRA LATURĂ, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

### 27.1. SCHEME DE CEDARE

Se consideră o placă din beton armat în formă de *trapez isoscel*, avînd baza mare de lungime  $l_1$ , baza mică de lungime  $l_3$ , înălțimea de lungime  $l_2$  și laturile neperalele de lungime  $l_4$ . Placa este rezemată pe lungimea bazei mici și pe lungimea celor două laturi neperalele și este liberă pe lungimea bazei mari. Reazemele corespunzătoare laturilor neperalele sînt notate cu  $\beta$ , iar reazemul corespunzător bazei mici este notat cu  $\lambda$ . Armarea plăcii pe cele două reazeme notate cu  $\beta$  este aceeași; ca urmare, momentele capabile de pe aceste reazeme au aceeași valoare. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția celor două baze și are o variație liniară pe direcția normalei la aceste baze.

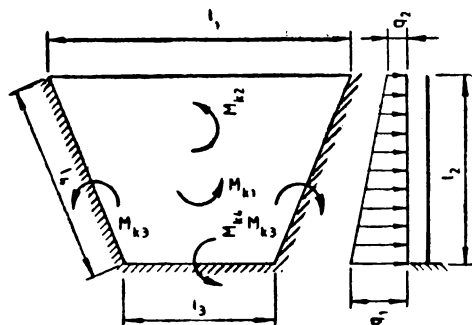


Fig. 27.1

Intensitatea cea mai mare a încărcării este în direcția bazei mici.

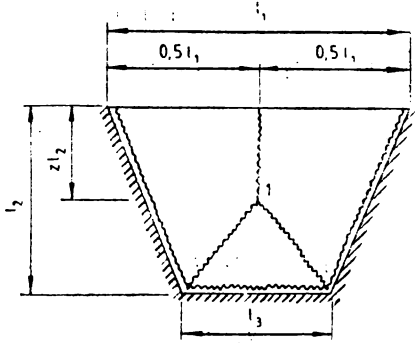


Fig. 27.3

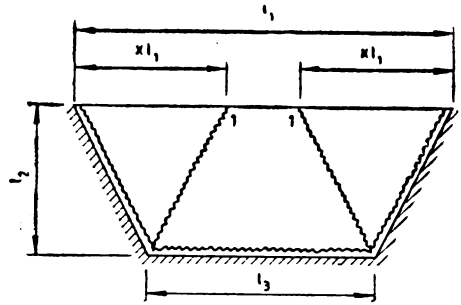


Fig. 27.2

cării, notată cu  $q_1$  corespunde bazei mici, iar intensitatea cea mai mică, notată cu  $q_2$  corespunde bazei mari a plăcii. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 27.1.

Schemele distincte de cedare ale plăcii de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 27.2 și 27.3. Amîndouă schemele sînt simetrice în raport cu axa care trece prin mijloacele celor două baze ale plăcii.

Schema de cedare I depinde de un singur parametru, notat cu  $z$ . Acest parametru este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de baza mare a plăcii, și lungimea înălțimii  $l_2$  a plăcii.

Schema de cedare II depinde tot de un singur parametru, notat cu  $x$ . Acest parametru este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a uneia dintre liniile de curgere ale schemei cu baza mare a plăcii, față de extremitatea acestei baze învecinată lui, și lungimea  $l_1$  a bazei mari a plăcii.

## 27.2. RELAȚII DE CALCUL

Notațiile necesare pentru efectuarea calculului în domeniul plastic al unei astfel de plăci sînt definite și codificate în tabelul 16.1. Folosind aceste notații, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I și II pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$  și  $Q_4$  aplicate pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor 3 și 4, precum și pentru forțele nodale  $F_3$  și  $F_4$  care apar în legăturile dintre aceste porțiuni.

a) *Schema de cedare I* (fig. 27.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 - m_0(1 - m_0)k_2 + 4n_0k_3}{l_0[1 - z(1 - m_0)]} + \frac{m_0k_2 + k_4}{l_0(1 - z)} \quad (27.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0 z}{24[1 - z(1 - m_0)]} [12q_0 + 6z(1 + 2m_0q_0 - 3q_0) -$$

$$\begin{aligned}
 & - 4z^2(1 - m_0)(2 + m_0q_0 - 3q_0) + 3z^3(1 - q_0)(1 - m_0)^2] + \\
 & + \frac{l_0(1 - z)}{24} [1 - z(1 - m_0)][1 - 3(1 - q_0)(1 - z)] + \\
 & + \frac{l_0m_0(1 - z)}{12} [2 - (1 - q_0)(1 - z)]. \quad (27.2)
 \end{aligned}$$

— încărcări :

$$\begin{aligned}
 Q_3 = \frac{z}{12} [6q_0 + 3z(1 - 2q_0 + m_0q_0) - 2z^2(1 - m_0)(1 - q_0)]q_1l_1l_2 + \\
 + \frac{1 - z}{12} [1 - z(1 - m_0)][3 - 2(1 - z)(1 - q_0)]q_1l_1l_2 ; \quad (27.3)
 \end{aligned}$$

$$Q_4 = \frac{m_0(1 - z)}{6} [3 - (1 - q_0)(1 - z)]q_1l_1l_2. \quad (27.4)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{m_0M_{k2} + M_{k4}}{(1 - z)l_2} - \frac{m_0(1 - z)}{12} [2 - (1 - q_0)(1 - z)]q_1l_1l_2 ; \quad (27.5)$$

$$F_3 = -\frac{F_4}{2}. \quad (27.6)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 27.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 + (2x + m_0 - 1)^2k_2 + 4\nu_0k_3 + 2xk_4}{2l_0x} ; \quad (27.7)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{12} [x(1 + 3q_0) + 1 + m_0 - 2x + q_0(3 + m_0 - 6x)] ; \quad (27.8)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{6} (1 + 2q_0)q_1l_1l_2 ; \quad (27.9)$$

$$Q_4 = \frac{1}{6} [(1 + 2q_0)(1 - 2x) + m_0(2 + q_0)]q_1l_1l_2 ; \quad (27.10)$$

— forțe nodale :

$$\begin{aligned}
 F_4 = \frac{(2x + m_0 - 1)M_{k2} + M_{k4}}{l_2} - \frac{1}{12} [1 + m_0 - 2x + q_0(3 + \\
 + m_0 - 6x)]q_1l_1l_2. \quad (27.11)
 \end{aligned}$$

Forța nodală  $F_3$  este cea dată de relația (27.6).

### 27.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza primului algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, aplicat schemelor de cedare I și II, ținându-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :



a) *Schema de cedare I* (fig. 27.2) Această schemă poate fi reală numai dacă lungimile  $l_2$  și  $l_3$  satisfac inegalitatea  $4l_2 \geq l_3$ , deci numai parametrii  $l_0$  și  $m_0$  satisfac inegalitatea :

$$4l_0 \geq m_0 ; \quad (27.12)$$

— lungimea  $zl_2$  poate avea valoarea zero și ea nu poate fi mai mare decât diferența  $l_2 - \frac{l_3}{4}$  ; ca urmare, parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0 \leq z \leq 1 - 0,25 m_0 ; \quad (27.13)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 27.3). Această schemă poate fi reală numai dacă lungimile  $l_1$  și  $l_2$  satisfac inegalitatea  $l_2 \leq l_1$ , deci numai dacă parametrul  $l_0$  satisface inegalitatea :

$$l_0 \leq 1 ; \quad (27.14)$$

— lungimea  $xl_1$  nu poate fi mai mică decât  $\frac{l_2}{2}$  și nici mai mare decât  $\frac{l_1}{2}$  ; în consecință, parametrul  $x$  trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,5 l_0 \leq x \leq 0,5. \quad (27.15)$$

## 27.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 27.3, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 16.1, s-a obținut *programul de calcul EP-42-10* listat în anexa 27.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1 330 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1 331 și 2 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $l_1, l_2, l_3, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4$ .

*Observație.* Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valoarea  $z_0$  a parametrului  $z$  dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, sau valoarea  $x_0$  a parametrului  $x$  dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din câmpul plăcii, pe direcția bazelor și pe direcția înălțimii plăcii, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}$  și  $M_{k_4}$  de pe laturile 3 și 4 ale plăcii ;

— valorile reacțiilor  $R_3$  și  $R_4$  de pe laturile 3 și 4 ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m<sup>2</sup> pentru forțe de unitate de suprafață și kNm pentru momente.

*Pentru exemplificare*, programul EP-42-10 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 27.1. Partea mo-

bilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, având etichetele 2 000, 2 010, 2 020 și 2 030, așa cum se poate vedea în listarea conținută de anexa 27.1.

*Tabelul 27.1*

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	6	6	
$l_2$	3	3	6
$l_3$	3	3	3
$q_1$	10	10	10
$q_2$	10	0	0
$k_2$	1	1	0,5
$k_3$	0	1,5	1,5
$k_4$	1,5	1,5	0,5

În anexa 27.2 sint reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```

10 REM PROGRAMUL EP-42-10

20 REM *
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE TREI *
60 REM * LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA, SOLICITATE *
70 REM * DE O INCARCARE DE SUPRAFATA DISTRIBUTA LINIAR *
80 REM *
90 REM *
100 REM *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
140 REM *
150 REM *
160 REM *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
190 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
200 REM *
210 REM *
220 REM *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
250 REM *
260 REM *

270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
290 PRINT "TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,"
300 PRINT "SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA"
310 PRINT "DISTRIBUTA LINIAR"
320 PRINT
330 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
340 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
350 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
360 PRINT
370 PRINT
380 READ S
390 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE S =" ;S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT;TAB(15);"PLACA " ;I
440 PRINT
450 READ L1,L2,L3,Q1,Q2,K2,K3,K4
460 LET L4=SQR((L1-L3)^2/4+L2^2)
470 PRINT;TAB(20);"DATE"
480 PRINT;TAB(4);"L1 =" ;L1;TAB(28);"L2 =" ;L2
490 PRINT;TAB(4);"L3 =" ;L3;TAB(28);"L4 =" ;L4
500 PRINT;TAB(4);"Q1 =" ;Q1;TAB(28);"Q2 =" ;Q2
510 PRINT;TAB(4);"K2 =" ;K2;TAB(28);"K3 =" ;K3
520 PRINT;TAB(4);"K4 =" ;K4
530 LET L0=L2/L1
540 LET M0=L3/L1
550 LET N0=L4/L1
560 LET Q0=Q2/Q1
570 LET A2=0
580 LET B2=0
590 IF 4*L0<M0 THEN 750
600 LET J=1

```

```

610 LET Z1=0
620 LET N2=(4*L0-(1-M0)*M0*K2+4*N0*K3)/(L0*(1-Z1*(1-M0)))
630 LET N2=(M0*K2+K4)/(L0*(1-Z1))+N2
640 LET N1=6*Z1*(1-3*Q0+2*Q0*M0)+3*(1-Q0)*(1-M0)^2*Z1^3
650 LET N1=N1-4*(1-M0)*(2-3*Q0+Q0*M0)*Z1^2
660 LET N1=L0*Z1*(12*Q0+N1)/(1-Z1*(1-M0))
670 LET M1=L0*(1-Z1)*(1-Z1*(1-M0))*(4-3*(1-Q0)*(1-Z1))+N1
680 LET N1=(2*L0*M0*(1-Z1)*(2-(1-Q0)*(1-Z1))+N1)/(24*N2)
690 LET A1=N1*Q1*L1^3
700 IF A2>=A1 THEN 740
710 LET A2=A1
720 LET Z2=Z1
730 IF Z1<1-M0/(4*L0) THEN 1220
740 IF L0>1 THEN 870
750 LET J=2
760 LET X1=0.5
770 LET N2=4*L0+K2*(2*X1+M0-1)^2
780 LET N2=(N2+4*N0*K3+2*X1*K4)/(2*L0*X1)
790 LET N1=L0*(1+M0-2*X1+Q0*(3+M0-6*X1))
800 LET N1=((1+3*Q0)*L0*X1+N1)/(12*N2)
810 LET B1=N1*Q1*L1^3
820 IF B2>=B1 THEN 860
830 LET B2=B1
840 LET X2=X1
850 IF X1>L0/2 THEN 1240
860 IF A2<B2 THEN 1260
870 LET J=1
880 LET M1=A2
890 LET Z0=Z2
900 LET M2=K2*M1
910 LET M3=-K3*M1
920 LET M4=-K4*M1
930 PRINT
940 PRINT:TAB(18);"PARAMETRU"
950 IF J>1 THEN 1300
960 PRINT:TAB(16);"Z0 ="Z0
970 PRINT
980 PRINT:TAB(19);"MOMENTE"
990 PRINT:TAB(4);"M1 ="M1;TAB(28);"M2 ="M2
1000 PRINT:TAB(4);"M3 ="M3;TAB(28);"M4 ="M4
1010 IF J>1 THEN 1100
1020 LET Q3=3*Z0*(1-2*Q0+M0*Q0)-2*(1-M0)*(1-Q0)*Z0^2
1030 LET Q3=Z0*(6*Q0+Q3)
1040 LET Q3=(1-Z0)*(1-Z0*(1-M0))*(3-2*(1-Z0)*(1-Q0))+Q3
1050 LET Q3=Q3*Q1*L1*L2/12
1060 LET Q4=(1-Z0)*(3-(1-Q0)*(1-Z0))*M0*Q1*L1*L2/6
1070 LET E4=(1-Z0)*(2-(1-Q0)*(1-Z0))*M0*Q1*L1*L2/12
1080 LET F4=(M0*M2-M4)/(12*(1-Z0))-E4
1090 IF J<2 THEN 1140
1100 LET Q3=(1+2*Q0)*X0*Q1*L1*L2/6
1110 LET Q4=((1+2*Q0)*(1-2*X0)+(2+Q0)*M0)*Q1*L1*L2/6
1120 LET E4=(1+M0-2*X0+Q0*(3+M0-6*X0))*Q1*L1*L2/12
1130 LET F4=((2*X0+M0-1)*M2-M4)/L2-E4
1140 LET F3=-F4/2
1150 LET R3=Q3+F3
1160 LET R4=Q4+F4
1170 PRINT
1180 PRINT:TAB(18);"REACTIUNI"
1190 PRINT:TAB(4);"R3 ="R3;TAB(28);"R4 ="R4
1200 IF I<5 THEN 1320
1210 GOTO 3000
1220 LET Z1=Z1+0.05

```

ANEXA 27.1 (continuare)

```
1230 GOTO 620
1240 LET X1=X1-0.05
1250 GOTO 770
1260 LET J=2
1270 LET M1=B2
1280 LET X0=X2
1290 GOTO 900
1300 PRINT:TAB(16):"X0=";X0
1310 GOTO 970
1320 LET I=I+1
1330 GOTO 410
2000 DATA 3
2010 DATA 6.3,3.10,10.1,0.1.5
2020 DATA 6.3,3.10,0.1,1.5,1.5
2030 DATA 5.6,3.10,0.0.5,1.5,0.5
3000 END
```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE  
TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,  
SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA  
DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 6.00000	L2 = 3.00000
L3 = 3.00000	L4 = 3.35410
Q1 = 10.00000	Q2 = 10.00000
K2 = 1.00000	K3 = .000000
K4 = 1.50000	

PARAMETRU

X0 = .400000

MOMENTE

M1 = 37.2036	M2 = 37.2036
M3 = -.000000	M4 = -55.8054

REACTIUNI

R3 = 38.3389	R4 = 58.3222
--------------	--------------

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 6.00000	L2 = 3.00000
L3 = 3.00000	L4 = 3.35410
Q1 = 10.00000	Q2 = .000000
K2 = 1.00000	K3 = 1.50000
K4 = 1.50000	

PARAMETRU

Z0 = .350000

MOMENTE

M1 = 6.49341	M2 = 6.49341
M3 = -9.74012	M4 = -9.74012

REACTIUNI

R3 = 18.5045	R4 = 22.9912
--------------	--------------

PLACA 3.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 6.00000
L3 = 2.00000	L4 = 6.06275
O1 = 10.0000	O2 = .000000
K2 = .500000	K3 = 1.50000
K4 = .300000	

PARAMETRU

Z0 = .700000

MOMENTE

M1 = 15.5425	M2 = 7.77130
M3 = -23.3139	M4 = -7.77130

REACTIONI

R3 = 43.2211	R4 = 23.5578
--------------	--------------

## 28. PLĂCI TRIUNGHILARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

### 28.1. SCHEMA DE CEDARE

Se consideră o placă din beton armat în formă de *triunghi isoscel*, avînd baza de lungime  $l_1$ , înălțimea de lungime  $l_2$  și celelalte două laturi de lungime  $l_3$ , ( $l_3 = \sqrt{0,25 l_1^2 + l_2^2}$ ). Placa este rezemată pe tot conturul, reazemele de pe lungimile laturilor egale fiind notate cu 3 iar reazemul de pe lungimea bazei fiind notat cu 4. Armarea plăcii pe cele două reazeme notate cu 3 este aceeași ; ca urmare, momentele capabile de pe aceste reazeme au aceeași valoare. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția bazei triunghiului și are o variație liniară pe direcția înălțimii triunghiului. Intensitatea cea mai mare a încărcării, notată cu  $q_1$  (kN/m<sup>2</sup>) corespunde vârfului triunghiului, iar intensitatea cea mai mică, notată cu  $q_2$  (kN/m<sup>2</sup>) corespunde bazei triunghiului. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 28.1.

Placa de acest tip admite o singură schemă de cedare, notată cu I, a cărei configurație este trasată în figura 28.2. Această schemă depinde de un singur parametru, notat cu  $z$ , care este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de baza plăcii și lungimea înălțimii  $l_2$ .

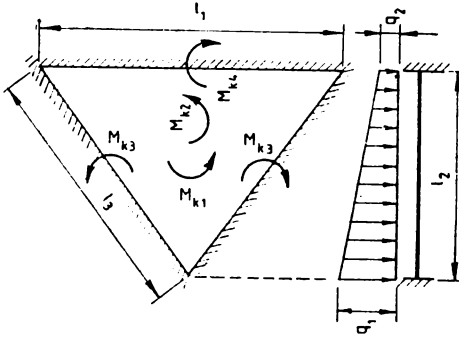


Fig. 28.1

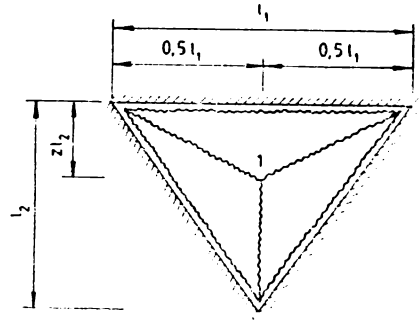


Fig. 28.2

## 28.2. RELAȚII DE CALCUL

Notațiile necesare pentru efectuarea calculului în domeniul plastic al unei astfel de plăci sînt definite și codificate în tabelul 16.1. Folosind aceste notații, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schema de cedare I pentru factorii  $\lambda_M$  și  $\lambda_Q$  care apar în relația (16.9), pentru încărcările  $Q_3$  și  $Q_4$  aplicate pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor 3 și 4, precum și forțele nodale  $F_3$  și  $F_4$  care apar la legăturile dintre aceste porțiuni :

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0z + k_2 + 4m_0zk_3 + (1-z)k_4}{l_0z(1-z)}; \quad (28.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24} [1 + 3q_0 + z(1 - q_0)]. \quad (28.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{1-z}{12} [1 + 2q_0 + z(1 - q_0)] q_1 l_1 l_2; \quad (28.3)$$

$$Q_4 = \frac{z}{6} [3q_0 + z(1 - q_0)] q_1 l_1 l_2. \quad (28.4)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{12} [2q_0 + z(1 - q_0)] q_1 l_1 l_2. \quad (28.5)$$

Forța nodală  $F_3$  este cea dată de relația (27.6).

## 28.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza primului algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, aplicat schemei de cedare I, ținîndu-se seama de următoarele observații :



— pentru  $l_1 < l_2$ , lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mică decât 0,15  $l_1$  și deci parametrul  $z$  trebuie să satisfacă în acest caz inegalitatea :

$$z > \frac{0,15}{l_1}; \quad (28.6)$$

— pentru  $l_1 \geq l_2$ , lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mică decât 0,3  $l_2$  și deci parametrul  $z$  trebuie să satisfacă în acest caz inegalitatea :

$$z \geq 0,3; \quad (28.7)$$

— lungimea  $zl_2$  nu poate fi mai mare decât 0,7  $l_2$  și deci parametrul  $z$  trebuie să satisfacă inegalitatea :

$$z \leq 0,7. \quad (28.8)$$

## 28.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 28. 3, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea limbajului de programare BASIC și a codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului EP -42-11*, listat în anexa 28.1.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 930 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 931 și 1 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4$ .

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valoarea  $z_0$  a parametrului  $z$  ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile  $M_{k_1}$  și  $M_{k_2}$  din câmpul plăcii, pe direcția bazei și pe direcția înălțimii plăcii, și valorile negative ale momentelor capabile  $M_{k_3}$  și  $M_{k_4}$  de pe laturile 3 și 4 ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor  $R_3$  și  $R_4$  de pe laturile 3 și 4 ale plăcii.

*Pentru exemplificare*, programul EP-42-11 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 28.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 1 000, 1 010, 1 020 și 1 030, așa cum se poate vedea în listarea conținută de anexa 28.1.

În anexa 28.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului de calcul pentru cele 3 plăci considerate.

Tabelul 28.1

Date	Placa		
	1	2	3
$l_1$	5	5	5
$l_2$	2	5	5
$q_1$	10	10	10
$q_2$	0	10	0
$k_2$	1	1	1
$k_3$	2	2	2
$k_4$	0	2	2

```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-11

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR *
50 REM * TRIUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE *
70 REM * DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR *
80 REM *
90 REM *****
100 REM *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRUL SCHEMEI DE *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA *
140 REM *
150 REM *****
160 REM *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
190 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE *
200 REM *
210 REM *****
220 REM *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118 *
250 REM *
260 REM *****

270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "TRIUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
290 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
300 PRINT "DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
350 PRINT
360 PRINT
370 READ S
380 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE S =" ;S
390 LET I=1
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT;TAB(15);"PLACA " ;I
430 PRINT
440 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4
450 LET L3=SQR(L1^2/4+L2^2)
460 PRINT;TAB(20);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"L1 =" ;L1;TAB(28);"L2 =" ;L2
480 PRINT;TAB(4);"L3 =" ;L3;TAB(28);"Q1 =" ;Q1
490 PRINT;TAB(4);"Q2 =" ;Q2;TAB(28);"K2 =" ;K2
500 PRINT;TAB(4);"K3 =" ;K3;TAB(28);"K4 =" ;K4
510 LET L0=L2/L1
520 LET M0=L3/L1
530 LET Q0=Q2/Q1
540 LET A2=0
550 IF INT(3/L0)<6 THEN B90
560 LET Z1=0,3
570 LET N2=K2+4*Z1*(L0+M0*K3)+K4*(1-Z1)
580 LET N2=N2/(L0*Z1*(1-Z1))
590 LET N1=L0*(1+3*Q0+Z1*(1-Q0))/(24*N2)
600 LET A1=N1*Q1*L1^3

```

```

610 IF A2>=A1 THEN 650
620 LET A2=A1
630 LET Z2=Z1
640 IF Z1<0.69 THEN 900
650 LET M1=A2
660 LET Z0=Z2
670 LET M2=K2*M1
680 LET M3=-K3*M1
690 LET M4=-K4*M1
700 PRINT
710 PRINT;TAB(18);"PARAMETRU"
720 PRINT;TAB(16);"Z0 =" ;Z0
730 PRINT
740 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
750 PRINT;TAB(6);"M1 =" ;M1;TAB(28);"M2 =" ;M2
760 PRINT;TAB(4);"M3 =" ;M3;TAB(28);"M4 =" ;M4
770 LET Q4=(3*Q0+Z0*(1-Q0))*Z0*Q1*L1*L2/6
780 LET E4=(2*Q0+Z0*(1-Q0))*Z0*Q1*L1*L2/12
790 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
800 LET Q3=(1-Z0)*(1+2*Q0+Z0*(1-Q0))*Q1*L1*L2/12
810 LET R3=Q3-F4/2
820 LET R4=Q4+F4
830 PRINT
840 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
850 PRINT;TAB(4);"R3 =" ;R3;TAB(28);"R4 =" ;R4
860 IF I<S THEN 920
870 GOTO 2000
880 LET Z1=INT(3/L0)/20
890 GOTO 570
900 LET Z1=Z1+0.05
910 GOTO 570
920 LET I=I+1
930 GOTO 400
1000 DATA 3
1010 DATA 5,2,10,0,1,2,0
1020 DATA 5,5,10,10,1,2,2
1030 DATA 5,5,10,0,1,2,2
2000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR  
TRIUNGHILARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE  
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE 0 INCARCARE  
DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  
FORTE, KN/(M<sup>2</sup>) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  
SUPRAFATA SI KN\*M PENTRU MOMENTE

NUMARUL PLACILOR ESTE S = 3.00000

PLACA 1.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 2.00000
L3 = 3.20156	Q1 = 10.00000
Q2 = .000000	K2 = 1.00000
K3 = 2.00000	K4 = .000000

PARAMETRU

Z0 = .350000

MOMENTE

M1 = .763339	M2 = .763339
M3 = -1.52668	M4 = -.000000

REACTIUNI

R3 = 7.27767	R4 = 2.11132
--------------	--------------

PLACA 2.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 5.00000
L3 = 5.59015	Q1 = 10.00000
Q2 = 10.00000	K2 = 1.00000
K3 = 2.00000	K4 = 2.00000

PARAMETRU

Z0 = .300000

MOMENTE

M1 = 6.96295	M2 = 6.96295
M3 = -13.9259	M4 = -13.9259

REACTIUNI

R3 = 43.0370	R4 = 38.9259
--------------	--------------

PLACA 3.00000

DATE

L1 = 5.00000	L2 = 5.00000
L3 = 5.59015	Q1 = 10.00000
Q2 = .000000	K2 = 1.00000
K3 = 2.00000	K4 = 2.00000

PARAMETRU

Z0 = .400000

MOMENTE

M1 = 2.37201	M2 = 2.37201
M3 = -4.74402	M4 = -4.74402

REACTIUNI

R3 = 17.3877	R4 = 6.89136
--------------	--------------

## 29. PLĂCI INELARE REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL EXTERIOR, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR, DISTRIBUITE UNIFORM

### 29.1. SCHEME DE CEDARE

Se consideră o placă din beton armat de formă inelară, avînd raza conturului exterior de lungime  $R_1$  și raza conturului interior de lungime  $R_2$ . Placa este rezemată pe conturul exterior în  $n$  puncte așezate echidistant. Solicitarea ei este produsă de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe toată suprafața plăcii, avînd intensitatea  $g$  (kN/m<sup>2</sup>), și de o încărcare liniară distribuită uniform pe lungimea conturului interior al plăcii, avînd intensitatea de calcul  $p$  (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 29.1.

Placa de acest tip admite patru scheme distincte de cedare, notate cu I, II, III, și IV, ale căror configurații sînt trasate în figurile 29.2 – 29.5.

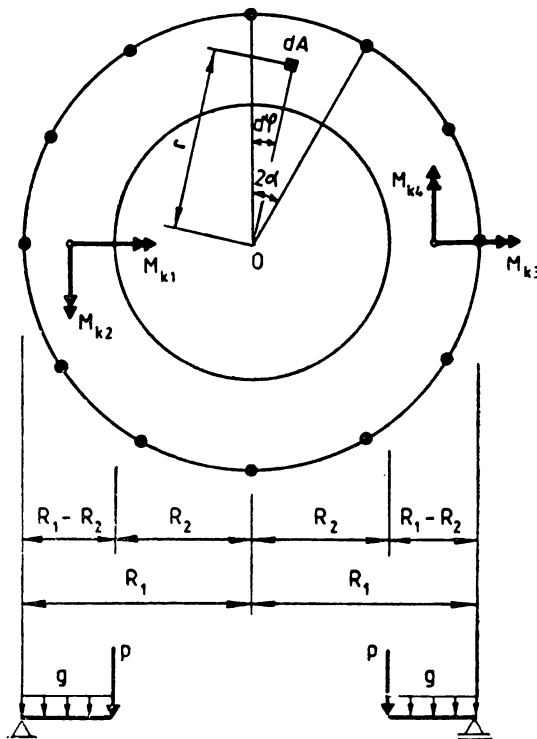


Fig. 29.1

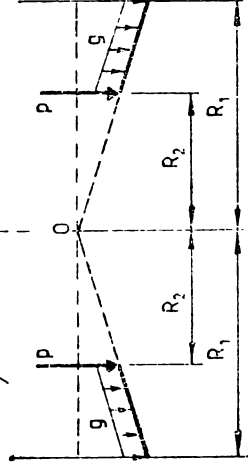
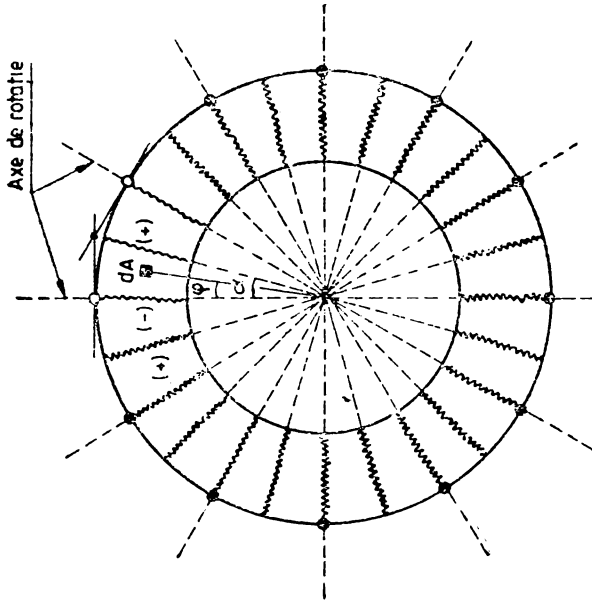


Fig. 29.3

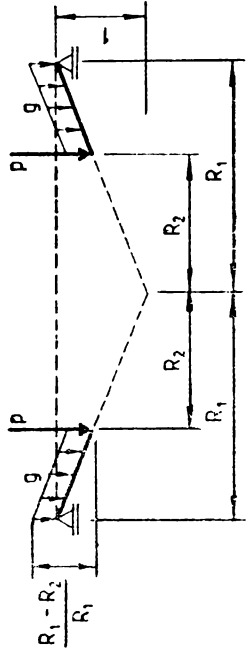
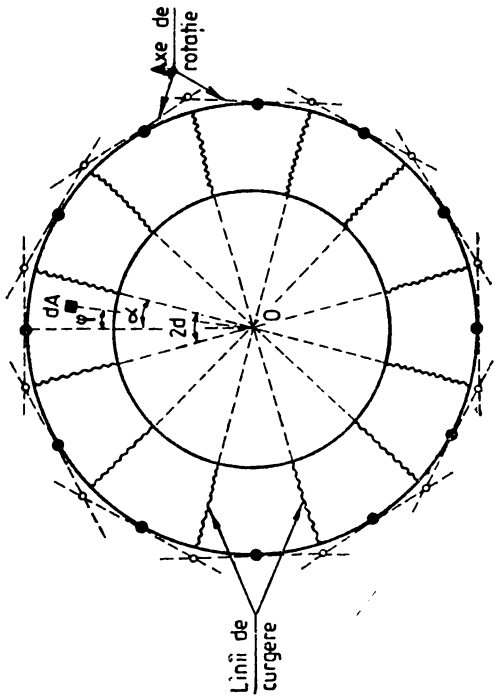


Fig. 29.2

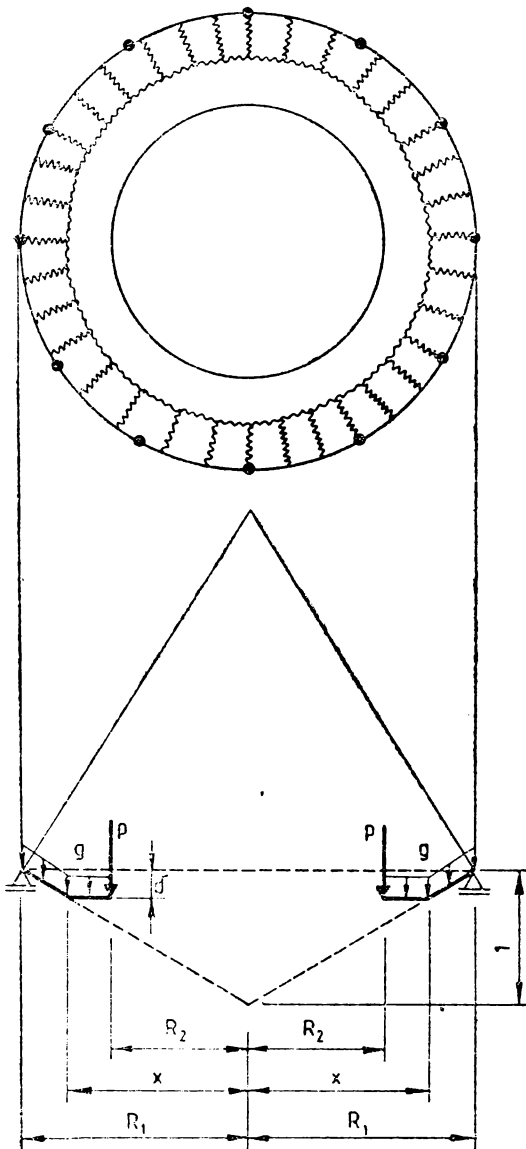


Fig. 29.4

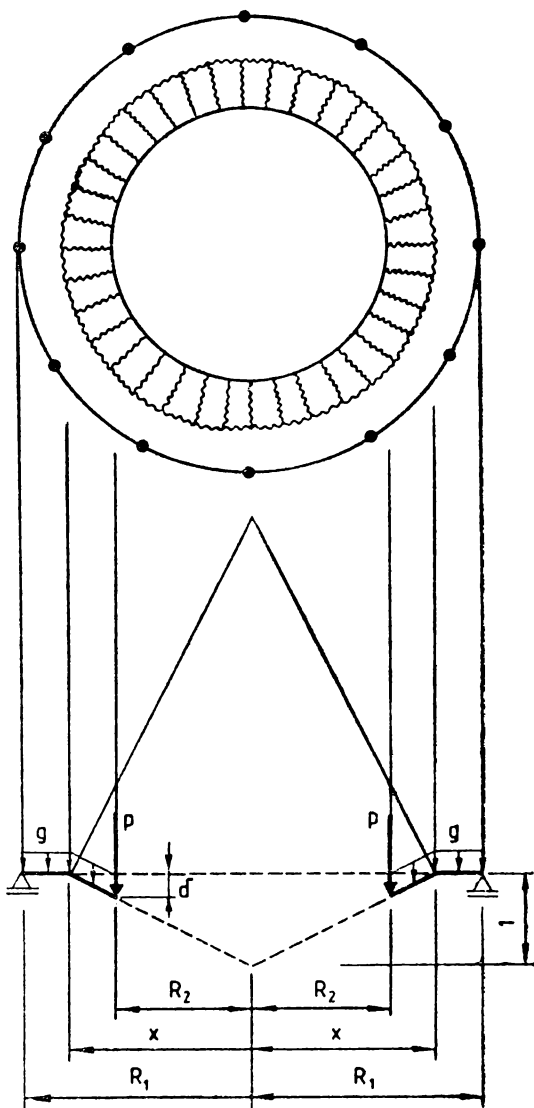


Fig. 29.5

Schemele de cedare I și II nu depind de nici un parametru, iar schemele de cedare III și IV depind de un singur parametru, notat în ambele cazuri cu  $x$ . Acest parametru este egal cu raza liniei de curgere circulare, situate în cuprinsul plăcii.

## 29.2. RELAȚII DE CALCUL

Momentele capabile pe unitatea de lățime de placă, necesare pentru efectuarea calculului în domeniul plastic al unei astfel de plăci sînt definite și codificate în tabelul 16.1.

Schema de cedare I furnizează numai momentului capabil  $M_{k1}$ , a cărui expresie este :

$$M_{k1} = p \cdot \frac{R_2}{R_1 - R_2} \left[ \frac{R_1 \alpha}{\sin \alpha} - R_2 \right] + g \left[ \frac{R_1(R_1 + R_2)\alpha}{2 \sin \alpha} - \frac{R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2}{3} \right]. \quad (29.1)$$

Schema de cedare II furnizează mărimea momentului capabil  $M_{k3}$  în funcție de momentul capabil  $M_{k1}$ , expresia lui fiind

$$M_{k3} = \frac{1 - \cos \alpha}{R_1 - R_2} \left[ p R_2^2 + \frac{g(R_1^2 - R_2^2)}{3} \right] - M_{k1} \cos \alpha. \quad (29.2)$$

Schema de cedare III furnizează mărimea momentului capabil  $M_{k2}$  în funcție de momentul capabil  $M_{k1}$  și de parametrul  $x$ , expresia lui fiind

$$M_{k2} = \frac{6pR_2(R_1 - x) + g(R_1^2 - 3R_1R_2 + 3R_2^2x - x^3) - 6M_{k1}(R_1 - x)}{6x}. \quad (29.3)$$

Valoarea parametrului  $x$ , care maximizează mărimea momentului capabil  $M_{k2}$ , este dată de relația

$$x = \sqrt[3]{\frac{6R_1M_{k1} + gR_1(3R_2^2 - R_1^2) - 6pR_1R_2}{2g}}. \quad (29.4)$$

Schema de cedare IV furnizează mărimea momentului capabil  $M_{k4}$  în funcție de momentul capabil  $M_{k1}$  și de parametrul  $x$ , expresia lui fiind

$$M_{k4} = \frac{6pR_2(x - R_2) + g(x^3 - 3R_2^2x + 2R_2^3) - 6(x - R_2)M_{k1}}{6x}. \quad (29.5)$$

Valoarea parametrului  $x$ , care maximizează mărimea momentului capabil  $M_{k4}$ , este dată de relația

$$x = \sqrt[3]{\frac{R_2(3M_{k1} + gR_2^2 - 3pR_2)}{g}}. \quad (29.6)$$

### 29.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul, prezentată în anexa 29.1, a fost elaborată prin considerarea expresiilor momentelor capabile  $M_{k1}$  și  $M_{k3}$  stabilite în raport cu schemele de cedare I și II și a expresiilor momentelor capabile  $M_{k2}$  și  $M_{k4}$  și ale parametrului  $x$ , stabilite în raport cu schemele de cedare III și IV, ținându-se seama de următoarele observații :

— schema de cedare I poate fi întotdeauna reală, momentul capabil  $M_{k1}$  rezultând în toate cazurile cu valoare pozitivă ;

— schema de cedare II poate deveni reală numai dacă valoarea absolută a momentului capabil  $M_{k3}$  rezultă pozitivă, deci numai dacă momentul capabil  $M_{k1}$  satisface inegalitatea

$$M_{k1} \cos \alpha < \frac{1 - \cos \alpha}{R_1 - R_2} \left[ p R_2^2 + \frac{g(R_1^2 - R_2^2)}{3} \right] \quad (29.7)$$



În caz contrar, momentul capabil  $M_{k3}$  se ia egal cu zero :

— schema de cedare III poate deveni reală numai dacă parametrul  $x$  calculat cu relația (29.4) satisface inegalitatea

$$x > R_2. \quad (29.8)$$

În caz contrar, momentul capabil  $M_{k2}$  se ia egal cu zero ;

— schema de cedare IV poate deveni reală numai dacă parametrul  $x$  calculat cu relația (29.6) satisface inegalitatea

$$x < R_1. \quad (29.9)$$

În caz contrar, momentul capabil  $M_{k4}$  se ia egal cu zero ;

— momentul capabil  $M_{k1}$  nu poate fi mai mic decât valoarea furnizată de expresia (29.5) pentru  $x = R_1$  și  $M_{k4} = 0$ .

## 29.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor de calcul conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 29.3, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind limbajul de programare BASIC și codificările cuprinse în tabelul 16.1 s-a obținut *programul de calcul EP-42-12* listat în anexa 29.2. Codificările notațiilor folosite rezultă din parcurgerea în paralel a organigramei și programului de calcul.

*Partea fixă* a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 950 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 951 și 1 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine :  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $g$ ,  $p$ ,  $n$ .

Pentru fiecare placă, programul furnizează valorile absolute ale momentelor capabile  $M_{k1}$ ,  $M_{k2}$ ,  $M_{k3}$  și  $M_{k4}$ .

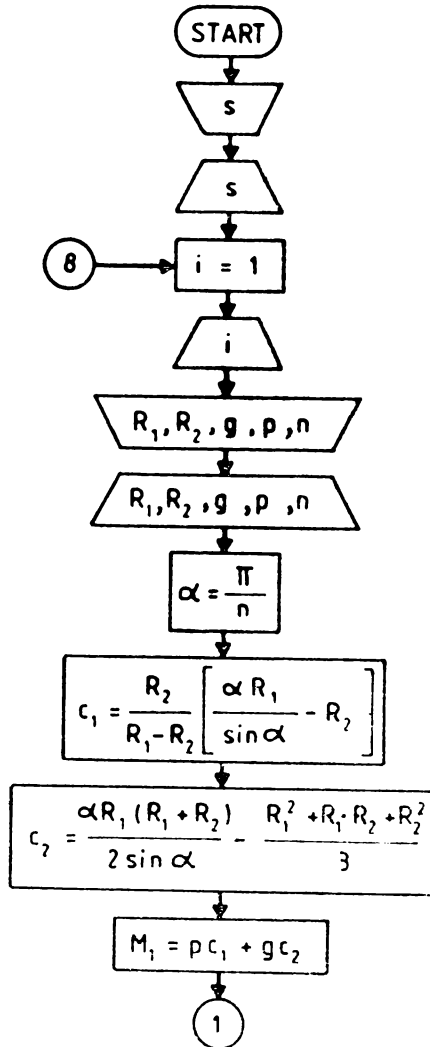
*Pentru exemplificare*, programul EP-42-12 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 29.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 3 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 1 000, 1 010, 1 020, și 1 030, așa cum se poate vedea în listarea conținută de anexa 29.2.

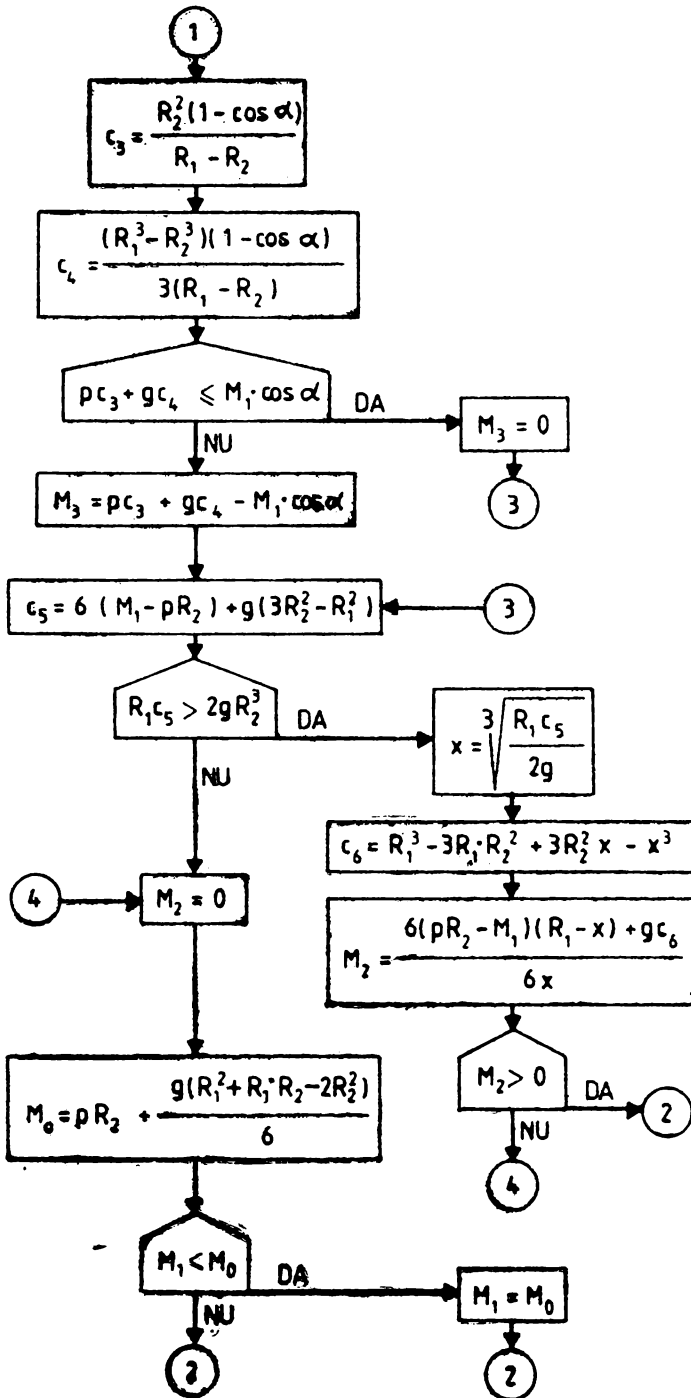
Tabelul 29.1

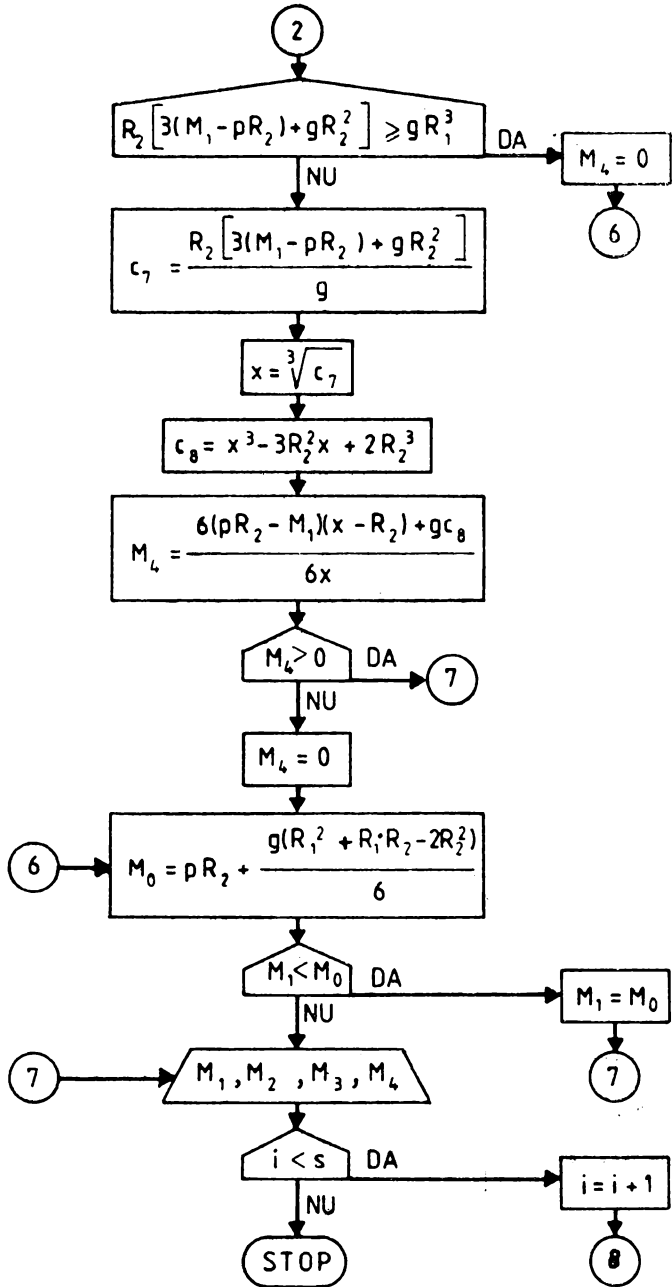
Date	Placa		
	1	2	3
$R_1$	4	4	4
$R_2$	2	2	3
$g$	10	10	10
$p$	0	10	40
$n$	3	15	30

În anexa 29.3, sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLĂCILOR  
 ÎNELARE DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL  
 EXTERIOR, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DISTRIBUITĂ UNIFORM  
 PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR ȘI DE O ÎNCĂRCARE  
 DISTRIBUITĂ UNIFORM PE SUPRAFAȚA PLĂCILOR







```

10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-12

20 REM *****
30 REM *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR INELARE *
50 REM * DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL *
60 REM * EXTERIOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DISTRIBUITA *
70 REM * UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR SI DE O *
80 REM * INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA *
90 REM * LOR
100 REM *
110 REM *****
120 REM *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE CAPABILE POZITIVE *
140 REM * SI NEGATIVE, IN SENS CIRCULAR SI PE DIRECTIE *
150 REM * RADIALA, PE UNITATEA DE LATITIME DE PLACA *
160 REM *
170 REM *****
180 REM *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN*M/M *
200 REM * PENTRU MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME, KN/M *
210 REM * PENTRU INCARCARI PE UNITATEA DE LUNGIME *
220 REM * SI KN/(M^2) PENTRU INCARCARI PE UNITATEA *
225 REM * DE SUPRAFATA
230 REM *
240 REM *****
250 REM *
260 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
270 REM * PE MICROCALCULATORUL FELIX M-18
280 REM *
290 REM *****

300 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR INELARE"
310 PRINT "DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL"
320 PRINT "EXTERIOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DISTRIBUITA"
330 PRINT "UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR SI DE O"
340 PRINT "INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE SUPRAFATA LOR"
360 PRINT
370 PRINT
380 READ S
390 PRINT;TAB(7);"NUMARUL PLACILOR ESTE S ="I$
400 LET I=)
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT;TAB(17);"PLACA"II
440 PRINT
450 READ R1,R2,G0,P0,N0
460 PRINT;TAB(20);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"R1 ="I;R1;TAB(31);"R2 ="I;R2
480 PRINT;TAB(4);"G0 ="I;G0;TAB(31);"P0 ="I;P0
490 PRINT;TAB(4);"N0 ="I;N0
500 LET A0=PI/N0
510 LET C1=R2*(A0*R1/SIN(A0)-R2)/(R1-R2)
520 LET C2=A0*R1*(R1+R2)/(2*SIN(A0))-(R1^2+R1*R2+R2^2)/3
530 LET M1=P0*C1+G0*C2
540 LET C3=R2^2*(1-COS(A0))/(R1-R2)
550 LET C4=(R1^3-R2^3)*(1-COS(A0))/(3*(R1-R2))
560 IF P0*C3+G0*C4<=M1*COS(A0) THEN 700
570 LET M3=P0*C3+G0*C4-M1*COS(A0)
580 LET C5=6*(M1-P0*R2)+G0*(3*R2^2-R1^2)
590 IF R1*C5>2*G0*R2^3 THEN 810

```

```

600 LET M2=0
610 LET M0=P0*R2+G0*(R1^2+R1*R2-2*R2^2)/6
620 IF M1<M0 THEN 680
630 IF R2*(3*(M1-P0*R2)+G0*R2^2)>=G0*R2^3 THEN 900
640 LET C7=R2*(3*(M1-P0*R2)+G0*R2^2)/G0
650 LET C0=LOG(C7)/3
660 LET X0=EXP(C0)
670 LET C8=X0^3-3*X0*R2^2+2*R2^3
680 LET M4=(6*(P0*R2-M1)*(X0-R2)+G0*C8)/(6*X0)
690 IF M4>0 THEN 730
700 LET M4=0
710 LET M0=P0*R2+G0*(R1^2+R1*R2-2*R2^2)/6
720 IF M1<M0 THEN 920
730 PRINT
740 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
750 PRINT;TAB(4);"M1 =" ;M1;TAB(31);"M2 =" ;M2
760 PRINT;TAB(4);"M3 =" ;M3;TAB(31);"M4 =" ;M4
770 IF I<5 THEN 940
780 GOTO 2000
790 LET M3=0
800 GOTO 580
810 LET C0=R1*C5/(2*G0)
820 LET C0=LOG(C0)/3
830 LET X0=EXP(C0)
840 LET C6=R1^3-3*R1*R2^2+3*X0*R2^2-X0^3
850 LET M2=(6*(P0*R2-M1)*(R1-X0)+G0*C6)/(6*X0)
860 IF M2>0 THEN 630
870 GOTO 600
880 LET M1=M0
890 GOTO 630
900 LET M4=0
910 GOTO 710
920 LET M1=M0
930 GOTO 730
940 LET I=I+1
950 GOTO 410
1000 DATA 3
1010 DATA 4.2,10.0,3
1020 DATA 4.2,10.10,15
1030 DATA 4.3,10.40,30
2000 END

```

CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR INELARE  
DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL  
EXTERIOR, SOLIȚITATE DE O INCARCARE DISTRIBUITA  
UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR SI DE O  
INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE SUPRAFATA LOR

NUMARUL PLACILOR ESTE  $S = 3.00000$

PLACA 1.00000

DATE

R1 = 4.00000	R2 = 2.00000
G0 = 10.00000	P0 = .000000
N0 = 3.00000	

MOMENTE

M1 = 51.7710	M2 = .227615
M3 = 20.7010	M4 = .000000

PLACA 2.00000

DATE

R1 = 4.00000	R2 = 2.00000
G0 = 10.0000	P0 = 10.0000
N0 = 15.0000	

MOMENTE

M1 = 47.8430	M2 = 4.62565
M3 = .000000	M4 = .000000

PLACA 3.00000

DATE

R1 = 4.00000	R2 = 3.00000
G0 = 10.0000	P0 = 40.0000
N0 = 30.0000	

MOMENTE

M1 = 137.800	M2 = 1.08883
M3 = .000000	M4 = .000000

## BIBLIOGRAFIE

1. Baker, J. F., Horne, M. R., Heyman, J.; *The steel skeleton*, Vol. II: *Plastic behaviour and design*. Cambridge, University Press, 1956.
2. Bălan, Șt., Petcu, V., *Calculul structurilor în domeniul plastic. Momente independente*. București, Editura Academiei R.S.R., 1976.
3. Beyer, K., *Die Statik im Stahlbetonbau*. Berlin-Göttingen-Heiderberg. Springer-Verlag, 1956.
4. Bia, C., Ilie, V., Soare, M. V., *Rezistența materialelor și Teoria elasticității*. București, Editura didactică și pedagogică, 1983.
5. Brandt, G. D., *Area properties from coordinates*. Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 88, No. ST3, June 1962.
6. Buzdugan, Gh., Beleş, A. A. ș.a., *Culegere de probleme din Rezistența materialelor*. București, Editura Tehnică, 1955.
7. Cireșeanu, P., *Calculul rețelelor de grinzi în case*. București, Editura Tehnică, 1960.
8. Dimitrov, N., *Festigkeitslehre*, I. Berlin-New York, Walter de Gruyter, 1971.
9. Filonenco-Borodici, M. M. ș.a., *Curs de rezistența materialelor*, II (trad. din l. rusă). București, Editura Tehnică, 1952.
10. Flessner, H., *Ein Beitrag zur Ermittlung von Querschnittswerten mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen*. Der Bauingenieur, 34, Nr. 4, 1962.
11. Gheorghiu, Al., *Statice construcțiilor*, Vol. I: *Structuri static determinate*. București, Editura Tehnică, 1960.
12. Iremonger, M. J., *BASIC Stress analysis*. London, Butterworths, 1984.
13. Johansen, K. W., *Yield-line theory*. London, Cement and Concrete Association, 1962.
14. Kollbrunner, C. F., Meister, M., *Knicken, Biegedrillknicken, Kippen*. Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer Verlag, 1961.
15. L'Hermite, R., *Flambage et stabilité. I.e flambage élastique des pièces droites*. Paris, Editions Eyrolles, 1974.
16. Massonnet, Ch., Cescotto, S., *Mécanique des matériaux*. Liège, Sciences et lettres, 1982.
17. Obrebski, J. B., *Application of the WDKM Program System to analysis of space structures*. Space structures, No. 1, 2, 1985.
18. Petcu, V., *Mecanisme de rupere exacte și aproximative în calculul plastic al plăcilor dreptunghulare de beton armat*. Studii și cercetări de mecanică aplicată. Nr. 3, 1966.
19. Petcu, V., Svasta, C., *Program BASIC pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghulare din beton armat, rezemate pe tot conturul, solicitate de încărcări distribuite liniar*. Buletinul științific al Institutului de construcții București. Nr. 1-4, 1980.
20. Petcu, V., Stănculescu, G., Pancaldi, U., *Adaptabilitatea plastică a structurilor din beton armat*. București, Editura Academiei R.S.R., 1981.
21. Petcu, V., Svasta, C., *BASIC Program for the plastic analysis of three-edge supported two-way reinforced concrete rectangular slabs subjected to linearly distributed loads*. Revue Roumaine des Sciences Techniques - Mécanique Appliquée, No. 2, 1987.
22. Petcu, V., Svasta, C., *Calculul automat al elementelor din beton armat*. Programe BASIC. București, Editura Tehnică, 1986.
23. Petcu, V., Soare, M. V., *Calculul în domeniul plastic al plăcilor înclinate din beton armat rezemate echidistant pe conturul exterior*. Construcții, 39, nr. 2-3, 1987.



24. Pflüger, A., *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*. Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1975.
25. Popov, E. P., *Mechanics of Materials*. London, Prentice/Hall International Inc., 1978.
26. Rosenthal, E., *Programmes de résistance des matériaux sur ORIC-1 et ORIC ATMOS*. Paris, Eyrolles, 1984.
27. Soare, M. V., *Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite la calculul plăcilor curbe subțiri*. București, Editura Academiei R.S.R., 1968.
28. Soare, M. V., *Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite la calculul rețelelor spațiale planar pătrate*. Studii și cercetări de mecanică aplicată, **26**, nr. 3, 1969.
29. Soare, M. V., *Contribution à l'étude des réseaux spatiaux plans simples par la méthode des différences finies*. Revue Roumaine des Sciences Techniques-Mécanique Appliquée, V. 14, No. 5, 1969.
30. Soare, M. V., *Rezistența materialelor. Curs și aplicații*. Vol. 1 și 2. București, Institutul de construcții, 1978.
31. Soare, M. V., *O propunere de codificare a teoriilor din Mecanica construcțiilor*. Studii și cercetări de mecanică aplicată, **38**, Nr. 1, 1979.
32. Soare, M. V., *Structuri discrete și structuri continue în Mecanica construcțiilor*. Probleme unidimensionale. București, Editura Academiei R.S.R., 1986.
33. Timoshenko, S.P., Gere, J.M., *Teoria stabilității elastice* (trad. din l. engleză). București Editura Tehnică, 1967.
34. \* \* \* , *Manua! BASIC pentru FELIX M-18 și M-118*. București, 1979.









Lei 36

ISBN 973-31-0104-4